RECUEIL

D'OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

D'OPÉRATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ET DE MESURES BAROMÉTRIQUES.

[5 5 2]

DE L'IMPRIMERIE DE J. H. STÔNE.

RECUEIL

D'OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES,

D'OPÉRATIONS TRIGONOMÉTRIQUES

ET DE MESURES BAROMÉTRIQUES,

FAITES PENDANT LE COURS D'UN VOYAGE AUX RÉGIONS ÉQUINOXIALES DU NOUVEAU CONTINENT, DEPUIS 1799 JUSQU'EN 1803,

PAR ALEXANDRE DE HUMBOLDT;

Rédigées et calculées, d'après les Tables les plus exactes,

PAR JABBO OLTMANNS.

OUVRAGE AUQUEL ON A JOINT DES RECHERCHES HISTORIQUES SUR LA POSITION DE PLUSIEURS POINTS IMPORTANS POUR LES NAVIGATEURS ET POUR LES GÉOGRAPHES.

PREMIER VOLUME.

A PARIS,
CHEZ F. SCHOELL, LIBRAIRE, RUE DES FOSSÉS-SAINT-GERMAIN-L'AUXERROIS, N.° 29.
1810.

A

M.^r J. B. J. Delambre,

Secrétaire perpétuel de l'Institut de France pour les Sciences mathématiques, etc. etc.

comme une foible marque d'attachement et de reconnoissance.

A. DE HUMBOLDT. J. OLTMANNS.

INTRODUCTION

PAR

M. DE HUMBOLDT.

Le Voyage que nous avons entrepris, M. Bonpland et moi, dans l'intérieur du nouveau continent, a eu pour objet principal des recherches de physique, de géologie et d'histoire naturelle descriptive. Un grand nombre de nos observations ont été publiées dans l'*Essai sur la géographie des plantes*, auquel est joint le *Tableau physique des régions équinoxiales*; dans le *Recueil d'observations de Zoologie et d'Anatomie comparée*; dans l'*Histoire des Plantes équinoxiales*, et dans la *Monographie des Rhexia et des Melastomes*. Deux ouvrages, dont l'impression est commencée depuis peu, la *Relation historique* de notre expédition, et la *Description des nouvelles espèces et des nouveaux genres* que nous avons recueillis pendant l'espace de cinq ans, compléteront la partie de notre travail qui a rapport aux sciences physiques.

En parcourant des pays si intéressans par leur constitution géologique, par la richesse de leur sol, et par leurs relations commerciales avec l'Europe, j'aurois cru profiter imparfaitement de la position favorable dans laquelle je me trouvois, si je n'avois tâché en même temps de fournir des matériaux à la géographie, de faire connoître l'élévation des montagnes, et de me livrer à des recherches sur l'inclinaison et la déclinaison de l'aiguille aimantée et sur l'intensité des forces magnétiques. J'avois eu occassion, long-temps avant mon départ d'Europe, de m'occuper du tracé des cartes et des mesures de hauteurs faites au moyen du baromètre; mais, jusqu'en 1797, mes études n'avoient point été dirigées vers les connoissances astronomiques. Encouragé dès-lors par les conseils de M. de Zach, dont l'exemple et les ouvrages ont tant contribué, dans ma patrie, aux progrès de l'astronomie et des sciences qui en dépendent, je cherchai à me familiariser avec l'usage des instrumens et avec la pratique des diverses méthodes propres à fixer la position des lieux. Je continuai cet exercice en me livrant à la fois aux observations et aux calculs astronomiques, pendant mon séjour en Allemagne, en France et en Espagne où je m'embarquai pour les îles Canaries au mois de juin 1799.

Résolu d'entreprendre un voyage dans l'intérieur d'un continent hérissé de montagnes, couvert de forêts, arrosé par des rivières dont la navigation ne se fait que dans des canots étroits, j'avois dû me borner à réunir des instrumens qui offroient le triple avantage de la solidité, d'un très-petit volume, et d'une grande facilité de transport. Il étoit aisé de prévoir qu'en dirigeant mon choix d'après d'autres principes, mon entreprise auroit été presque inutile pour les progrès de la géographie astronomique, parce que je me serois vu forcé de laisser sur les côtes des instrumens trop volumineux ou trop longs à vérifier. Voici la liste de ceux dont j'avois fait l'acquisition dans les deux ans qui ont précédé mon départ; je crois qu'il est utile de la consigner ici, parce qu'elle peut servir à diriger le choix des personnes qui entreprennent des voyages lointains : un sextant de Ramsden, de 10 pouces de rayon, à limbe d'argent et avec un vernier divisé de 20 en 20 secondes sexagésimales; un horizon artificiel de Caroché, avec un niveau à bulle d'air, dont les divisions correspondent à deux secondes; un petit quart de cercle de Bird, d'un rayon de 12 pouces, à limbe divisé en 90 et 96 degrés, indiquant 2″ au moyen du vernier et d'une vis micrométrique, et muni à la fois d'un fil d'aplomb et d'un grand niveau à bulle d'air; un cercle répétiteur à réflexion, de 12 pouces de diamètre, construit par Le Noir, et ayant des miroirs de platine; un téodolite de Hurter, de 8 pouces de diamètre; un sextant à tabatière (*snuffbox-sextant*) de Troughton, de 2 pouces de rayon, avec une lunette et un horizon artificiel, le tout propre à prendre des angles avec la précision d'une minute, en voyageant, soit à cheval, soit en canot, et même en cas de besoin à déterminer le retard d'un chronomètre par des hauteurs correspondantes; une lunette d'épreuve renfermant un micromètre gravé sur verre, servant au nivellement des bases et à la mesure de très-petits angles d'élévation; une lunette achromatique de 3 pieds, de Dollond; une autre lunette d'une moindre longueur, de Caroché; un graphomètre de Ramsden; une montre de longitude de Louis Berthoud; un demi-chronomètre de Seiffert; une boussole d'inclinaison de 12 pouces, construite par Le Noir, d'après les

principes de Borda, et semblable à celle qui est figurée dans le *Voyage de d'Entrecasteaux;* une grande aiguille aimantée, munie de pinnules et suspendue d'après la méthode de Coulomb, pour déterminer les variations horaires et l'intensité des forces magnétiques; un magnétomètre de Saussure et une boussole de déclinaison de Le Noir, d'un pied de diamètre, garnie d'une méridienne filaire, et divisée de minutes en minutes. J'avois en outre des baromètres, des hygromètres de Deluc et de Saussure, un hyétomètre, des thermomètres, un cyanomètre, des sondes thermométriques, un appareil exécuté par Paul à Genève, servant à mesurer avec précision la température de l'eau bouillante sur les montagnes, des boussoles de poche, des chaînettes d'arpenteur, et des étalons métriques en verre et en laiton, pour vérifier des mesures de longueur.

Je laissai en Espagne le cercle à réflexion, parce que la petite ouverture de ses lunettes et l'imperfection de son miroir de platine rendoient l'observation des étoiles très-pénible. Je résolus aussi de ne pas embarquer le téodolite de Hurter, tant à cause de la difficulté du transport qu'à cause des corrections fréquentes qu'exigent ses trois niveaux à bulles d'air. Cet instrument, qui offre le foible avantage de la réduction des angles obliques à l'horizon, est d'ailleurs très-commode pour déterminer la déclinaison magnétique au moyen d'observations azimutales du soleil, surtout lorqu'il est muni d'aiguilles d'une longueur considérable, et qui peuvent être retournées pour vérifier la position de l'axe magnétique. J'ai su m'en passer, parce que j'avois des appareils qui conduisoient au même but et avec plus de précision.

Quoique les instrumens que je destinois pour mon voyage fussent construits par les artistes les plus habiles, je ne négligeai rien pour les vérifier, soit en les comparant aux instrumens de l'Observatoire de Paris, soit en cherchant, dans des endroits dont la position étoit exactement connue, la latitude par les hauteurs méridiennes du soleil et des étoiles au méridien. Une partie de ces vérifications furent faites par M. Trallès, qui réunit au talent de l'astronome et du physicien une connoisance intime de la construction des instrumens, et par Borda qui m'honoroit d'une bienveillance particulière, et que la mort a enlevé aux sciences peu de temps après mon départ pour l'Espagne.

L'ouvrage que nous publions aujourd'hui, M. Oltmanns et moi, renferme l'ensemble des observations astronomiques que j'ai faites dans les deux hémisphères, tant sur les côtes que dans l'intérieur du nouveau continent, depuis l'année 1799 jusqu'en 1804. Ce recueil seroit bien plus étendu, si, à l'exemple de Wales, de Bayly et de plusieurs autres voyageurs, j'avois voulu ajouter aux observations dont on peut déduire des positions géographiques, celles auxquelles je me suis livré journellement au nord et au sud de l'équateur, soit dans l'Océan Atlantique, soit dans la Mer du Sud, depuis les 13 jusqu'aux 105 degrés de longitude occidentale. Les résultats de ces dernières seront placés plus convenablement dans les journaux de route qui accompagnent la *Relation historique* de mon voyage. Aussi long-temps que j'ai été embarqué, je n'ai manqué aucune occasion de prendre des distances de la lune au soleil et aux étoiles, et de corriger l'*estime* par des hauteurs méridiennes, par l'emploi de la méthode de Douwes, et par le transport du temps. Ces observations faites à la mer ont eu pour but d'examiner la direction et la force des courans, et de faire connoître avec précision les points où j'avois déterminé l'inclinaison de l'aiguille aimantée, la température de l'Océan et l'état météorologique de l'atmosphère.

En examinant des observations faites le plus souvent dans des circonstances très-difficiles, au milieu des forêts, sur les plages brûlantes de l'Orénoque ou sur les sommets des Cordillères, les astronomes distingueront facilement ce qui est l'effet de la négligence et du manque d'habileté de l'observateur, de ce qui doit être attribué à sa position individuelle, à la fatigue des yeux, à l'épuisement général des forces physiques, et à l'extrême difficulté de bien caler l'horizon artificiel, lorsqu'il n'est éclairé que par la foible lueur d'une torche de copal. J'en appelle surtout aux savans qui n'ont pas constamment travaillé dans nos Observatoires de l'Europe, et qui, familiers avec l'usage d'instrumens mobiles et souvent déplacés, savent, par une longue expérience, combien il est difficile d'obtenir en tout temps des résultats également précis. Il est sans doute de la plus haute importance dans les recherches sur l'amplitude d'un arc de méridien, sur la déclinaison des étoiles, sur l'obliquité de l'écliptique, et sur la position d'un Observatoire, d'atteindre une précision d'une ou de deux secondes: mais heureusement il n'en est point de même pour les besoins de la géographie. Les échelles de nos cartes, surtout de celles qui représentent des parties moins cultivées du globe, permettent rarement de rendre sensibles des distances qui n'excèdent pas une ou deux minutes en arc. Or, les observations contenues dans ce *Recueil* et dans les ouvrages de tant de voyageurs qui n'ont également été munis que d'instrumens à réflexion, sont loin d'atteindre ce *maximum* d'erreur.

Des observateurs exercés obtiennent, sous des circonstances médiocrement favorables, en employant des sextans de Ramsden, de Troughton et de Stancliff, ou des cercles à réflexion de Le Noir, des résultats qui, pour les latitudes, offrent une précision moyenne de 12 à 15″. Cette quantité, qui correspond, dans les régions équinoxiales, à une distance de 224 toises en arc, est à peine le double de la longueur de l'hôtel des Invalides à Paris, et devient insensible pour des cartes qui ne doivent pas présenter les détails topographiques de l'atlas de Cassini. En réfléchissant sur l'extrême difficulté de prendre des azimuts, et d'orienter une longue chaîne de triangles, on n'est pas surpris de voir que même en France, d'après les observations les plus précises, les latitudes de quelques grandes villes sont incertaines de 16 à 18 secondes sexagésimales (Recherches sur la position de Nîmes, *Journal de M. de Zach, Mars* 1811). Aux Indes occidentales, dans les parages fréquentés par les nations commerçantes de l'Europe, les positions d'un grand nombre de points très-remarquables sont fausses en latitude de 4 à 5 minutes. Ces erreurs subsistent dans les cartes les plus récentes et les plus accréditées : elles ne disparoîtront que peu à peu, lorsque toutes les côtes auront été relevées avec cette admirable exactitude qui a été employée dans les expéditions commandées par Cook, Lapérouse, Vancouver, d'Entrecasteaux, Malaspina, Churruca, Galiano, Fidalgo, Cevallos, Lowenörn et Krusenstern. Les discussions renfermées dans cet ouvrage et dans l'analyse de mon atlas du Mexique, présentent des preuves nombreuses de ces assertions, et l'on ne sauroit assez engager les voyageurs, munis de bons instrumens à réflexion et d'horizons artificiels, à ne négliger aucune occasion d'observer à terre, même sur les côtes les plus fréquentées par les Européens. Ces déterminations directes et partielles contribueront singulièrement aux progrès de la géographie; elles serviront même à rectifier des opérations qui ont été très-bien dirigées, mais dans lesquelles les erreurs se sont accumulées par la nécessité de rapporter un point à un autre, et de se contenter souvent de relèvemens non astronomiques.

Les idées que je viens d'énoncer sur le degré d'exactitude qui peut rigoureusement suffire dans les observations employées à la construction des cartes géographiques, n'ont jamais ralenti mes efforts pour obtenir des résultats aussi précis que je pouvois les espérer d'après la nature des méthodes et des instrumens employés. J'ai constamment éprouvé un sentiment pénible en quittant un endroit où je ne pouvois rester qu'une seule nuit, et pour lequel les passages de deux étoiles m'avoient donné des différences considérables. Je puis avoir commis des erreurs graves par inadvertance ou par manque d'habileté ; mais j'ose me flatter que la patience et le zèle que j'ai déployés seront reconnus par ceux qui voudront bien considérer, et le temps qu'il m'a fallu pour parcourir une étendue de terrain de trois mille lieues, et les soins que j'ai pris pour vérifier les instrumens et pour multiplier les observations. Je compte d'autant plus sur l'indulgence des astronomes, que l'ensemble de ce travail a été fait par moi seul, tandis que les expéditions entreprises aux frais d'un gouvernement offrent l'avantage du concours de plusieurs observateurs.

Le plus grand nombre de positions déterminées pendant mon voyage, l'ayant été au moyen de sextans et d'un verre plan servant d'horizon artificiel, j'ai voulu essayer, après mon retour en Europe, quel étoit le degré de précision que je pouvois atteindre en employant ces mêmes instrumens. Pour cela, j'ai commencé à comparer des angles terrestres mesurés par des sextans de Ramsden et de Troughton, à ceux qui avoient été pris avec un cercle répétiteur de Bellet, de 14 pouces de diamètre, et semblable aux cercles qui ont servi à M. Delambre, dans la mesure de la méridienne. Lorsque les angles avoient au-dessus de 100°, les différences ne s'élevoient qu'à trois ou quatre secondes, tantôt en plus, tantôt en moins. J'avois obtenu le même résultat à Berlin, en 1806, en comparant des sextans à un beau cercle répétiteur de Troughton, que je possédois alors et qui avoit 18 pouces de diamètre. Depuis le 24 septembre jusqu'au 6 octobre 1809, j'observai, avec un sextant de Troughton et un horizon artificiel de Caroché, à la façade méridionale de l'Observatoire de Paris, dont la latitude est de 48° 50′ 14″, les passages du soleil par le méridien. Les nuages empêchoient l'observation les jours qui ne sont pas marqués dans les tableaux suivans : les moyennes ont été prises sans faire aucun choix, et les quatre-vingts hauteurs circumméridiennes indiquées sont les seules que j'ai obtenues dans l'espace de dix jours.

Latitude de Paris.

Le 24 septembre 1809. Baromètre 761m,40. Thermomètre centigr. 17°,6.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
82° 3′ 32″	23h 52′ 17″	40° 44′ 48″½	+ 1′ 32″	40° 46′ 20″½
82° 4′ 48″	23h 53′ 40″	40° 45′ 26″½	1′ 2″	46′ 28″½
82° 5′ 11″	23h 54′ 31″	40° 45′ 38″	0′ 47″	46′ 25″
82° 5′ 54″	23h 56′ 39″	40° 46′ 0″	0′ 15″½	46′ 15″½
82° 6′ 41″	23h 57′ 39″	40° 46′ 23″	0′ 7″	46′ 30″
82° 6′ 18″	0h 1′ 19″	40° 46′ 11″½	0′ 4″½	46′ 16″
82° 6′ 9″	0h 2′ 50″	40° 46′ 7″	0′ 16″½	46′ 23″½
82° 5′ 15″	0h 4′ 17″	40° 45′ 40″	0′ 35″	46′ 15″
			Moyenne,	40° 46′ 21″,7
			Déclinaison australe,	0° 23′ 25″,4
			Hauteur de l'équateur,	41° 9′ 47″,1
			Latitude,	48° 50′ 12″,9

Le 25 septembre.

Baromètre, 759m,34. Thermomètre, 18°,4. Des nuages légers voilent le soleil.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
81° 16′ 22″	23h 52′ 5″	40° 21′ 13″	+ 1′ 32″½	40° 22′ 35″½
81° 17′ 15″	23h 53′ 17″	40° 21′ 39″½	1′ 5″½	22′ 45″
81° 18′ 16″	23h 55′ 25″	40° 22′ 10″	0′ 29″	22′ 39″
81° 20′ 7″	23h 58′ 32″	40° 23′ 5″	0′ 2″	23′ 7″
81° 20′ 15″	0h 1′ 10″	40° 23′ 9″	0′ 2″½	23′ 11″½
81° 19′ 51″	0h 2′ 41″	40° 22′ 57″½	0′ 13″	23′ 10″½
81° 18′ 28″	0h 4′ 14″	40° 22′ 6″	0′ 33″	22′ 49″
81° 17′ 52″	0h 5′ 14″	40° 21′ 58″	0′ 49″	22′ 47″
			Moyenne,	40° 22′ 53″,0
			Déclinaison australe,	0° 46′ 51″,0
			Latitude,	48° 50′ 16″,0

Des nuages transparens couvroient de temps en temps le disque solaire.

Le 26 septembre.

Baromètre, 762m,58. Thermomètre centigr., 15°,5.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
80° 32′ 37″½	23h 57′ 10″	39° 59′ 18″½	+ 0′ 11″,0	39° 59′ 29″½
80° 32′ 49″½	23h 58′ 14″	39° 59′ 24″	0′ 4″½	59′ 28″½
80° 32′ 55″½	23h 59′ 4″	39° 59′ 27″	0′ 1″	59′ 28″
80° 22′ 51″½	0h 0′ 6″	39° 59′ 25″	0′ 0″	59′ 25″
80° 32′ 44″½	0h 1′ 17″	39° 59′ 21″½	0′ 4″	59′ 25″
80° 31′ 1″½	0h 5′ 26″	39° 58′ 30″½	0′ 55″½	59′ 26″

Moyenne, 39° 59′ 27″,1
Déclinaison australe, 1° 10′ 15″,7

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 42″,8
Latitude, 48° 50′ 17″,2

Le 28 septembre.

Baromètre, 757m,68. Thermomètre centigr., 13°,1.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
78° 56′ 16″½	23h 52′ 23″	39° 11′ 5″	+ 1′ 25″	39° 12′ 30″
78° 57′ 58″½	23h 54′ 11″	39° 11′ 56″	0′ 48″½	12′ 44″½
78° 58′ 12″½	23h 55′ 25″	39° 12′ 3″	0′ 29″	12′ 32″
78° 58′ 35″½	23h 56′ 24″	39° 12′ 14″½	0′ 17″	12′ 31″½
78° 59′ 15″½	0h 0′ 12″	39° 12′ 34″½	0′ 0″	12′ 34″½
78° 59′ 56″½	0h 0′ 24″	39° 12′ 55″	0′ 0″½	12′ 55″½
78° 58′ 27″½	0h 5′ 15″	39° 12′ 10″½	0′ 20″	12′ 30″½
78° 56′ 52″½	0h 6′ 11″	39° 11′ 23″	0′ 6″½	12′ 29″½

Moyenne, 39° 12′ 36″,0
Déclinaison australe, 1° 57′ 4″,6

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 40″,6
Latitude, 48° 50′ 19″,4

Le 29 septembre.

Baromètre, 759m,64. Thermomètre centigr., 11°,7.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
78° 12′ 29″	23h 58′ 8″	38° 49′ 9″½	+ 0′ 5″½	38° 49′ 15″
78° 12′ 47″	23h 58′ 58″	38° 49′ 18″½	0′ 0″½	49′ 19″
78° 12′ 55″	23h 59′ 53″	38° 49′ 22″½	0′ 0″	49′ 22″½
78° 12′ 59″	0h 0′ 55″	38° 49′ 24″½	8′ 2″	49′ 26″½
78° 12′ 40″	0h 1′ 53″	38° 49′ 15″½	0′ 7″½	49′ 22″½
78° 12′ 12″	0h 3′ 11″	38° 49′ 1″	0′ 19″	49′ 20″
78° 11′ 8″	0h 5′ 17″	38° 48″ 29″	0′ 51″½	49′ 20″½

Moyenne, 38° 49′ 20″,6
Déclinaison australe, 2° 20′ 50″,5

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 51″,1
Latitude, 48° 50′ 8″,9

Le 3 octobre.

Baromètre, 767m,92. Thermomètre centigr., 15°,5.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
75° 5′ 28″	23h 57′ 35″	37° 05′ 34″½	+ 0′ 7″	37° 15′ 41″½
75° 6′ 9″	23h 59′ 21″	37° 15′ 55″	0′ 0″½	15′ 55″½
75° 5′ 59″	0h 0′ 20″	37° 15′ 50″	0′ 0″½	15′ 50″½
75° 5′ 51″	0h 1′ 21″	37° 15′ 46″	0′ 4″	15′ 50″
75° 4′ 56″	0h 5′ 21″	37° 15′ 8″½	0′ 51″	15′ 59″½
75° 2′ 56″	0h 8′ 6″	37° 14′ 8″½	1′ 51″	15′ 59″½

Moyenne, 37° 15′ 52″,5
Déclinaison australe, 3° 53′ 50″,7

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 43″,2
Latitude, 48° 50′ 16″,8

Le 4 octobre.

Baromètre, 763^{m},5. Thermomètre centigr., 13°,1.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
74° 19′ 26″½	0h 0′ 2″	36° 52′ 32″½	+ 0′ 0″	36° 52′ 32″½
74° 19′ 27″½	0h 1′ 21″	36° 52′ 53″	0′ 4″	52′ 57″
74° 19′ 0″	0h 2′ 21″	36° 52′ 19″	0′ 11″	52′ 30″
74° 18′ 41″	0h 4′ 51″	36° 52′ 9″½	0′ 42″½	52′ 52″½
74° 17′ 46″	0h 5′ 58″	36° 51′ 42″½	0′ 3″	52′ 45″½

Moyenne, 36° 52′ 39″,5
Déclinaison australe, 4° 17′ 6″,7

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 46″,2
Latitude, 48′ 50′ 13″,8

Le 5 octobre.

Baromètre, 760^{m},20. Thermomètre centigr., 14°,2.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
73° 32′ 58″	23h 55′ 49″	36° 39′ 8″½	+ 0′ 24″,0	36° 39′ 32″½
73° 33′ 0″	23h 57′ 30″	36° 39′ 19″½	0′ 7″½	39′ 27″
73° 33′ 15″	23h 59′ 27″	36° 39′ 27″	0′ 0″	39′ 27″
73° 33′ 30″	0h 0′ 47″	36° 39′ 34″½	0′ 1″½	39′ 36″
73° 33′ 10″	0h 2′ 9″	36° 39′ 24″½	0′ 9″½	39′ 34″
73° 33′ 32″	0h 3′ 41″	36° 39′ 5″½	0′ 25″½	39′ 31″

Moyenne, 36° 39′ 31″,2
Déclinaison australe, 4° 40′ 15″,9

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 47″,1
Latitude, 48° 50′ 12″,9

Le 6 octobre.

Baromètre, 759^{m},82. Thermomètre centigr., 15°,0.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
72° 46′ 14″	23h 55′ 36″	36° 5′ 52″½	+ 0′ 26″½	36° 6′ 19″
72° 46′ 33″	23h 56′ 35″	36° 6′ 2″	0′ 15″½	6′ 17″½
72° 46′ 50″	23h 57′ 54″	36° 6′ 10″½	0′ 5″	6′ 15″½
72° 48′ 2″	23h 59′ 56″	36° 6′ 21″½	0′ 0″	6′ 21″½
72° 47′ 11″	0h 0′ 57″	36° 6′ 21″	0′ 1′	6′ 22″
72° 47′ 9″	0h 1′ 57″	36° 6′ 19″	0′ 8″	6′ 27″
72° 46′ 51″	0h 3′ 5″	36° 6′ 10″	0′ 18″	6′ 28″
72° 45′ 52″	0h 5′ 13″	36° 5′ 41″½	0′ 48″½	6′ 30″

Moyenne, 36° 6′ 22″,6
Déclinaison australe, 50° 3′ 25″,0

Hauteur de l'équateur, 41° 9′ 47″,6
Latitude, 48° 50′ 12′,4

1809. OBSERVATOIRE de PARIS.		ASCENSION DROITE du SOLEIL, observée.	DÉCLINAISON du SOLEIL, calculée.
Septembre	23	179° 59′ 58″,36	+ 0° 0′ 0″,7
	24	180° 53′ 58″,17	— 0° 23′ 25″,4
	26	182° 41′ 58″,02	1° 10′ 15″,7
	28	184° 30′ 7″,74	1° 57′ 4″,6
	29	185° 24′ 23″,44	2° 20′ 30″,4
Octobre	2	188° 7′ 20″,62	3° 30′ 32″,9
	3	189° 1′ 51″,23	3° 53′ 50″,7
	4	189° 56′ 22″,70	4° 17′ 6″,7
	5	190° 51′ 5″,15	4° 40′ 15″,9

Le 24 *octobre* 1809.

Thermomètre centigr., 13°,2.

OBSERVATIONS.		RÉSULTATS DU CALCUL.		
DOUBLE HAUTEUR du bord supérieur DU SOLEIL.	TEMPS VRAI.	HAUTEUR VRAIE du SOLEIL.	CHANGEMENT de HAUTEUR.	HAUTEUR MÉRIDIENNE.
58° 20′ 24″	23h 50′ 2″	29° 24′ 43″,3	+ 2′ 15″,6	29° 26′ 59″
58° 21′ 6″	23h 51′ 22″	29° 25′ 4″,3	1′ 40″,6	45″
58° 22″ 23″	23h 52′ 9″	29° 25′ 42″,8	1′ 15″,3	58″
58° 23′ 1″	23h 54′ 17″	29° 26′ 1″,8	0′ 42″,1	44″
58° 20′ 37″	23h 55′ 28″	29° 26′ 19″,8	0′ 25″,8	45″ ½
58° 23′ 46″	23h 56′ 41″	29° 26′ 24″,3	0′ 12″,9	37″
58° 23′ 20″	23h 57′ 35″	29° 26′ 41″,3	0′ 7″,1	48″ ½
58° 24′ 51″	23h 59′ 6″	29° 26′ 56″,8	0′ 0″,4	57″
58° 24′ 17″	0h 4′ 40″	29° 26′ 9″,8	0′ 35″,7	45″ ½

Moyenne, 29° 26′ 48″,8
Déclinaison australe du soleil, observée, 11° 42′ 55″,0

Hauteur équatoriale, 41° 9′ 43″,8
Latitude, 48° 50′ 16″,2

Cette dernière observation a été faite avec le sextant de Ramsden, le même dont je me suis servi depuis 1799 jusqu'en 1804. L'erreur de collimation a été déterminée chaque jour avec beaucoup de soin avant et après l'observation. Le tableau suivant prouve qu'en dix jours, *deux fois seulement les résultats se sont écartés, de la vraie latitude, au-delà de trois secondes sexagésimales*. En examinant les hauteurs partielles, contenues dans chaque série de huit ou dix observations, on trouve que les écarts autour de la moyenne ne vont généralement pas au-delà de 6″ à 7″.

1809.		LATITUDES OBTENUES par LES SEXTANS.	ÉCARTS AUTOUR de LA MOYENNE.
Septemb.	24	48° 50′ 12″,9	− 1″,7
	25	16″,0	+ 1″,3
	26	17″,2	+ 2″,6
	28	19″,4	+ 4″,7
	29	8″,9	− 5″,8
Octobre	3	16″,8	+ 2″,1
	4	13″,8	− 0″,8
	5	12″,9	− 1″,8
	6	12″,4	− 2″,8
	24	16″,2	+ 1″,6

Latitude, 48° 50′ 14″,65.

Cette latitude est probablement d'une demi-seconde trop grande: à la même époque, le 23 octobre, nous l'avions trouvée, M. Arago et moi, au moyen d'un cercle répétiteur de Fortin, de 48° 50′ 13″,25, ou de 0″,7 trop petite.

L'accord remarquable qu'offrent les observations faites avec des instrumens à réflexion, dépend non seulement de l'exactitude de la division et de la perfection des horizons artificiels, mais surtout de la délicatesse extrême avec laquelle on juge, même par des lunettes qui ne grossissent pas au-delà de seize fois, du contact optique des deux limbes du soleil. Ce jugement est bien plus sûr que celui que l'on porte du contact entre le fil du micromètre et le bord du soleil. Cet avantage est reconnu par tous ceux qui ont eu occasion de comparer des mesures faites au moyen d'un héliomètre ou d'un prisme à double réfraction, à celles qui ont été prises avec des fils micrométriques. L'emploi de l'horizon artificiel permet d'observer le double de chaque angle de hauteur. Quant à la division, un sextant de 10 pouces de rayon équivaut à un cercle de 3 pieds 4 pouces de diamètre, parce que, d'après le principe fondamental d'un instrument à réflexion, les demi-degrés du limbe expriment des degrés entiers. Les verniers des sextans de Troughton sont divisés de 15″ en 15″, et même de 10″ en 10″ sexagésimales. En examinant attentivement la coïncidence de plusieurs traits, on peut juger avec sûreté de la valeur de ½ ou ⅓ de partie du vernier; mais, en plein air, pendant la nuit, par une brise très-forte, on a une peine extrême à éclairer le vernier, et à éviter, malgré la bonté des loupes qui se meuvent au moyen d'une vis, les erreurs de la parallaxe.

Il est aisé de concevoir pourquoi les hauteurs circumméridiennes des étoiles, prises avec des instrumens à réflexion, ne présentent pas des résultats aussi satisfaisans que ceux que nous venons d'obtenir par l'observation du soleil. Dans les lunettes les plus fortes adaptées aux cercles répétiteurs et au mural, les étoiles de la première ou deuxième grandeur ont un disque apparent de plus de 8″ de diamètre : comme on ne peut donner aux sextans que des lunettes d'un foible grossissement, les images de ces étoiles, affoiblies et souvent défigurées par la réflexion dans les miroirs et dans l'horizon artificiel, paroissent mal terminées et d'un diamètre qui excède 15″ sexagésimales. S'il est facile de mettre en contact les deux limbes du soleil, il est presque impossible de faire coïncider avec précision les images défigurées de deux étoiles. Nous avons observé, M. Arago et moi, que, dans une lunette qui ne grossit que dix fois et qui renferme un prisme à double réfraction, on ne commence à distinguer la séparation des images d'Antarès ou d'Arcturus, que lorsque leurs centres sont éloignés de 18″ à 22″ sexagésimales. Cette expérience a été faite en tenant la lunette à la main, comme on observe généralement avec les instrumens à réflexion. Dans les lunettes du mural et du cercle répétiteur astronomique, on tâche de couper l'étoile en deux parties égales par le fil horizontal placé au foyer de l'objectif; dans les instrumens à réflexion, on n'est jamais sûr si les centres des deux images sont placés l'un sur l'autre, ou si un léger débordement de la lumière en agrandissant le disque de l'étoile ne cause pas un rayonnement latéral. C'est à ces circonstances, et aux effets de la *déviation*, qui est plus facile à éviter dans l'observation du soleil que dans celle des étoiles, qu'on doit attribuer les différences de 30 à 40 secondes, et même plus, qu'on trouve quelquefois entre les résultats des hauteurs méridiennes de plusieurs étoiles, malgré le soin extrême qu'on a pris pour vérifier l'erreur de collimation et la position de l'horizon artificiel.

Peu de voyageurs ont eu l'occasion d'éprouver ces difficultés aussi fréquemment que moi. La grande hauteur qu'atteint le soleil sous les tropiques, à son passage par le méridien, m'a forcé, pendant cinq ans, à employer les étoiles seules pour la détermination des latitudes. Rien n'est plus pénible que ces observations de nuit, lorsque dans des climats brûlans on a passé la journée à cheval, exposé à l'ardeur du soleil, et que, sous un ciel vaporeux, on a de la peine à distinguer la foible lumière des étoiles que réfléchit l'horizon artificiel. Il seroit infiniment

utile, pour les voyageurs qui parcourent la zone torride, de se munir, outre les sextans ordinaires, d'un quart de cercle à réflexion ou d'un sextant dont le grand miroir fût placé de manière que son parallélisme avec le petit miroir correspondît à un point du limbe situé à peu près à 30° au-delà du commencement de la division. Je n'ignore pas que les angles au-dessus de 100° sont singulièrement affectés de la moindre imperfection du parallélisme des surfaces du grand miroir, et qu'il seroit assez pénible de vérifier l'erreur de collimation de ces instrumens : mais ces difficultés ne sont pas insurmontables pour un observateur exercé, surtout si l'on parvient à construire des miroirs métalliques très-parfaits.

La position d'un grand nombre de points sur le globe est mal déterminée, parce que les astronomes se sont servi de quarts de cercles mobiles, difficiles à vérifier, si l'on ne peut observer à la fois les étoiles du nord et du sud. Souvent des sextans de cinq pouces de rayon ont servi à rectifier des résultats obtenus par des instrumens de dimensions très-grandes; mais dans l'emploi des instrumens à réflexion, l'imperfection des horizons artificiels est devenue une nouvelle source d'erreur. J'ai vu avec peine que, dans des expéditions destinées aux relèvemens des côtes, et dirigées par des officiers très-distingués, on se sert souvent d'un horizon de mercure, garanti de l'agitation de l'air par des verres plans dont les surfaces ne sont pas exactement parallèles. Des artistes habiles parviennent à construire des disques ou plateaux de cristal de six pouces de diamètre, noircis à la surface inférieure, et si parfaitement plans, que, même vers les bords, les erreurs n'excèdent pas 1″ à 1″,5. C'est d'un horizon artificiel de ce genre, examiné très-soigneusement par M. Trallès et par Borda, que je me suis constamment servi dans mes voyages. Il est inutile de dire que le niveau à bulle d'air, qui pourroit être beaucoup plus long que le diamètre du verre plan, doit avoir un support mobile pour pouvoir être vérifié par le retournement. C'est d'ailleurs une opération assez pénible que de caler pendant la nuit l'horizon artificiel, surtout dans l'Amérique méridionale, où, sur les bords des grandes rivières, les couches de l'atmosphère les plus voisines du sol sont remplies de *mosquitos* et d'autres insectes dont la piqûre est extrêmement douloureuse. J'ai laissé constamment le niveau placé sur le plateau : après chaque hauteur d'étoiles, j'ai fait approcher un Indien avec une torche, pour éclairer le niveau et pour juger du degré de confiance que méritoit l'observation partielle. Je ne saurois assez conseiller aux voyageurs d'employer cette précaution dans des pays où le sol est couvert de petits lézards, de scolopendres, de grosses araignées, et même d'insectes coléoptères assez forts pour déranger l'horizon artificiel. En observant Canopus, Achernar, Sirius et d'autres étoiles très-brillantes, il est bon, pendant l'observation même, d'éclairer un peu le plateau. Ce moyen, proposé par M. Trallès, m'a été très-utile; les étoiles paroissent plus petites et un peu mieux terminées. Lorsque l'air est tranquille, on observe très-bien des images réfléchies par l'eau, le mercure et l'huile. Sur les bords du Rio Negro, l'eau de la rivière, qui est couleur de café, m'a quelquefois servi d'horizon artificiel. Le mercure peut être très-utile lorsque le ciel est voilé par des vapeurs, ou qu'on est réduit à observer des étoiles de deuxième grandeur. Si j'avois eu le malheur de briser l'horizon de Caroché, je me serois servi d'une boîte en tôle construite d'après les principes de M. Köhler, à Dresde, et dans laquelle l'eau qui réfléchit l'image est renfermée de manière qu'elle ne communique avec l'air extérieur qu'au moyen de deux tuyaux mobiles et plus ou moins inclinés, selon la hauteur de l'astre observé. Dans toutes ses opérations, le voyageur doit se rendre indépendant des circonstances accidentelles; il doit se préparer à remplacer sur-le-champ un appareil par un autre qui peut remplir le même but.

Je ne doute pas que des cercles répétiteurs à réflexion, munis de verniers qui indiquent 15″ à 20″ sexagésimales, et exécutés avec la même précision que les sextans, ne soient de beaucoup préférables à ces derniers. Si l'on remarque, en examinant les observations publiées jusqu'à ce jour, que les résultats partiels de hauteurs méridiennes ou de distances lunaires obtenus par les cercles, ne s'accordent pas entre eux dans des limites plus étroites que les résultats déduits d'observations de sextans, il ne faut point en conclure que la multiplication des angles ne produit pas un avantage réel; il faut supposer plutôt que cet avantage est rendu insensible par les erreurs de la déviation et du pointé, causées, en grande partie, par le foible grossissement des lunettes qui sont adaptées aux plus beaux instrumens à réflexion de Troughton et de Le Noir. Ces erreurs s'ajoutent à chaque observation simple, elles tendent sans doute à se détruire mutuellement; mais la compensation est la même, soit que l'on emploie la multiplication des angles, ou que l'on prenne la moyenne arithmétique des hauteurs circumméridiennes obtenues par le sextant. Il résulte de là que, lorsque la somme des erreurs du pointé et de la déviation qui n'ont pas trouvé de compensation fortuite, est beaucoup plus

considérable que la somme des erreurs de la division du sextant ou des lectures multipliées de son vernier, les latitudes obtenues par le cercle à réflexion ne présenteront guère plus d'accord entre elles que celles qui ont été déterminées par le sextant. Des observateurs exercés parviennent à connoître, par la mesure du disque solaire, l'erreur de collimation des sextans, à peu de secondes près : dans les cercles à réflexion, la vérification du parallélisme des miroirs est inutile, et cet avantage est précieux pour des voyageurs qui n'ont souvent ni le loisir ni la patience de vérifier leur instrument après chaque série d'observations.

Je regrette beaucoup de n'avoir pu emporter d'Europe un cercle répétiteur astronomique. Malgré les petites imperfections qu'on lui reproche encore, cet instrument est comparable, pour la précision, aux secteurs et aux plus grands téodolites : on l'emploiera toujours avec succès lorsqu'il s'agit de déterminer des quantités angulaires très-petites. Arrivé en France, en 1798, je n'y trouvai aucun cercle dont je pusse faire l'acquisition. Je quittai Paris dans le dessein de m'embarquer pour l'Égypte, où je comptois me servir de la collection précieuse d'instrumens qui avoit été confiée à M. Nouet. Le plan de mon voyage fut subitement changé à Madrid, au commencement de l'année 1799; je me hâtai dès-lors de profiter de la permission que m'avoit accordée le gouvernement espagnol, et je partis pour l'Amérique méridionale, même sans attendre les doubles de mes instrumens de physique que j'avois déposés à Marseille. J'aurois pu employer, avec avantage, un cercle astronomique pendant mon séjour sur les côtes, en me livrant à des recherches sur la déclinaison des étoiles de l'hémisphère austral; mais je doute que, sans se briser, cet instrument eût pu arriver à Quito et au Pérou, par les chemins affreux que nous eûmes à passer en longeant le dos des Andes par Santa-Fe de Bogota, les forêts de Quindiu, Almaguer et la province de Los Pastos. Un voyageur qui voudroit vérifier la latitude très-douteuse de Quito et l'amplitude de l'arc entre Tarqui et Cotchesqui, devroit débarquer à Guayaquil en prenant la route par l'isthme de Panama ou en doublant le cap de Horn.

Quoique je connoisse, par ma propre expérience, les grands avantages qu'offrent les cercles répétiteurs astronomiques dans toutes les opérations délicates de l'astronomie et de la géodésie, je blâmerois pourtant le voyageur qui, pour l'observation des hauteurs méridiennes, croiroit pouvoir se passer entièrement de sextans ou de cercles à réflexion. Ces derniers instrumens dans des pays où le sol est couvert de petits lézards, de scolopendres, de grosses araignées, et même d'insectes coléoptères assez forts pour déranger l'horizon artificiel. En observant Canopus, Achernar, Sirius et d'autres étoiles très-brillantes, il est bon, pendant l'observation même, d'éclairer un peu le plateau. Ce moyen, proposé par M. Trallès, m'a été très-utile; les étoiles paroissent plus petites et un peu mieux terminées. Lorsque l'air est tranquille, on observe très-bien des images réfléchies par l'eau, le mercure et l'huile. Sur les bords du Rio Negro, l'eau de la rivière, qui est couleur de café, m'a quelquefois servi d'horizon artificiel. Le mercure peut être très-utile lorsque le ciel est voilé par des vapeurs, ou qu'on est réduit à observer des étoiles de deuxième grandeur. Si j'avois eu le malheur de briser l'horizon de Caroché, je me serois servi d'une boîte en tôle construite d'après les principes de M. Köhler, à Dresde, et dans laquelle l'eau qui réfléchit l'image est renfermée de manière qu'elle ne communique avec l'air extérieur qu'au moyen de deux tuyaux mobiles et plus ou moins inclinés, selon la hauteur de l'astre observé. Dans toutes ses opérations, le voyageur doit se rendre indépendant des circonstances accidentelles; il doit se préparer à remplacer sur-le-champ un appareil par un autre qui peut remplir le même but.

Je ne doute pas que des cercles répétiteurs à réflexion, munis de verniers qui indiquent 15″ à 20″ sexagésimales, et exécutés avec la même précision que les sextans, ne soient de beaucoup préférables à ces derniers. Si l'on remarque, en examinant les observations publiées jusqu'à ce jour, que les résultats partiels de hauteurs méridiennes ou de distances lunaires obtenus par les cercles, ne s'accordent pas entre eux dans des limites plus étroites que les résultats déduits d'observations de sextans, il ne faut point en conclure que la multiplication des angles ne produit pas un avantage réel; il faut supposer plutôt que cet avantage est rendu insensible par les erreurs de la déviation et du pointé, causées, en grande partie, par le foible grossissement des lunettes qui sont adaptées aux plus beaux instrumens à réflexion de Troughton et de Le Noir. Ces erreurs s'ajoutent à chaque observation simple, elles tendent sans doute à se détruire mutuellement; mais la compensation est la même, soit que l'on emploie la multiplication des angles, ou que l'on prenne la moyenne arithmétique des hauteurs circumméridiennes obtenues par le sextant. Il résulte de là que, lorsque la somme des erreurs du pointé et de la déviation qui n'ont pas trouvé de compensation fortuite, est beaucoup plus considérable que la somme des erreurs de la division du sextant ou des lectures multipliées de son vernier, les latitudes obtenues par le cercle à réflexion ne présenteront guère plus d'accord entre elles que celles qui ont été déterminées par le sextant. Des observateurs exercés parviennent à connoître, par la mesure du disque solaire, l'erreur de collimation des sextans, à peu de secondes près : dans les cercles à réflexion, la vérification du parallélisme des miroirs est inutile, et cet avantage est précieux pour des voyageurs qui n'ont souvent ni le loisir ni la patience de vérifier leur instrument après chaque série d'observations.

Je regrette beaucoup de n'avoir pu emporter d'Europe un cercle répétiteur astronomique. Malgré les petites imperfections qu'on lui reproche encore, cet instrument est comparable, pour la précision, aux secteurs et aux plus grands téodolites : on l'emploiera toujours avec succès lorsqu'il s'agit de déterminer des quantités angulaires très-petites. Arrivé en France, en 1798, je n'y trouvai aucun cercle dont je pusse faire l'acquisition. Je quittai Paris dans le dessein de m'embarquer pour l'Égypte, où je comptois me servir de la collection précieuse d'instrumens qui avoit été confiée à M. Nouet. Le plan de mon voyage fut subitement changé à Madrid, au commencement de l'année 1799; je me hâtai dès-lors de profiter de la permission que m'avoit accordée le gouvernement espagnol, et je partis pour l'Amérique méridionale, même sans attendre les doubles de mes instrumens de physique que j'avois déposés à Marseille. J'aurois pu employer, avec avantage, un cercle astronomique pendant mon séjour sur les côtes, en me livrant à des recherches sur la déclinaison des étoiles de l'hémisphère austral; mais je doute que, sans se briser, cet instrument eût pu arriver à Quito et au Pérou, par les chemins affreux que nous eûmes à passer en longeant le dos des Andes par Santa-Fe de Bogota, les forêts de Quindiu, Almaguer et la province de Los Pastos. Un voyageur qui voudroit vérifier la latitude très-douteuse de Quito et l'amplitude de l'arc entre Tarqui et Cotchesqui, devroit débarquer à Guayaquil en prenant la route par l'isthme de Panama ou en doublant le cap de Horn.

Quoique je connoisse, par ma propre expérience, les grands avantages qu'offrent les cercles répétiteurs astronomiques dans toutes les opérations délicates de l'astronomie et de la géodésie, je blâmerois pourtant le voyageur qui, pour l'observation des hauteurs méridiennes, croiroit pouvoir se passer entièrement de sextans ou de cercles à réflexion. Ces derniers instrumens qui peuvent être employés à la fois à la détermination des latitudes et à celle des longitudes, sont aussi préférables pour la facilité du transport et de l'usage journalier. Il est très-pénible d'observer seul au cercle de Borda : il l'est plus encore d'éclairer bien, en plein air, les fils du micromètre, surtout lorsqu'il souffle une brise très-forte, comme c'est généralement le cas sous les tropiques, à l'entrée de la nuit. Dans un local où l'on peut se procurer toutes les commodités désirables, et où le cercle n'éprouve pas de déplacement, les astronomes les plus exercés trouvent, entre les latitudes observées, des écarts qui excèdent trois, quelquefois même quatre secondes sexagésimales. Ces écarts ne peuvent être attribués, ni aux variations des réfractions, ni à la connoissance imparfaite des déclinaisons des étoiles; ils sont d'autant plus inquiétans que, pendant plusieurs jours de suite, on obtient des séries qui s'accordent à 1″,5 et même à 1″ près. Or, si dans un Observatoire, malgré tous les soins qu'on emploie, on peut se tromper de 3 ou 4 secondes, un voyageur qui observe tous les jours dans un endroit différent, ne doit-il pas craindre des erreurs plus grandes encore? Sous la zone tempérée, où l'on peut prendre des hauteurs méridiennes du soleil, les instrumens à réflexion peuvent donner une exactitude de 8 à 10 secondes, et nous avons déjà rappelé plus haut que, sur des cartes très-détaillées, des erreurs de 20 à 25 secondes sont encore insensibles. La bonté des observations est sans doute préférable à leur nombre, mais il ne faut pas oublier qu'elle est relative au but qu'on se propose.

Je conseillerois aux voyageurs qui parcourent l'intérieur d'un continent, pour en perfectionner la géographie, d'employer le cercle astronomique partout où les circonstances le permettent et où ils désirent atteindre une grande précision. Un cercle de huit pouces n'est guère embarrassant dans le transport, et je préférerois, avec M. Delambre (*Base du Système métrique*, T. III, p. 10), l'ancienne construction à grands niveaux mobiles. Les sextans, les quarts de cercle, les téodolites et les petits cercles de Ramsden et de Carry, dont l'usage n'est pas autant répandu qu'ils le méritent, offrent plusieurs hauteurs circumméridiennes parmi lesquelles on distingue aisément celles qui doivent être rejetées comme s'écartant trop de la moyenne. Les cercles astronomiques répétiteurs, d'après la méthode suivie généralement, ne donnent, au contraire, qu'un résultat unique. Pour obvier à cet inconvénient, on peut interrompre la série en lisant quelques verniers avant et après le passage de l'astre par le méridien.

J'ai marqué, pendant le cours de mon voyage, jour par jour, dans un journal particulier, non seulement toutes les observations, sans en excepter les angles horaires et les vérifications des instrumens, mais aussi jusqu'aux plus petites circonstances qui accompagnoient chaque observation. N'ayant pas la certitude de revoir l'Europe, je voulois mettre celui qui seroit chargé de la publication de mon travail, en état d'apprécier le degré de confiance que méritoit chaque partie considérée isolément. J'avois coutume de calculer mes observations sur les lieux, le plus souvent dans la journée même où je les couchois sur mes registres. Ces petits calculs, auxquels j'ai employé un temps qui m'eût été précieux pour d'autres travaux, me rassuroient sur l'accord des résultats obtenus: ils m'apprirent en même temps s'il étoit nécessaire de multiplier l'observation des hauteurs méridiennes et des distances lunaires, ou si je devois prolonger mon séjour dans un endroit pour vérifier la marche du chronomètre, lorsque cet instrument paroissoit avoir changé son avance ou son retard diurne. Ce sont les résultats de ces calculs provisoires qui ont été publiés avant mon retour, dans la Connoissance des temps, dans le Journal de M. de Zach et dans les *Anales de Ciencias naturales* de Madrid; ce sont eux aussi que j'ai employés en traçant, pendant mon séjour en Amérique, les cartes de l'Orénoque, de la rivière de la Madeleine, du Mexique et de plusieurs parties du royaume de Quito. Des copies de ces cartes sont restées dans les colonies espagnoles, et plusieurs fragmens en ont été gravés à mon insu. Les différences que l'on remarquera entre les positions publiées avant mon retour en Europe, et celles qu'offre le tableau placé à la tête de cet ouvrage, proviennent en grande partie de ce que je n'avois pu calculer que les deux tiers de mes observations, en employant pour les éclipses des satellites et les distances lunaires les éphémérides de Greenwich, rédigés d'après les tables de M. Delambre et de Mason, tandis que M. Oltmanns a employé l'ensemble de mes observations, les a discutées avec le plus grand soin, et les a comparées en partie à des observations correspondantes, en partie aux tables de Bürg corrigées par l'observation des hauteurs méridiennes de la lune. Les exemples suivans prouveront que les différences sont moins considérables que je n'aurois dû m'y attendre :

NOMS DES LIEUX.	D'APRÈS MES CALCULS PROVISOIRES.		D'APRÈS LES CALCULS DE M. OLTMANNS.	
	LATITUDES.	LONGITUDES.	LATITUDES.	LONGITUDES.
Barcelone............	41° 22′ 59″	....	41° 22′ 38″	....
Valence..............	39° 28′ 5″	2° 46′ 45″	39° 28′ 42″	2° 45′ 9″
La Corogne...........	....	10° 45′ 30″	....	10° 45′ 15″
Ste.-Croix de Ténériffe.	....	18° 33′ 15″	....	18° 33′ 5″
Cumana...............	10° 27′ 39″	66° 29′ 45″	10° 27′ 52″	66° 30′ 0″
La Guayra............	10° 36′ 36″	69° 20′ 10″	10° 36′ 19″	69° 27′ 0″
La Victoria..........	....	69° 45′ 12″	....	69° 50′ 42″
Calabozo.............	....	69° 58′ 5″	....	70° 10′ 40″
S. Carlos del Rio Negro.	....	70° 10′ 20″	....	69° 58′ 59″
Real Corona..........	8° 1′ 2″	67° 13′ 10″	7° 59′ 14″	67° 5′ 20″
S.Tomas de la N.Guayana	8° 8′ 24″	66° 17′. 0″	8° 8′ 11″	66° 15′ 21″
Cap-Beata.	....	73° 46′ 10″	....	73° 53′ 57″
Cap-Bacco............	....	76° 13′ 15″	....	76° 9′ 43″
Las Ranas............	....	78° 21′ 20″	....	78° 23′ 35″
Grand Cayman.........	....	83° 0′ 15″	....	82° 59′ 4″
Cap Saint-Antoine....	....	87° 16′ 7″	....	87° 17′ 22″
La Trinidad..........	21° 47′ 50″	82° 26′ 9″	21° 48′ 20″	82° 21′ 7″
Carthagène des Indes...	....	77° 49′ 12″	....	77° 50′ 0″
Mompox...............	9° 14′ 58″	76° 39′ 14″	9° 14′ 11″	76° 47′ 43″
Honda................	5° 12′ 27″	76° 57′ 10″	5° 11′ 45″	77° 13′ 7″
Santa-Fe de Bogota....	4° 36′ 16″	76° 22′ 20″	4° 35′ 48″	76° 34′ 8″
Ibagué...............	....	77° 42′ 0″	....	77° 40′ 0″
Popayan..............	2° 25′ 33″	78° 49′ 0″	2° 26′ 18″	79° 0′ 9″
Alausi...............	2° 13′ 20″	....	2° 13′ 22″	....
Tomependa............	5° 31′ 4″	80° 41′ 10″	5° 31′ 4″	80° 56′ 37″
Lima.................	12° 3′ 3″	79° 7′ 8″	12° 2′ 34″	79° 27′ 45″
Guayaquil............	....	81° 55′ 4″	....	82° 18′ 10″
Acapulco.............	16° 50′ 57″	102° 8′ 15″	16° 50′ 53″	102° 9′ 33″
Mescala..............	17° 55′ 59″	101° 52′ 10″	17° 56′ 4″	101° 52′ 39″
Mexico...............	19° 26′ 2″	101° 22′ 30″	19° 25′ 45″	101° 25′ 30″
Guanaxuato...........	21° 0′ 8″	103° 18′ 0″	21° 0′ 15″	103° 15′ 0″
Valladolid...........	19° 42′ 15″	103° 4′ 0″	19° 42′ 0″	103° 12′ 16″
La Puebla............	19° 0′ 12″	....	19° 0′ 15″	....
Xalapa...............	19° 30′ 34″	....	19° 30′ 8″	....
Cime du Coffre.......	19° 29′ 6″	....	19° 28′ 57″	....
Havane...............	23° 8′ 17″	84° 43′ 14″	23° 8′ 15″	84° 42′ 15″

Ce tableau embrasse les points les plus éloignés les uns des autres, et dont les longitudes devoient par conséquent être le plus affectées du manque de précision dans les calculs chronométriques. Les différences sont peu considérables et généralement beaucoup moindres que l'erreur des tables lunaires dont je me suis servi. Malgré l'exactitude que l'on peut atteindre, même sans employer des observations correspondantes, et en ne faisant usage que des éclipses du premier satellite de Jupiter, comparées aux tables de Delambre, et des distances lunaires calculées d'après les tables de Bürg, les voyageurs feroient mieux de communiquer aux astronomes de l'Europe le détail de leurs observations, que des résultats de calculs faits généralement avec trop de précipitation. Ils devroient surtout s'abstenir de perpétuer des résultats provisoires, en les gravant sur des rochers ou sur des monumens qui peuvent survivre à une longue suite de siècles. Bouguer et La Condamine, dans la table de marbre qu'ils avoient fait placer au collége des Jésuites à Quito, et que j'y ai trouvée encore en 1803, indiquèrent cette ville par les 81° 22′ de longitude; et, neuf ans après leur retour en Europe, ils regardèrent cette détermination comme fausse d'un degré. (*Voyez* plus bas Vol. II, p. 319). Cet exemple d'une erreur astronomique perpétuée par une inscription, n'a malheureusement pas garanti du même danger des voyageurs plus modernes.

Les navigateurs, en publiant leurs travaux astronomiques, ont pris des routes très-différentes. Les uns ont présenté leurs observations originales sans les soumettre au calcul; c'est la marche suivie en grande partie dans les recueils des observations de Cook, de Wales, de Niebuhr et de Maskelyne. (*Voyage to Barbados, Phil. Trans.* 1764, p. 389. *Oltmanns Unters. über die Geogr.*, Th. I, S. 446). D'autres voyageurs n'ont publié que les résultats de leurs calculs, ou des termes moyens déduits de plusieurs centaines d'observations de distances lunaires. Telle est la méthode qui a été suivie dans la rédaction de l'excellent travail astronomique de Vancouver, méthode dans laquelle les erreurs de l'observation se confondent avec celles qui naissent de l'imperfection des tables employées. Quelles différences ne trouveroit-on pas dans la position de plusieurs points très-importans pour les navigateurs, si on pouvoit recalculer, d'après les tables de Bürg, des observations qui avoient été rédigées d'après les tables de Mason? J'ai pensé que, pour rendre mon voyage utile aux géographes et aux navigateurs, je devois présenter à la fois mes observations originales et les résultats des calculs de M. Oltmanns; j'ai cru nécessaire de publier tout le détail de mes travaux, parce qu'en me voyant occupé de plus d'un genre de recherches à la fois, on auroit pu soupçonner que les résultats offerts dans cet ouvrage étoient déduits d'un très-petit nombre d'observations. J'ai visité, dans l'intérieur de l'Amérique méridionale, surtout entre l'Orénoque et la rivière des Amazones, dans le royaume de la Nouvelle-Grenade, dans les Cordillères du Pérou et du Mexique, des contrées où jamais instrument astronomique n'avoit été porté : j'ai trouvé fausse d'un degré la latitude du fort de San Carlos del Rio Negro, situé près de la limite septentrionale du Brésil; nous avons fait voir, M. Oltmanns et moi, que les erreurs en longitude s'élèvent, à l'Orénoque, à 2°; à Quito, à 0° 50′; à Mexico, à 1° 30′. Dans de pareilles circonstances, il m'a semblé indispensable de mettre les astronomes en état de juger par eux-mêmes si les nouvelles déterminations reposent sur des fondemens solides.

En publiant des résultats qui diffèrent considérablement de ceux qui ont été adoptés jusqu'à ce jour, il est utile de discuter les observations anciennes, et d'examiner l'influence qu'elles ont eue sur la construction des cartes. C'est dans ce genre de discussions que M. Oltmanns a déployé autant de critique que de sagacité. On est agréablement frappé de voir que d'anciennes observations, comparées à nos tables astronomiques, et soumises à un calcul plus soigné, confirment les observations les plus récentes et conduisent à des résultats dont elles paroissoient d'abord s'éloigner considérablement. Les longitudes de Quito, de Lima et de Carthagène fournissent des exemples frappans de cet accord. C'est par le calcul et par une sage critique que la géographie peut se perfectionner progressivement : elle profitera, au contraire, très-peu des progrès de l'astronomie et du zèle des voyageurs, si l'on continue à publier de nouvelles cartes sans les accompagner d'analyses raisonnées, si l'on donne la préférence à une position, simplement parce qu'elle a été déterminée dans le voyage le plus récent, et si l'on forme des tableaux de latitudes et de longitudes sans indiquer, ni les sources dans lesquelles on a puisé les matériaux, ni les causes qui ont motivé les corrections. Dans la mer des Antilles, dans l'Océan pacifique, et sur la côte nord-ouest de l'Amérique, la majeure partie des positions ne se fonde pas sur l'observation des phénomènes célestes, mais sur le simple transport du temps, au moyen des chronomètres. Chaque point, par conséquent, y est dépendant d'un autre, et l'on ne sauroit changer les longitudes du Fort-Royal de la Martinique, du port d'Espagne de l'île de la

Trinité, d'Otahiti ou de Noutka, sans changer en même temps des centaines de points qui y ont été liés chronométriquement. Cette liaison mutuelle est devenue, pour ainsi dire, un nouvel obstacle au perfectionnement de la géographie; car il n'y a que le très-petit nombre de savans qui connoissent en détail les fondemens astronomiques des cartes publiées jusqu'ici, qui puissent employer des corrections partielles sans risquer de commettre des erreurs plus graves que celles qu'on veut éviter (*Essai polit. sur la Nouvelle-Espagne*, Vol. II, p. 860).

La montre de longitude n. 27, dont je me suis servi pendant six ans, étoit un chronomètre de poche de première qualité, construit par M. Louis Berthoud. Cet instrument avoit été pendant long-temps entre les mains de Borda, qui me l'avoit recommandé particulièrement. M. Thulis, directeur de l'observatoire de Marseille, l'ayant comparé au passage des étoiles par la lunette méridienne, a trouvé qu'il avançoit chaque jour sur le temps moyen :

du	4— 5 novembre 1798	de 1″,5
	5— 6	1″,5
	6— 7	2″,0
	7—11	1″,4
	11—14	1″,8
	14—15	2″,0
	15—16	1″,5
	16—17	2″,0
	17—18	2″,2
	18—25	1″,2
	25—28	0″,7
	28— 1.er décembre	0″,7
	1— 9	1″,3.

Les écarts, pendant plus d'un mois, n'ont par conséquent pas été au-delà d'une demi-seconde autour de la moyenne, quoique le chronomètre ait été quelquefois porté dans différentes positions, et que la température de l'air ait varié de plus de 15° du thermomètre de Réaumur. Si, pendant cet intervalle, le garde-temps a fait des sauts, que j'ai remarqués également dans les meilleurs chronomètres d'Arnold, dont j'ai examiné la marche, ces légères irrégularités se sont compensées si complétement, qu'après trente-cinq jours, en supposant une avance diurne de 1″,51, le chronomètre avoit conservé le temps moyen à une seconde près. La marche de cet instrument a été généralement très-bonne tant sur mer que pendant les navigations que nous avons exécutées, M. Bonpland et moi, dans des canots étroits, sur l'Orénoque, le Cassiquiare, le Rio Negro, l'Atabapo, la rivière des Amazones et celle de la Madeleine. J'ai trouvé la longitude du Mole de Sainte-Croix de Ténériffe, de $1^h\ 14'\ 12'',3$; sa véritable longitude paroît être $1^h\ 14'\ 15''$. Voici l'accord que j'ai obtenu à d'autres atterrages, après des traversées de trente à quarante jours :

NOMS DES LIEUX.	LONGITUDE d'après le chronomètre de Louis Berthoud, n.° 26.	LONGITUDE déduite de l'observation des phénomènes célestes.
Cumana............. (*après quarante jours de navigation et le voyage à la cime du Pic de Ténériffe*).	$4^h\ 26'\ 4''$	$4^h\ 26'\ 0''$
Havane............. (*après vingt-six jours de navigation*).	$5^h\ 38'\ 40''$	$5^h\ 38'\ 52''$
Carthagènes des Indes.. (*après vingt-deux jours de navigation*).	$5^h\ 11'\ 11'',8$	$5^h\ 11'\ 20'',0$
Acapulco............. (*après trente-six jours de navigation*).	$6^h\ 48'\ 59'',8$	$6^h\ 48'\ 58'',2$

Je n'ai choisi que des atterrages faits sur des points dont la longitude est sûre, à moins de 8 ou 10 secondes en temps. En Espagne, malgré le cahotement des voitures, le chronomètre n. 26 avoit donné les longitudes de Barcelone, de Valence et du Ferrol, à $5'',3$; $0'',3$ et $1'',9$ près. Pendant que j'ai levé la carte de l'Orénoque et de son embranchement avec le Rio Negro, depuis le 16 avril jusqu'au 9 juillet 1800, le retard diurne du chronomètre n'a varié que de $27'',9$ et $28'',5$. Comme j'ai observé deux fois, aux grandes cataractes d'Atures et de Maypures, en allant au fort de San Carlos, et en revenant, M. Oltmanns a pu tenir compte des erreurs les plus légères provenant des inégalités dans la marche du garde-temps.

(Vol. I, p. 264 et 271). Je crois pouvoir recommander cette méthode aux ingénieurs-géographes qui se servent de chronomètres en relevant le cours des rivières dont les embranchemens multipliés occupent un espace de terrain considérable. Rien de plus facile, lorsque la direction d'un grand fleuve est bien déterminée, que de rectifier la topographie des pays voisins. Pendant ma navigation sur la rivière de la Madeleine, le retard diurne du garde-temps a été constamment entre $23'',8$ et $24'',5$. A Santa-Fe de Bogota, l'horloge a donné pour la longitude $5^h\ 6'\ 26''$, tandis que les phénomènes célestes ont donné $5^h\ 6'\ 16'',5$.

Mais la marche de cet instrument a été beaucoup moins régulière dans le voyage aux montagnes de Caripé, dans le trajet de Cumana à la Guayra et sur le dos des Cordillères, d'Ibagué à Quito, et de Valladolid à Toluca. On ne sauroit être surpris de ces irrégularités lorsqu'on pense que tous ces voyages ont été faits sur des mulets, par les chemins les plus affreux, et lorsqu'on réfléchit sur les variations de température auxquelles un chronomètre est exposé en passant dans la même journée du sommet glacé des Andes aux vallées les plus étroites et les plus brûlantes. M. Oltmanns a distingué, dans ses calculs chronométriques, les jours de repos et les jours où l'instrument a été fortement agité. MM. Schulten et Jungnitz ont aussi reconnu la nécessité de cette distinction dans l'usage de deux chronomètres d'Arnold et de Brocksbank. (*Kon. Svenska Vet. Acad. Nya Handl*, 1799, S. 118). D'autres astronomes, dont le jugement est d'un très-grand poids dans cette matière, pensent au contraire qu'il ne faut point l'admettre (*Zach, Monatl. Corresp.* B. 19, S. 559). Heureusement cette incertitude n'a aucune influence sur les observations que j'ai faites en remontant les rivières de l'Amérique.

J'aurois préféré de donner au garde-temps une suspension de Cardan, et de le faire porter par un Indien, comme je l'ai fait pour le baromètre pendant une grande partie du voyage : mais dans ces pays déserts et sauvages, on risque à chaque instant d'être séparé de ses mulets de charge, et des Indiens qui les accompagnent à pied. Le seul moyen d'éviter que le chronomètre ne s'arrête, est de l'avoir constamment sur soi. En bivaquant au milieu des forêts, avec quatorze ou quinze indigènes qui, par le rapprochement des arbres, se trouvent resserrés dans un espace extrêmement étroit, le voyageur est forcé de placer dans son hamac tout ce qu'il a de plus fragile : l'horizon artificiel, les thermomètres, et le garde-temps. Ce dernier instrument se trouve alors dans des positions obliques ou renversées qui altèrent sensiblement son retard ou son avance diurnes. J'ai tâché de diminuer les erreurs qui peuvent naître de ces circonstances désavantageuses, en multipliant le nombre des angles horaires et en m'occupant sans cesse à étudier la marche de l'instrument. A l'exception des chronomètres envoyés récemment de Pétersbourg à Kiachta, aucun n'a fait un voyage de terre aussi long que le mien; aucun n'a été exposé à des secousses plus fréquentes, à des changemens de climats plus brusques : cependant, après cinq ans de marche, le chronomètre de Louis Berthoud, n. 27, a encore donné, aux mois de novembre et de décembre 1802, pour la différence de longitude entre Lima et le Port du Callao, dans trois différens essais, 28",6; 31",2 et 27",8 (Vol. II, p. 428). La véritable différence est de 28",0.

La variation progressive dans le retard et dans l'avance des garde-temps, exige une attention continue de la part du voyageur : elle s'observe aussi dans l'usage des montres marines. On en trouve des exemples fréquens dans toutes les relations de voyages qui ont paru jusqu'à ce jour, depuis Cook et Vancouver jusqu'aux époques les plus récentes. D'excellens chronomètres d'Arnold, de Kendall, de Berthoud et de Pennington, après avoir eu une marche très-uniforme pendant des mois entiers, changent leur retard diurne de 7, 8, 10 secondes et même plus. Si, après une navigation de quelques mois, on n'a pu vérifier la marche des montres par un temps de calme prolongé, au moyen de distances lunaires calculées d'après les tables de Bürg, ou par le relèvement de quelque île dont la position est exactement connue, les horloges donnent, au moment de l'atterrage, des longitudes qui s'écartent entre elles de plus de 2 à 3 minutes en temps. C'est alors que le voyageur est forcé de recourir à des hypothèses sur l'uniformité de l'accélération progressive, et que des mêmes observations il peut tirer des résultats très-différens. Quelquefois aussi une même cause agit sur plusieurs chronomètres à la fois. J'ai rapporté, dans un autre endroit (*Essai polit. sur le Mexique*, Vol. I, p. LXXXI, note 3), que dans le voyage de Malaspina à la côte nord-ouest de l'Amérique, quatre garde-temps d'Arnold donnoient, à 9' en arc près, une longitude qui différoit de la véritable de plus de 37'. M. de Krusenstern, qui a discuté avec beaucoup de sagacité ses propres observations et celles du savant astronome de son expédition, M. Horner, cite un exemple analogue à celui sur lequel nous venons de fixer l'attention des navigateurs (*Reise um die Welt auf den Schiffen Nadeshda und Newa. Petersb.* 1810, T. I, S. 210). En général, la confiance qu'inspire l'accord entre des séries de distances lunaires, est bien supérieure à celle que donne l'accord de plusieurs garde-temps. Ces instrumens ne sont vraiment utiles à la géographie qu'entre les mains de ceux qui les emploient avec une extrême circonspection.

Quant à la détermination absolue du temps, un voyageur, sans être muni d'une lunette méridienne, peut atteindre, au moyen de hauteurs correspondantes prises avec des sextans, à la précision d'une seconde et souvent d'une demi-seconde. On trouvera plus bas (Vol. I, p. 3, 46, 51, 53, 57; Vol. II, p. 195, 419, 519) de fréquentes preuves de cette assertion. La rapidité avec laquelle, sous les tropiques, le soleil s'élève sur l'horizon, contribue à l'exactitude des angles horaires. Des hauteurs absolues donnent, lorsque l'astre n'est pas très-éloigné du premier vertical, une précision de trois et même de deux secondes. (Vol. I, p. 45, 214, 216, 251; Vol. II, p. 253, 361, 413.)

Pour connoître la limite des erreurs des hauteurs circumméridiennes prises avec les sextans, pendant le cours de mon voyage, j'ai noté, pour chaque série, les écarts de la moyenne, excepté dans les cas où une seule hauteur différoit de 20 à 25 secondes, tandis que toutes les autres s'accordoient à 6 ou 7 secondes. J'ai trouvé que sur 970 hauteurs il y en avoit 685 qui s'écartoient de moins de 20"; et 440 qui s'écartoient de moins de 14". Ces écarts ne sont sans doute pas très-considérables pour des instrumens à réflexion. Les réductions au méridien étant fréquemment assez fortes, la précision avec laquelle le temps a été marqué, influe beaucoup sur le résultat. C'est M. Bonpland qui a généralement compté la seconde au chronomètre, et les feuilles suivantes prouveront que, par amitié pour moi, il a souvent passé les nuits à veiller, lors même que le ciel étoit couvert de brumes et de nuages.

Parmi les hauteurs circumméridiennes qui offrent des écarts autour de la moyenne au-dessus de 14", il y en a encore au delà de la moitié dont le *maximum* d'erreur est entre 15" et 28". Mais en comparant les résultats tirés de plusieurs séries, soit de la même étoile, soit d'étoiles différentes, les écarts sont généralement plus grands que ceux qu'offre une seule série. En examinant les latitudes obtenues dans le même endroit, par 6, 8 ou 10 étoiles (par exemple, à Cumana, Caraccas, Carthago, Popayan, Santa-Fe et Lima), j'ai trouvé, non sans regret, que les limites des erreurs autour de la moyenne s'élèvent à 16 ou 20 secondes, et quelquefois, sous des circonstances moins avantageuses, à plus de 25 secondes. Les causes de ces anomalies, que M. Schubert a aussi observées dans son voyage à Irkoutsk, sont probablement la position de l'horizon artificiel qui est plus ou moins parfaitement calé, le manque de parallélisme des surfaces du grand miroir, la grandeur différente des étoiles, leur disque plus ou moins bien terminé, et quelquefois l'incertitude de l'erreur de la collimation. L'imperfection du grand miroir affecte naturellement bien plus les astres qui atteignent une hauteur considérable que ceux qui se présentent sous des angles plus petits. Mais l'erreur du résultat définitif qui est la moyenne de toutes les hauteurs, n'atteint pas de beaucoup le nombre de secondes que présentent les écarts extrêmes, comme le prouvent les latitudes de cinq villes dont la position est connue avec beaucoup de précision. A Barcelone, à Madrid, à Valence, à Cumana et à la Havane, les résultats de mes observations s'accordent avec les vraies latitudes à 8″, 9″, 7″, 11″ et 10″ près. Celles de Valence et de Madrid (Vol. I, p. 12 et 19) n'ont cependant été déterminées par des cercles astronomiques répétiteurs, que plusieurs années après mon départ d'Europe.

Je n'ai point cité, parmi les causes qui influent sur la différence des résultats tirés des observations de plusieurs étoiles, l'incertitude des déclinaisons. Quoique ces incertitudes s'élèvent jusqu'à quatre ou cinq secondes sexagésimales, même en comparant le catalogue de M. Piazzi au catalogue le plus récent, celui de M. Pond, elles disparoissent dans des observations de sextans : mais il est important d'examiner si le mouvement propre des étoiles peut rendre sensiblement différentes les latitudes obtenues par des étoiles australes et boréales.

L'astronomie offre plusieurs exemples de changemens qui, par leur petitesse extrême, échapperoient à nos observations, si, dans un long espace de temps, leur accumulation progressive ne les rendoit pas susceptibles d'être déterminés avec exactitude. De ce nombre est le déplacement des étoiles, sur lequel Jacques Cassini, Mayer, Lalande, Maskelyne, Herschel, et plus récemment encore MM. Prevost, Maurice et Schubert, ont fait des recherches intéressantes. Les mouvemens propres, les plus considérables en déclinaison, sont ceux d'Arcturus, de Sirius, de Procyon, de A d'Ophiuchus, de δ de l'Éridan et de f du Sagittaire. Ils s'élèvent, en comparant les observations de Mayer et de Piazzi, pour Arcturus, à 1″,97 ; pour Sirius, à 1″,24, et pour Procyon, à 0″,95. On a cru pouvoir rendre raison de ces mouvemens en déclinaison combinés à ceux en ascension droite, en supposant un mouvement de translation de notre système planétaire vers

λ d'Hercule, et l'on a regardé les changemens considérables observés dans la position des étoiles les plus brillantes comme une preuve de leur plus grande proximité à la terre. Mais MM. Piazzi, Schubert et Biot ont prouvé que cette hypothèse est inadmissible, et que les mouvemens apparens des étoiles ne sont pas dirigés vers une même région du ciel. Quoique un très-grand nombre des étoiles visibles en Europe paroisse avancer vers le Sud, il y en a aussi plusieurs qui marchent dans une direction opposée. De plus, des mouvemens annuels en déclinaison, qui dépassent 0″,8 à 0″,9, ont été observés parmi les étoiles de grandeur très-différente. Des astres non moins brillans qu'Acturus et Procyon, par exemple, Capella, Rigel, α du Cygne, α de la Vierge et Régulus, n'ont que 0″,41, 0″,03, 0″,09, 0″,05 et 0″,01 de mouvement propre.

On a souvent agité la question si, depuis le milieu du dernier siècle, époque à laquelle Lacaille a fait son catalogue des étoiles de l'hémisphère austral qui ne sont pas visibles en Europe, les positions de ces étoiles ont subi des changemens considérables. Dans les deux Indes, un grand nombre de positions ont été déterminées par l'observation des hauteurs méridiennes de Canopus, d'Achernar et des belles étoiles de la Croix du Sud. Comme des changemens en déclinaison très-sensible ont été observés en Europe parmi les étoiles de première grandeur, on pourroit craindre que dans l'hémisphère austral il n'y ait, dans les constellations du Vaisseau, du Centaure, de la Croix et de l'Éridan, des étoiles dont le mouvement propre excède celui d'Arcturus. En supposant que Canopus, α du Centaure et Achernar, ne changeassent leur distance polaire que de la même quantité qui a été observée dans Arcturus, Sirius et Procyon, les latitudes calculées en 1802, d'après le catalogue des déclinaisons de Lacaille, corrigé par la variation annuelle, devroient être fausses de 52″ et même de 1′ 42″.

Les recherches sur les mouvemens propres des étoiles conduisent à des résultats d'autant plus certains, que l'on peut comparer des observations faites à des époques plus éloignées les unes des autres. La durée du temps supplée en ce cas à la précision de l'observation. Un astronome qui examineroit aujourd'hui la position des étoiles australes auroit le grand avantage sur Wales, Bayly et Cook, d'être deux fois plus éloigné qu'eux de l'époque du voyage de Lacaille au cap de Bonne-Espérance. J'ai cru devoir insister sur cette considération pour prouver que, sans être muni d'un cercle astronomique répétiteur, un voyageur peut faire disparoître une grande partie des doutes que l'on a élevés depuis si long-temps sur le déplacement des étoiles australes en déclinaison. Une erreur de 15″ ou 20″, répartie sur cinquante-deux ans, ne rend encore douteux le mouvement propre que de 0″,29 ou de 0″,38.

J'ai observé, dans les régions équinoxiales, les belles étoiles du Vaisseau, du Centaure, de la Croix australe, du Paon, de l'Éridan et de la Grue. J'ai eu soin, aussi souvent que l'occasion s'en est présentée, surtout à Santa-Fe de Bogota et sur les bords de la mer du Sud, de prendre, dans les mêmes lieux, les hauteurs méridiennes des étoiles boréales, dont le mouvement propre est assez exactement connu. Cette comparaison ne m'a pas offert des différences de latitude d'une minute ou d'une minute et demie, comme on devroit nécessairement les obtenir, si Canopus, Achernar ou α de la Croix australe avoient un mouvement propre, égal à celui de Sirius, de Procyon et d'Arcturus. J'incline à croire qu'aucune des dix grandes étoiles de l'hémisphère austral que j'ai observées, n'a au delà de 0″,5 à 0″,6 de mouvement propre par an. Pour infirmer ce résultat, il faudroit admettre des erreurs d'observation qui n'ont aucune probabilité. Le mouvement propre de Canopus est au moins trois fois plus petit que celui d'Arcturus : il paroît égal à celui de la plupart des étoiles de la quatrième ou cinquième grandeur. Cependant, en comparant la lumière de Canopus à celle de Sirius, je l'ai trouvée en raison de 98 à 100. Après Canopus, α du Centaure est l'étoile la plus belle du ciel austral, l'intensité de sa lumière étant à celle de Procyon, comme 96 à 88. La différence de lumière entre Achernar et Fomahault me paroît exactement la même que celle qu'on observe entre Sirius et Canopus.

S'il est facile de reconnoître, par mes observations et par celles des officiers espagnols embarqués sur les corvettes de Malaspina (*Espinosa, Memorias astronomicas*, T. I, p. 8 et 48), que le mouvement propre des grandes étoiles australes, dont Lacaille a déterminé la position, n'approche pas de celui d'Arcturus, de Sirius, de A d'Ophiuchus ou de Procyon, il n'est pas également aisé de prononcer sur la quantité et la direction de ce mouvement. J'ose me flatter que, revoyant un jour cette belle partie du ciel, je pourrai, muni d'un cercle répétiteur astronomique et d'une lunette méridienne, résoudre cette question, qui est plus importante encore pour la connoissance du système du monde que pour l'astronomie pratique. Il m'a paru qu'en discutant avec soin les hauteurs méridiennes que j'ai prises à Santa-Fe de Bogota, à Carthago et à Lima, et en comparant les latitudes obtenues par Canopus, α et β du Centaure, α et β de la Grue, Achernar et l'œil du Paon à celles déduites des observations de Wega, α du Cygne et Sirius, on remarque une petite diminution dans la déclinaison des grandes étoiles australes que je viens de nommer. En tenant compte de la précession, de l'aberration et de la nutation, les étoiles australes ont donné, dans l'hémisphère boréal, des latitudes un peu trop foibles, tandis que ces dernières ont paru trop fortes dans l'hémisphère austral. Il est plus sûr de discuter la direction moyenne de la somme des mouvemens propres en déclinaison, que d'assigner à chaque astre ce qui lui appartient individuellement.

M. Ferrer croit avoir trouvé que le petit mouvement propre de Canopus est dirigé vers le nord, comme celui de Wega et d'Atair. La quantité de ce mouvement propre lui a paru de 0″,17. Son observation paroît mériter toute confiance : elle a été faite avec un cercle à réflexion de Trougthon de 10 pouces de diamètre, placé sur un pied, et muni de trois verniers divisés de 10 en 10 secondes. M. Ferrer a pris, dans un endroit dont la latitude est exactement connue, non seulement les hauteurs circumméridiennes de Canopus et de Sirius, mais aussi des distances d'une étoile à l'autre : les résultats s'accordent à moins d'une seconde, et il trouve, le 1.er janvier 1808, pour la déclinaison moyenne de Canopus, 52° 35′ 34″,9; pour celle de Sirius, 16° 27′ 36″,8. (*Trans. of the American Soc.*, Vol. VI, p. 265 et 349.) J'ai vérifié ce calcul, en supposant exactes, non les déclinaisons absolues dépendantes de la latitude, mais la différence de déclinaisons de Sirius et de Canopus. Lacaille, dans son admirable ouvrage *Astronomiæ Fundamenta*, p. 173 et 178, donne, pour la distance zénithale de Canopus, réduite au 1.er janvier 1750, 18° 38′ 27″,0; pour celle de Sirius, 17° 31′ 16″,3. Ce résultat se fonde sur quinze observations de Canopus, qui ne s'écartent pas au delà de 2″ et 2″,5 autour de la moyenne; de plus, l'examen approfondi que M. Delambre a fait des déclinaisons déterminées par Lacaille, prouve que cette partie de ses observations, comme toutes les autres, offrent la plus grande précision. Sirius et Canopus se trouvant, pour l'horizon du cap de Bonne-Espérance, placés au nord et au sud du zénith, il en résulte que la distance des étoiles, augmentée de la réfraction qui n'est point comprise dans les réductions (*Astron. Fund.*, p. 160), est de 36° 10′ 25″,9. Cette distance doit diminuer progressivement, et par l'effet de la précession des équinoxes qui est plus sensible sur Sirius que sur Canopus, et par le mouvement propre de la première de ces étoiles qui est dirigée vers le Sud. En supposant ce mouvement propre de 1″,24, et la variation annuelle de 3″,05 pour Sirius, et de 1″,65 pour Canopus, il en résulte que la distance des deux étoiles devoit être, le 1.er janvier 1808, de 36° 7′ 52″,8. Or, M. Ferrer l'a trouvée de 36° 7′ 58″,1; d'où il s'ensuivroit que Canopus, par l'effet d'un mouvement propre vers le Sud, s'est éloigné de 4″,2 en cinquante-huit ans, si le mouvement propre de Sirius étoit connu avec assez d'exactitude pour que, dans un si long intervalle, on pût répondre d'une si petite quantité. Cette petitesse du mouvement propre de Canopus doit d'autant moins nous surprendre, que Rigel, Régulus, Aldebaran, et d'autres belles étoiles visibles dans nos climats n'en ont pas de plus grands. En général, sur 500 de ces étoiles qui ont été examinées avec soin, il n'y en a que 36 dont le mouvement propre excède 0″,3 par an (*Zach, Tabulæ spec. aberrat.*, 1806, p. 66. *Conn. des temps pour l'an* 1808, p. 354. *Schubert theoret. Astronomie*, 1798, T. II, S. 52). Mais pour distinguer ces mouvemens propres des mouvemens parallactiques, pour reconnoître ce qui appartient au déplacement des étoiles ou à celui de notre système, il faut avoir recours à des hypothèses sur la grandeur et sur la distance relative des astres, peu admissibles dans l'état actuel de nos connoissances.

M. Ferrer a trouvé, le 27 janvier 1808, par dix séries, la distance de Sirius à Canopus, corrigée de la réfraction, de 36° 17′ 19″,4. Je l'avois fixée à Lima (lat. 12° 2′ 34″), le 2 décembre 1802, à 9^h 17′ 10″, temps moyen, à 36° 16′ 42″. La distance apparente de Canopus à Achernar étoit, à 9^h 11′ 2″, de 39° 23′ 20″; celle de α et β de la Grue, à 9^h 25′ 40″, de 5° 50′ 48″. Ces distances observées sont dégagées de l'erreur de collimation, mais non de l'effet de la réfraction. C'est par une triangulation semblable que Riccioli et Hevelius ont commencé à lever la carte du ciel étoilé. En se servant d'instrumens à réflexion, il est extrêmement difficile d'éviter les erreurs de la déviation, à moins qu'on n'emploie un diaphragme d'une si petite ouverture que le champ libre de la lunette soit réduit, comme dans quelques sextans de Troughton, au centre de l'objectif seul.

Les observations renfermées dans ce Recueil ont été rangées dans un ordre chronologique. Elles ont pour objet, ou la détermination astronomique des

lieux en latitude et en longitude, le nivellement du sol (Vol. I, p. 284-376), et le décroissement du calorique considéré sous le rapport de son influence sur les variations de la réfraction près de l'horizon (Vol. I, p. 107-156). Les déterminations astronomiques embrassent la partie de l'Amérique équinoxiale renfermée entre les 12° de latitude australe, et les 23° de latitude boréale; nommément, l'intérieur des provinces de la Nouvelle-Andalousie et de la Nouvelle-Barcelone; les vallées de Caracas et d'Aragua; les *steppes* ou prairies (*Llanos*) qui s'étendent depuis les montagnes de Guigué jusqu'aux forêts de la Guiane espagnole; les bassins des rivières de l'Apuré, de l'Orénoque, du Cassiquiaré et du Rio Negro; l'île de Cuba et les îlots qui l'avoisinent; la rivière de la Madeleine; les Cordillères de la Nouvelle-Grenade; la vallée du Rio Cauca; les provinces de Popayan et de Los Pastos; les Andes de Quito et du Pérou; la province de Jaën de Bracamoros, entre les rives du Chamaya et de la rivière des Amazones, et une partie du royaume de la Nouvelle-Espagne. Au milieu d'une nature sauvage, dans des forêts où les habitations des hommes n'ont encore que très-peu de stabilité, j'ai tâché d'observer soit à l'embouchure des rivières, soit au pied de quelque rocher remarquable, partout où il y a des points faciles à reconnoître.

En considérant la longueur du chemin que j'ai eu à parcourir, on ne sera pas surpris de voir que je n'ai pu qu'ébaucher, pour ainsi dire, la carte des pays que j'ai traversés. Il faudroit une longue suite d'années pour lever en détail le plan de l'Orénoque ou du Rio de la Magdalena. Les travaux que MM. Ellicot et Dunbar ont exécutés sur les rives du Mississipi, ceux que des ingénieurs françois ont faits sur les bords du Nil, peuvent être regardés comme des modèles en ce genre. La géographie ne profite généralement que très-tard des secours que lui offrent les observations des voyageurs, si ces derniers ne prennent soin de tracer eux-mêmes la carte de leurs routes. Les observations les plus précises restent enfouies dans des ouvrages d'astronomie, et les cartes les plus récentes et les plus accréditées perpétuent des erreurs qui ont été relevées depuis long-temps. C'est ainsi, comme je l'ai fait voir dans un autre endroit, que sur la grande carte des Indes occidentales publiée par Arrowsmith en 1803, malgré les belles observations de MM. Ferrer et Isasvirivil, tous les endroits placés entre Mexico et la Vera-Cruz, se trouvent jetés comme au hasard (*Essai politique sur la Nouvelle-Espagne*, Vol. I, p. XXVI).

Depuis que l'impression de ce *Recueil* a été terminée, j'ai reçu, par la bienveillance de l'amiral Don Josef Mazaredo, qui a tant contribué aux progrès de l'astronomie nautique, l'analyse raisonnée des cartes publiées par le *Deposito hidrografico de Madrid.* Cet ouvrage important, rédigé par le chef d'escadre, Don Josef Espinosa, porte le titre de *Memorias sobre las observaciones astronomicas hechas por los Navegantes Españoles en distintos lugares del Globo* (deux volumes *in-4°*, *Madrid*, 1809): il offre les observations originales faites dans les expéditions mémorables de Malaspina, Churruca, Fidalgo, Galiano et Cevallos qui, depuis l'année 1788, ont changé, pour ainsi dire, la géographie des côtes de l'Amérique. Comme les navigateurs espagnols, munis d'instrumens plus nombreux et plus parfaits, ont fixé la position d'un grand nombre de points que j'ai déterminés dans mon voyage, nous avons eu la satisfaction, M. Oltmanns et moi, de voir confirmer la majeure partie des résultats auxquels nous nous sommes arrêtés. Cet accord est d'autant plus rassurant que les longitudes ont été obtenues par des méthodes très-différentes, et que les points les plus importans pour la géographie de l'intérieur de l'Amérique ont été rapportés à des caps, à des ports ou à des villes placés près des côtes. Comme l'ouvrage de M. Espinosa, et celui que nous publions en ce moment, renferment à peu près tout ce que nous savons jusqu'à ce jour sur la géographie astronomique de la Péninsule et des colonies espagnoles, il sera utile de consigner ici le tableau comparatif des points les plus remarquables pour lesquels nos résultats s'accordent d'une manière satisfaisante. J'indiquerai, en même temps, les différences que l'on observe entre le tableau des latitudes et des longitudes inséré dans ce *Recueil*, et celui que renferme l'intéressant ouvrage de M. Espinosa. Ces différences doivent fixer l'attention des navigateurs instruits qui visiteront ces parages après nous : elles ne s'élèvent généralement qu'à vingt secondes en temps, ou à un douzième de degré de longitude; ce qui prouve la perfection qu'ont atteinte les instrumens à réflexion, et surtout les tables astronomiques.

J'ai réduit les longitudes comptées à l'ouest du méridien de Cadix au méridien de l'observatoire de Paris, en supposant Cadix, avec M. Espinosa (Vol. I, p. 45), de 8° 37′ 0″ à l'ouest de Paris. Mais j'ai ajouté 30″ en arc dans la réduction des belles observations de M. Cevallos, ce navigateur admettant (Vol. II, p. 119) 0^h 34′ 30″ pour la différence des méridiens.

NOMS DES POSITIONS.	LONGITUDES d'après le Tableau des Positions inséré dans ce Recueil.	LONGITUDES d'après l'Ouvrage publié au Dépôt des Cartes hydrographiques de Madrid.		DIFFÉRENCE en temps.
Madrid...........	0^h 24′ 10″	0^h 24′ 8″	Bauza.	— 2″
Cumana..........	4^h 26′ 0″	4^h 25′ 56″	Fidalgo.	— 4″
Carthagène des Ind.	5^h 11′ 20″	5^h 11′ 24″	Fidalgo.	+ 4″
Havane...........	5^h 38′ 52″,5	5^h 38′ 53″	Memorias (II 91).	+ 0″,5
Porto-Rico	4^h 34′ 14″	4^h 54′ 15″	Cevallos (II 118).	+ 1″
Vera-Cruz........	6^h 33′ 56″	6^h 33′ 55″	Cevallos (II 149).	— 1″
Mexico..........	6^h 45′ 42″	6^h 45′ 40″	(Mem. II 58).	— 2″
Nueva Barcelona...	4^h 28′ 19″	4^h 28′ 12″	Fidalgo.	— 7″
Cap N. E. de Tabago.	4^h 11′ 10″	4^h 11′ 15″	Churruca.	+ 5″
Cap Portland......	5^h 17′ 14″,5	5^h 17′ 22″	Fidalgo.	+ 7″,7.

L'ouvrage de M. Espinosa offre souvent, pour les mêmes positions, des résultats qui diffèrent considérablement entre eux. Lorsque les longitudes ont été déterminées par plusieurs méthodes à la fois, on peut les combiner de manière ou à leur accorder à toutes une valeur égale, ou à donner la préférence, soit aux occultations d'étoiles, soit aux distances lunaires. Je me suis arrêté, dans le tableau précédent, aux résultats que j'ai trouvés dans les derniers mémoires publiés par le *Dépôt hydrographique* de Madrid : car dans les premiers, la longitude de Mexico est indiquée de 6^h 46′ 0″; et dans un journal rédigé à la Vera-Cruz, par M. de Cevallos, en 1802, cet officier assigne à la ville de Porto-Rico une longitude de 4^h 33′ 58″. Voici maintenant les points sur lesquels je diffère des navigateurs espagnols, et de quelques autres astronomes qui ont observé aux mêmes endroits que moi.

Barcelone. Latitude de la cathédrale, 41° 22′ 58″,8; latitude de la Fontana de Oro, 41° 22′ 44″,9. Ces deux résultats des observations de Méchain ne diffèrent que de quelques secondes de ceux que nous donnerons plus bas (Vol. I, p. 5): ils sont consignés dans le troisième volume de la *Base du Système métrique*, p. 268. J'ai trouvé, à la Fontana de Oro, 41° 22′ 37″,7. La longitude de la cathédrale de Barcelone, que la Connoissance des Temps indiquoit, jusqu'en 1806, de 33″ à l'ouest de Paris, a été supposée dans le premier livre de notre ouvrage, imprimé en 1808, d'après les calculs de M. Delambre, de 38″.

Mont-Serrat. J'ai trouvé l'abbaye par les 41° 35′ 35″ de latitude, et les 1′ 55,″6 de longitude occidentale de Barcelone. M. Delambre (*Base*, T. III, p. 268), admet, pour le signal placé près de l'hermitage de Saint-Jérôme, 41° 36′ 15″ de latitude, et 1′ 28″ de longitude à l'ouest de la Fontana de Oro de Barcelone. Mais l'abbaye est placée dans la partie *sud-ouest* de la montagne (*Base*, T. I, p. 486).

Venta de la Sanieta. J'ai pris, le 2 février 1799, dans une hôtellerie isolée, des hauteurs méridiennes de Rigel et de Sirius. Les deux observations s'accordent à 6″,5 près, et le lieu de mon observation se trouva par les 40° 8′ 37″ de latitude, et les 0^h 9′ 6″,3 de longitude. La langue espagnole ne m'étant pas familière à cette époque, je crus entendre que cette hôtellerie s'appeloit la *Sienita*, et qu'elle étoit à cinq lieues *au nord* d'Alcala de la Serba. J'ai été averti de mon erreur par M. Arago, qui, chargé de la prolongation de la méridienne, avoit parcouru ce pays avant les malheurs pendant lesquels il a déployé un si noble et courageux dévouement pour les sciences. Ce savant m'a fait voir que mon observation a été faite à la Venta de la Sanieta, près de Torre Blanca, qui est à peu près 3′ au nord d'Oropesa (*Itinéraire de M. Laborde*, Vol. I, p. 286), et cinq lieues *au sud* d'Alcala del Chivert. Dans la carte du royaume de Valence, l'abbé Cavanilles place Oropesa avec Tofiño, par les 40° 6′ de latitude (*Observaciones*, T. I, p. 47). Cette position donne également 40° 9′ pour la Venta de la Sanieta. Quant au village de *los Monges*, que je trouve de 0^h 1′ 45″ à l'ouest de Barcelone, les cartes espagnoles le placent 17″ plus à l'est.

Aranjuez. Il pouvoit rester quelques doutes sur la latitude de ce château, que Lopez admet de 3′ trop boréale. M. Espinosa (*Mem.*, T. I, p. 138) a publié l'observation du capitaine Don Juan Francisco Aguirre, qui donne: latitude, 40° 2′ 30″; et longitude, 24″ à l'est de Madrid. M. Bauza avoit trouvé: latitude, 40° 1′ 54″; longitude, 22″,5. Je n'avois pu obtenir, en 1799, que des doubles hauteurs très-éloignées du méridien: elles donnent, en n'en rejetant aucune, d'après la méthode de Douwes, 40° 2′ 44″. *Voyez* plus bas, p. 23.

La Corogne et le Ferrol. J'ai trouvé le premier port 0^h 18′ 52″ à l'ouest de Madrid, d'où résulte, pour l'observatoire de la marine du Ferrol, 0^h 42′ 21″ à l'ouest de Paris. Cette longitude, qui diffère de 36″ en temps, de celle

adoptée primitivement par Tofiño, a été confirmée par l'occultation d'Aldebaran, du 21 octobre 1793, calculée par Méchain et M. Triesnecker, et par plusieurs observations de satellites faites par M. Ferrer et par l'amiral Mazaredo. En prenant la moyenne de toutes les observations publiées récemment dans l'ouvrage de M. Espinosa (*Memorias*, T. I, p. 23-27), je trouve la longitude du Ferrol:

Par sept éclipses des premier et deuxième satellites de Jupiter comparées à des observ. correspondantes	0^h 7′ 48″ à l'occ. de Cadix
Par l'éclipse du soleil du 15 septembre 1792.......	7′ 58″
Par l'éclipse du soleil du 5 septembre 1793........	7′ 54″
Par l'occultation d'α du Taureau de 1793..........	7′ 42″
	0^h 7′ 50″,5

ou 0^h 42′ 21″, ce qui ne diffère pas d'une demi-seconde de la longitude donnée par mon chronomètre en 1799. Comme la plupart des expéditions militaires pour l'Amérique sortent de Cadix, de Carthagène et du Ferrol, l'ancienne erreur de 8 à 9 minutes sur la longitude du dernier de ces ports n'a pas seulement augmenté l'incertitude des atterrages, mais elle a aussi contribué à faire naître des doutes peu fondés sur la position de plusieurs points du Nouveau Continent.

Sainte-Croix de Ténériffe. Le résultat de mes observations a été confirmé trois ans plus tard, par l'expédition de M. de Krusenstern. M. Horner a trouvé le môle de Sainte-Croix, par la montre marine d'Arnold, n. 128, de 16° 12′ 45″ à l'ouest de Greenwich, ou de 18° 33′ 10″ à l'ouest de Paris. Le garde-temps de Louis Berthoud, n. 27, m'avoit donné 18° 33′ 5″ (*Reise um die Welt*, Th. I, S. 78). M. Quenot avoit trouvé 18° 33′ 36″, et l'infortuné capitaine Bligh, 18° 34′ 20″. Les observations plus anciennes de Borda, Fleurieu et Pingré, celles de Vancouver et de La Peyrouse, diffèrent des miennes de 12 à 16″ en temps: elles donnent toutes des longitudes plus occidentales; mais, affectées de l'erreur de position des points de départ, elles s'accordent assez mal entre elles. Les montres marines de d'Entrecasteaux fixèrent Sainte-Croix, d'après différentes hypothèses sur leur retard, à 18° 39′ 3″ ou à 18° 43′ 30″. Cette dernière longitude s'approche un peu de celle obtenue par Cook qui, par des distances lunaires calculées d'après les anciennes tables *non corrigées*, place Ténériffe trop à l'ouest de plus de 14 à 20 minutes en arc. Comme la plupart des expéditions entreprises pour le perfectionnement de la géographie nautique vont reconnoître le Pic de Ténériffe, et que les navigateurs jugent de la marche de leurs chronomètres par la précision avec laquelle ces instrumens leur donnent le résultat qu'ils regardent comme la véritable longitude du môle de Sainte-Croix, il seroit à désirer que cette longitude fût enfin vérifiée par quelque occultation d'étoile, ou par des éclipses du soleil (*Mon. Corresp.*, 1808, S. 125). En récapitulant tout ce que nous avons rapporté dans cet ouvrage sur la position de Sainte-Croix, on trouvera extrêmement probable que sa longitude n'est ni moindre que 18° 33′, ni plus grande que 18° 36′.

Puerto España, dans l'île de la Trinité, d'après M. Espinosa, 63° 50′ 29″; d'après M. Oltmanns, 63° 58′ 15″. Cette différence de 30″ en temps mérite d'autant plus d'attention que les navigateurs espagnols ne diffèrent de moi sur Cumana et le cap Nord-Est de Tabago, que de 4 à 5 secondes, en plus et en moins. M. Espinosa, en publiant les résultats des opérations de Churruca et de Fidalgo, admet, pour la différence des méridiens de Cumana et de Puerto España, 2° 38′ 31″, tandis que M. Fidalgo, en 1801, avoit fixé cette différence à 2° 41′ 9″. M. Oltmanns trouve 2° 31′ 45″, en réduisant Puerto España à la ville de Porto-Rico qui est un des points les mieux déterminés des îles Antilles (*Voyez* plus bas, p. 90). Quoique cette réduction se fonde sur des observations de Churruca qui sont généralement très-précises, il peut rester cependant quelque doute sur le premier méridien des colonies espagnoles. Voici les résultats chronométriques :

Puerto España	lié à Cumana..................	63° 48′ 51″
	lié à Cadix, d'après Fidalgo.....	63° 55′ 51″
	lié à Cadix, d'après Churruca....	63° 58′ 51″
	lié à Porto-Rico...............	63° 58′ 15″.

La longitude de Cumana, incertaine, en 1792, de trois quarts de degrés, est sûre aujourd'hui à quelques secondes près : elle se fonde sur des observations d'éclipses de soleil, de satellites de Jupiter et de distances lunaires. Il est, par conséquent, probable que la différence qu'offre la position de Puerto España, réduite à celle de Cumana, provient en grande partie de l'incertitude qui affecte la distance de ces deux ports voisins. Seroit-elle moindre de 2° 41′ 9″? Les officiers qui ont été employés dans l'expédition de Fidalgo, auroient-ils trouvé d'autres résultats en discutant plus soigneusement leurs observations chronométriques? M. Antillon, qui a eu communication des manuscrits déposés aux archives du *Deposito hidrografico* de Madrid, admet, pour la différence des méridiens de Cumana et de Puerto España, 2° 32′ 28″; ce qui donneroit à ce dernier port 63° 56′ 32″, ou à peu de secondes près, ce que M. Oltmanns trouve par Porto-Rico. En réduisant, par les opérations de Churruca, le cap Nord-Est de Tabago à Puerto España, mon chronomètre a placé Cumana de 2° 40′ 46″ à l'ouest du premier méridien de l'Amérique espagnole.

Cap N. E. de Tabago à l'est de Cumana..	3° 43′ 30″
Le même cap à l'est de Puerto España...	1° 1′ 44″
Différence.........	2° 41′ 46″
Cumana....................	66° 30′
Puerto España.......	63° 50′ 14″.

Ce dernier résultat est identique avec celui auquel s'arrête M. Espinosa (*Memorias*, Vol. I, p. 80).

La Guayra et Caracas. Lorsqu'au mois d'avril 1801, j'eus la satisfaction de rencontrer M. Fidalgo à Carthagène des Indes, et qu'il voulut bien employer quelques jours pour comparer les résultats de mes observations avec ceux qu'il avoit obtenus pendant le cours de son expédition, il fixa, par le transport du temps, Cumana à 66° 40′ 54″; Nueva Barcelona, à 67° 12′ 28″; le cap Codera, à 68° 36′ 56″; la Silla de Caracas, à 69° 19′ 20″; la Guayra, à 69° 26′ de longitude. M. Ferrer admet définitivement, en 1809 (*American Trans.*, Vol. VI, p. 162 et 360), pour Nueva Barcelona, 66° 59′ 45″; pour le cap Codera, 68° 15′ 6″; pour Caracas, 69° 10′ 40″; et pour la Guayra, 69° 13′ 30″. Ces déterminations se fondent, pour le dernier port, sur des observations d'éclipses de satellites de Jupiter, faites simultanément à Natchez et à la Guayra. Mais ces mêmes éclipses, comparées aux tables corrigées de M. Delambre, ont donné à M. Oltmanns (*Voyez* plus bas, p. 190) 69° 30′ 0″, tandis qu'il résulte du transport du temps de Porto-Rico, 69° 26′ 0″, et des distances lunaires observées à la Guayra par M. Ferrer, et calculées d'après les tables de Mason, non corrigées, 69° 18′ 0″. M. Espinosa s'arrête (*Memorias*, Vol. II, p. 91), pour Cumana, à 66° 29′; pour Nueva Barcelona, à 67° 3′; pour le cap Codera, à 68° 24′ 22″; pour Caracas, à 69° 14′ 30″; et pour la Guayra, à 69° 17′ 57″ : il attribue ces trois premières déterminations à l'expédition de Fidalgo, et les deux dernières à M. Ferrer. J'ai tâché de fixer les longitudes de Cumana et de Caracas, par la seule observation des phénomènes célestes; M. Oltmanns trouve, pour Cumana, 66° 30′ 0″; pour Nueva Barcelona, 67° 4′ 48″; pour Caracas, 69° 25′ 0″; et pour la Guayra, 69° 27′ 0″. En comparant ces différentes positions, on s'aperçoit que les derniers résultats s'accordent assez bien avec ceux que m'a communiqués M. Fidalgo, et que les longitudes de M. Ferrer sont de 52″ à 56″ en temps trop orientales. Je réunirai ici les observations absolues qui me paroissent prouver que la longitude de Caracas n'est pas plus petite que 4h 37′ 20″.

Caracas, par mes distances lunaires calculées d'après les tables de Bürg,	69° 21′ 45″
par cinq éclipses de satellites que j'ai observées.............	69° 28′ 15″
par des distances lunaires observées à la Guayra, par M. Ferrer, et calculées d'après les tables de Mason.................	69° 15′ 10″
par trois éclipses de satellites observées par M. Ferrer, à la Guayra, et comparées aux tables corrigées................	69° 27′ 10″

En ajoutant à ces quatre déterminations absolues deux autres résultats qui se fondent sur le transport du temps, savoir :

Caracas, par Porto-Rico, après huit jours de navigation, d'après deux montres marines de M. Ferrer.......................	69° 23′ 10″
par Cumana, selon les chronomètres de Fidalgo qui place la Guayra à 2° 45′ 6″ à l'ouest de Cumana.................	69° 15′ 6″

on trouveroit pour la moyenne, 69° 21′ 20″.

Quant à la différence de longitude entre la Guayra et Caracas, elle me paroît un peu moindre que MM. Ferrer et Espinosa la supposent. Je fonde ce doute sur l'angle apparent de la Silla, observé à Caracas. Cette haute cime se trouve, d'après Fidalgo, de 0° 6′ 40″ à l'est de la Guayra. Le cap Codera a été rapporté à ce dernier port, en supposant, avec M. Ferrer, 58′ 38″ de différence de longitude entre la Guayra et le Cap (*Voyez* plus bas, Vol. II, p. 568). M. Fidalgo m'a assuré avoir trouvé, par trois chronomètres d'Arnold, le cap Codera de 1° 56′ 2″ à l'ouest du château de Saint-Antoine

de Cumana; or, comme il place Cumana de 2° 45′ 6″ à l'est de la Guayra, il en résulte que la différence des méridiens du Cap et de la Guayra ne seroit que de 49′ 4″. Voilà une incertitude bien considérable pour un trajet d'une seule nuit! M. Espinosa place le Cap par les 53′ 35″ à l'est de la Guayra; mais il faut observer que, dans son tableau, il a combiné les observations de M. Ferrer avec celles de M. Fidalgo.

Puerto Cabello. La position trop orientale de la Guayra influe naturellement aussi sur la longitude de Puerto Cabello. M. Espinosa la suppose de 70° 23′ 45″, tandis que M. Fidalgo la trouvoit de 70° 32′ 25″. M. Oltmanns s'arrête à 70° 37′ 3″, en admettant, avec les navigateurs espagnols, la différence de longitude de la Guayra et Puerto Cabello, de 1° 4′ 43″. La latitude trouvée en 1704, par le père Feuillée, a été confirmée par les observations de M. Fidalgo, qui a trouvé le *Baluarte de San Carlos* à la pointe méridionale de l'entrée du port par les 10° 29′ 23″ nord (*Voyez* plus bas, p. 206; et *Memorias*, Vol. II, p. 84).

Santa Marta. M. Oltmanns a soumis à de nouveaux calculs les anciennes observations de Feuillée et d'Herera : il a trouvé, pour la latitude, 11° 19′ 39″; pour la longitude, 76° 28′ 45″ (*Recueil*, Vol. II, p. 569). La latitude du père Feuillée est trop forte de 4′ 14″; mais la longitude d'Herera est très-bonne, et démontre d'une manière bien remarquable combien les tables des satellites de M. Delambre offrent de précision, en remontant à une époque de près de soixante-dix ans. M. Fidalgo place

Santa Marta....................	lat. 11° 15′ 25″	et long. 76° 32′ 50″
Sierra Nevada de Santa Marta...	10° 51′ 0″	75° 57′ 0″
Cabo la Vela...................	12° 10′ 2″	74° 52′ 40″
Cabo Chichivacoa...............	12° 15′ 24″	73° 55′ 52″
Castillo de San Carlos, à l'embouchure du lac de Maracaybo...	11° 0 17″	75° 53′ 30″
Cabo San Roman.................	12° 10″ 53″	72° 24′ 15″
Vela de Caro...................	11° 27′ 5″	71° 58′ 16″

J'ai cru rendre quelque service à la géographie, en consignant dans cet ouvrage les véritables résultats d'observations astronomiques, parce que les cartes, copiées les unes sur les autres, offrent des différences qui, pour la plupart, ne doivent être attribuées qu'au peu de soin avec lequel on les a tracées sur le cuivre.

Isles voisines de la côte de la Terre-Ferme. Les points suivans ont été déterminés, à différentes époques, par M. Fidalgo et par moi; l'accord est généralement à 12 ou 15 secondes en temps.

Cap Macanao........	66° 47′ 5″ par mes observ.	66° 48′ 0″ par M. Fidalgo.
Coche, Cap-Est......	66° 11′ 53″	66° 13′ 16″
Cabo de Tres-Puntas..	65° 4′ 5″	65° 0′ 10″
Piritu, île..........	67° 19′ 20″	67° 14′ 27″
Roca de Afuera......	68° 53′ 31″	68° 54′ 0″
Orchila, Cap-Ouest...	68° 34′ 31″	68° 31′ 3″.

J'ai trouvé le centre de l'île Tortuga 67° 54′ 28″ à l'ouest de Paris. M. Fidalgo la place de 1° 13′ 29″ à l'occident de Cumana, ce qui donne 67° 43′ 19″. M. Espinosa admet une longitude encore plus orientale. Comme, dans le même trajet, j'ai relevé les îles Tortuga, Orchila et Roques, je pense que ma longitude ne peut pas être en erreur d'une quantité considérable (*Recueil*, Vol. II, p. 2). Les observations de M. Fidalgo ont aussi prouvé que mes doutes sur la position de *Boccas del Drago* étoient fondés. La véritable longitude du bord occidental, que forme la Punta de la Peña, est de 64° 13′, en supposant Puerto España 63° 50′ 29″ (*Voyez* plus bas, p. 36). Mon observation à Punta Araya a été faite à la Nouvelle Saline, au nord et presque dans le méridien des ruines du château. D'après des opérations géodésiques, que je viens de calculer, cette Nouvelle Saline me paroît située au moins quatre minutes en arc à l'ouest de Cumana. M. Fidalgo avoit trouvé le château ruiné d'Araya de 2° 46′ 43″ à l'occident de Puerto España, en supposant ce dernier 2° 41′ 9″ à l'est de Cumana.

Banc de la Vibora. J'avois pensé que le récif sur lequel nous avons manqué de nous perdre la nuit du 6 au 7 décembre 1800, et que j'avois placé, par des calculs préalables, par les 16° 50′ de latitude, et les 80° 26′ de longitude, pouvoit être le même qui a été découvert en 1798 par le vaisseau espagnol *el Monarca* (*Recueil*, T. II, p. 10). M. Espinosa vient de publier la véritable position de la *Piedra del Monarca;* cet écueil se trouve placé par les 16° 44′ 26″ de latitude, et les 80° 23′ 23″ de longitude (*Memorias*, Vol. II, p. 68). M. Oltmanns, en supposant un autre retard de mon chronomètre et une autre longitude de Nueva Barcelona, trouve, pour le récif que j'ai relevé, à peu près 80° 43′ 49″. Il est extrêmement important de fixer

l'attention des navigateurs sur ces brisans qui, à ce que je crois, ne sont encore marqués sur aucune carte. Quoique nous ne différions, M. Fidalgo et moi, que de 7″ en temps sur le cap Portland, l'accord entre ses observations et les miennes est moins satisfaisant pour la longitude de *las Ranas*, qu'il place de 12′ 16″ plus à l'ouest. D'après ce même navigateur, les ***Pedro's Keys*** sont placés par les 80° 1′ de longitude; ce qui prouve qu'à l'entrée de la nuit nous les avons mal relevés du haut du mât. Un calcul fait à bord m'avoit donné 80° 13′ 45″. J'aime à consigner ici tous les points qui me paroissent douteux.

Les Caïmans. Les navigateurs désiroient depuis long-temps des observations précises pour fixer la position des trois îlots du grand Caïman, du petit Caïman et du Caïman-brac. J'ai déterminé deux de ces îlots dans mon trajet de Cumana à la Havane, et du Batabano à Carthagène des Indes. Les observations que j'ai faites au mois de décembre 1800, et au mois de mars 1801, ont été confirmées par M. de Cevallos qui, en 1802, a relevé le petit Caïman et le Caïman-brac (*Voyez* plus bas, Vol. II, p. 11 et 112; et *Memorias*, Vol. II, p. 99, 138 et 144).

« Les écueils des petits Caïmans, dit ce savant navigateur, ont une étendue de plus de trente minutes en longitude, ce qui est le double de ce qu'on leur a supposé jusqu'ici. Le cap oriental du petit Caïman oriental se trouve de 12° 26′ 12″ à l'ouest de l'Aguadilla de Porto-Rico. » Cette observation se fonde sur le transport du temps pendant dix jours de navigation : or, l'Aguadilla est, d'après M. de Cevallos, 0° 59′ 54″ à l'ouest du *Castillo del Morro* de la ville de *San Juan de Puerto-Rico;* et en supposant cette ville, avec M. Oltmanns, par les 68° 33′ 30″ de longitude, nous trouvons, pour le cap oriental du Caïman-Brac, 81° 59′ 36″. Si M. Espinosa (*Memorias*, Vol. II, p. 66, 99 et 138) s'arrête à 81° 52′ 26″, c'est qu'il admet une longitude de Porto-Rico, un peu plus orientale que la nôtre. Quant à l'îlot du grand Caïman, les navigateurs espagnols n'en ont déterminé que la latitude. Ils placent le cap Est, par les 19° 18′ 40″. J'ai trouvé 19° 19′ 0″; l'accord est tel qu'on peut le désirer dans des observations faites à la voile. Mais le *Deposito hidrografico* qui, dans ses cartes du *Seno Mexicano* (1799), et de l'*Oceano Atlantico* (1804), assignoit au cap oriental du grand Caïman, 82° 58′ de longitude, lui donne aujourd'hui, dans le tableau des positions, publié dans l'ouvrage de M. Espinosa, 83° 40′. Cette dernière position est sans doute fausse de plus de trois quarts de degré. J'ai trouvé, par des observations qui paroissent mériter toute confiance, 82° 59′ 4″. Avant le voyage de M. de Cevallos et le mien, les navigateurs supposoient, entre le petit Caïman occidental et le grand Caïman, une passe de 50 milles de large. La carte espagnole de 1804 réduit cette passe à 30 milles; et, si les deux petits Caïmans occupent une étendue de 30 minutes en arc, l'ouverture est encore plus petite. Pour confirmer ces résultats, et pour lever toute espèce de doute, il faudroit que, dans un même trajet, on fixât à la fois, par le transport du temps, la longitude des trois îlots.

Côtes méridionales de l'île de Cuba. M. Espinosa admet, pour la ville de la Trinité, 21° 42′ 40″. Nous avons prouvé plus bas (Vol. II, p. 72) que cette position est probablement fausse de plusieurs minutes. Voici d'autres longitudes que nous avons déterminées, à diverses époques, les navigateurs espagnols et moi, et sur lesquelles les différences ne sont que peu considérables. J'ai compté les longitudes à l'ouest du méridien du Batabano (*Memorias*, Vol. II, p. 65).

Punta Matahambre	0° 6′ 56″	—	0° 8′ 11″
Cayo de Don Christobal	0° 25′ 11″	—	0° 24′ 56″
Cayo Flamenco	0° 46′ 10″	—	0° 42′ 24″
Cayo de Piedras	1° 8′ 33″	—	1° 8′ 41″
Cayo de Diego Perez	0° 46′ 41″	—	0° 42′ 54″
Rio Guaurabo	2° 14′ 1″	—	2° 22′ 16″
Rio San Juan	2° 5′ 41″	—	2° 5′ 6″
Trinidad	2° 17′ 55″	—	2° 24′ 49″

Campêche. J'avois rapporté de la Nouvelle-Espagne, en 1804, les résultats d'une partie des observations que M. de Cevallos avoit faites dans le golfe du Mexique, depuis l'année 1802, en se servant de l'excellente horloge marine, n. 57, de M. Louis Berthoud. Toutes les positions avoient été rapportées au méridien du port de Campêche, que M. Oltmanns supposa dès-lors être de 92° 50′ ou de 92° 55′ à l'ouest de celui de Paris. M. Ferrer qui, anciennement, plaça Campêche par les 92° 50′ 45″, adopte aujourd'hui 92° 56′ 27″. En se rappelant que, par le transport du temps de la Havane à Campêche, le navigateur espagnol avoit trouvé la différence des méridiens de 8° 11′ 27″, et en admettant pour la Morro de la Havane, avec M. Oltmanns, 84° 43′ 8″, nous trouvons, pour Campêche, 92° 54′ 35″. M. Espinosa s'arrête,

d'après les observations de M. de Cevallos, à 92° 46′ 59″ (*Memorias*, Vol. II, p. 59), ce qui fait 7′ 36″ de moins; mais dans le tableau de positions rédigé par M. Espinosa, on trouve, pour la Vera-Cruz, 98° 22′ 15″, au lieu de 98° 29′ 0″ que nous adoptons. Cette dernière longitude est presque identique avec celle que MM. Ferrer et Cevallos (*Memorias*, Vol. II, p. 100, et *Amer. Trans.*, Vol. VI, p. 361), regardent eux-mêmes aujourd'hui comme la plus probable. Pour répandre plus de jour sur la véritable position du port de Campêche, M. Oltmanns a calculé, d'après les tables *corrigées* de M. Delambre, six immersions et émersions du premier satellite de Jupiter, observées par M. de Cevallos, en 1803. Ces observations ont donné, pour la longitude de Campêche, 92° 53′ 45″, ou, pour consigner ici les résultats partiels :

I.er Satellite.	Immersion du 12 janvier	6h 11′ 34″
	Immersion du 28 janvier	11′ 51″,5
	Immersion du 8 mars	11′ 59″,5
	Immersion du 16 mars	12′ 21″
	Émersion du 24 mars	11′ 6″
	Moyenne	6h 11′ 55″

En se servant de deux observations correspondantes, faites à Amsterdam et à Lisbonne, on trouve 6h 11′ 27″, et 6h 11′ 34″, ou 92° 52′ 42″. M. Oltmanns a de même calculé l'éclipse de soleil du 16 juin 1806, observée par M. de Cevallos, à Tabasco. Il trouve, pour la longitude de cette rade, 95° 7′ 0″, au lieu de 94° 53′ 30″ qu'adopte M. Espinosa, d'après des déterminations purement chronométriques. Or, Tabasco est à l'ouest de Campêche, d'après M. de Cevallos, 2° 12′ 47″, d'où résulte, pour la longitude de Campêche, 92° 54′ 13″. Nous trouvons donc :

Par les satellites	92° 55′ 45″
Par l'éclipse du soleil	54′ 13″
D'après les observations de M. de Cevallos	92° 55′ 59″
D'après M Ferrer, en supposant notre long. de la Havane	92° 54′ 35″
Moyenne	92° 54′ 17″

Les conjectures de M. Oltmanns (Voyez plus bas, Vol. II, p. 555) ont donc été justifiées par les observations astronomiques de M. de Cevallos : mais l'on fera bien d'ajouter 13″ en temps aux longitudes qu'offre notre tableau de positions, sous les n. 534-546.

Acapulco. M. Espinosa s'arrête à 102° 20′ 0″ (*Memorias,* Vol. I, p. 67-71 et p. 156). Nous avons prouvé plus bas (Vol. II, p. 455), que cette longitude est de beaucoup trop occidentale, et que les observations de satellites et d'occultations d'étoiles, faites par les astronomes de l'expédition de Malaspina, soumises à un calcul exact, ne donnent que 102° 13′ 30″.

Guayaquil et Callao de Lima. Les navigateurs espagnols placent ces deux ports de la mer du Sud, de 40″ en temps plus à l'est que mes observations. Comme le résultat déduit du dernier passage de Mercure sur le disque du soleil ne s'accorde pas avec la longitude obtenue anciennement par Peralta et Ulloa (*Zach*, *Monath. Corresp.*, 1806, december), M. Oltmanns a soumis à de nouveaux calculs les observations qui ont été faites dans l'expédition de Malaspina, et dont l'ouvrage de M. Espinosa offre tous les détails. (*Mem.*, Vol. I, p. 46-49). Ces observations présentent la plus grande harmonie avec les miennes. J'avois trouvé, en 1803, pour le Callao, par le passage de Mercure, 5h 18′ 18″, et pour Guayaquil, par le chronomètre de Louis Berthoud, n. 27, après seize jours de navigation, 5h 29′ 12″,7. En 1790, les astronomes de l'expédition de Malaspina observèrent, à Guayaquil, dans la nuit du 14 octobre, à 7h 54′ 46″, l'immersion de l'étoile *e* du Sagittaire sous le disque non éclairé de la lune. Cette occultation, calculée d'après les tables de Bürg, *non corrigées*, a donné, à M. Espinosa, 5h 28′ 41″: mais elle a donné à M. Oltmanns, d'après ces mêmes tables, corrigées par des observations de MM. Maskelyne et Bouvard, 5h 29′ 12″,74. La position de l'étoile a été prise dans le catalogue de Piazzi; et comme Guayaquil est presque placé sous l'équateur, les différentes hypothèses d'aplatissement ne peuvent influer que foiblement sur le résultat définitif.

Conjonction à Paris,	12h 47′ 32″,02
à Guayaquil,	7h 18′ 19″,28
Longitude de Guayaquil,	5h 29′ 12″,74.

Ce résultat diffère à peine d'une fraction de seconde de la longitude qu'assignent mes observations au port de Guayaquil. La fin d'une éclipse de lune, observée par les astronomes de l'expédition de Malaspina, le 22 octobre 1790, et comparée, par M. Oltmanns, à six observations correspondantes, faites en Europe, donne 5h 29′ 13″,7. Nous trouvons donc:

Différence des méridiens du Callao et de Guayaquil, par des observations *absolues*	0h 10′ 55″
Par mon chronomètre	0h 10′ 54″
Différence	1″.

Cet accord, qui est dû sans doute en partie à des compensations accidentelles, prouve assez l'exactitude de mon observation du passage de Mercure. Aussi, la longitude plus orientale du Callao, à laquelle s'arrête M. Espinosa, ne se fonde que sur une seule immersion du premier satellite de Jupiter, observée au village de la Magdalena, près du Callao. Les chronomètres des corvettes de Malaspina fixent la différence des méridiens du Callao et de Guayaquil à 0h 10′ 37″,7. En se bornant même à prendre le milieu entre ce résultat et celui de mon garde-temps, et en supposant Guayaquil, d'après l'observation de l'occultation de *e du Sagittaire* (798 du catalogue de Mayer), par les 5h 29′ 12″,74, nous trouvons, par les seules observations faites en 1790, pour le Callao, 5h 18′ 27″; ce qui ne diffère que de 9″ en temps de ma longitude, mais de 50″ de celle à laquelle s'arrête M. Espinosa. Aussi ce savant admet-il une différence de méridiens entre le Callao et Guayaquil, qui s'éloignent de 23″ du résultat des chronomètres de Malaspina. D'après l'ensemble de ces considérations, il ne paroît pas que nous ayons à changer les positions que nous avons adoptées pour les côtes de la mer du Sud: elles se trouvent confirmées, au contraire, par les observations faites à Guayaquil par les officiers embarqués sur les corvettes l'*Atrevida* et la *Descubierta.* M. Oltmanns rappelle en outre que la seule éclipse de satellite observée au Callao, en 1790, comparée aux tables de M. Delambre, donne 5h 18′ 23″,6; ce qui ne diffère encore que de 4″ du résultat du passage de Mercure. Les astronomes espagnols avoient obtenu, en corrigeant ces tables, 5h 17′ 38″; mais il est bien difficile d'admettre que les tables du premier satellite de Jupiter aient été en erreur de 45″. Quant aux distances lunaires prises par Malaspina et Galiano, elles diffèrent d'un demi-degré entre elles, et de près d'un degré du résultat définitif de M. Espinosa (*Mem.*, Vol. I, p. 102). Celles que j'ai observées par un ciel brumeux, donnent une longitude plus orientale que le passage de Mercure.

Le soin avec lequel j'ai tâché de comparer mes observations à celles qui ont été faites par d'autres voyageurs, prouve, à ce que je crois, le désir d'obtenir des résultats exacts. Les savans qui connoissent l'état de l'astronomie pratique, ne seront pas surpris des différences que l'on remarque presque toujours, lorsque plusieurs observateurs emploient, dans le même endroit, des instrumens divers et des méthodes différentes. Ce qui caractérise les progrès de la géographie astronomique, ce sont les limites étroites que l'on assigne aujourd'hui aux erreurs des observations. Ces erreurs, dans la partie du nouveau continent et dans les mers que j'ai visités, n'excèdent généralement pas 16″ à 20″ en longitude, tandis que sur la côte nord-ouest de l'Amérique, les différences entre les observations de Cook, Vancouver, La Peyrouse et Malaspina, s'élèvent jusqu'à 1′ 25″ en temps (*Voyez* plus bas, Vol. II, p. 603, 609 et 612. *Zach, Monat. Corresp.*, B. 19, S. 565). Je dois faire remarquer ici qu'en parlant des observations de La Peyrouse, nous désignons toujours les résultats renfermés dans la *table de correction* et non les positions que présente l'Atlas. Ces dernières diffèrent quelquefois de 9′ en latitude, et de trois quarts de degré en longitude, des observations de Dagelet (*Oltmanns, Geogr. Unters.* Th. II, S. 440-461; et *Krusenstern, Reise um die Welt*, Vol. II, p. 15, 57, 60 et 86).

Pour faire sentir combien l'hydrographie a été perfectionnée dans ces derniers temps, je n'ai qu'à rappeler que les cartes de Bellin plaçoient la Havane de deux degrés plus à l'est de la Vera-Cruz qu'elle ne l'est effectivement, et que la longitude de ce dernier port étoit fausse, il y a quarante ans, de plus de quatre degrés et demi. De nombreux naufrages ont été causés par les fausses longitudes assignées à la Havane et à l'embouchure du canal de Bahama, quoique les cartes de Don Francisco de Seixas y Lobera, conservées au dépôt de la marine de Madrid, prouvent qu'au dix-septième siècle, quelques navigateurs avoient déjà connu, avec précision, le vrai gissement de Cayo Largo, de même que la différence de longitude entre Montevideo et le cap Saint-Antoine. Les anciennes cartes des mers d'Asie présentent des exemples d'erreurs de trois à quatre degrés, tandis que les belles observations de longitudes, faites de nos jours, par MM. Horsburgh, M'Intosh et Sheperden, s'accordent jusqu'à 8 ou 10 minutes en arc.

Pour compléter le tableau des positions, placé à la tête de cet ouvrage, je consignerai ici quelques résultats très-importans des observations de MM. Cevallos et Fidalgo, en réduisant les longitudes à des points dont M. Oltmanns a déterminé la position par le calcul de plusieurs occultations d'étoiles.

Realexo...............	lat. 12° 29′ 50″	long. 12° 55′ 0″	à l'or. d'Acapulco.
Castillo de Guasacualco.	18° 8′ 27″	1° 45′ 52″	à l'or. de Vera-Cruz.
Barra de Tabasco.....	18° 34′ 16″	3° 28′ 55″	*id.*
Cap Catoche..........	21° 32′ 51″	9° 6′ 13″	*id.*
Santiago de Cuba......	19° 57′ 29″	6° 22′ 3″	à l'or. de la Havane.
Port de Baracoa.......	20° 20′ 50″	7° 52′ 14″	*id.*
Port du Mariel........	23° 5′ 58″	0° 21′ 54″	à l'occ. de la Havane.
Baxo Nuevo, partie E..	15° 51′ 0″	1° 57′ 44″	à l'occ. de Kingston.
Serranilla, partie E....	15° 45′ 20″	3° 10′ 49″	*id.*
Serrana, partie E......	14° 24′ 0″	3° 24′ 32″	*id.*
Roncador, partie N....	13° 35′ 7″	3° 25′ 32″	*id.*
Santanilla, partie E....	17° 20′ 0″	7° 18′ 35″	*id.*

Quoique, dans le cours de cet ouvrage, les observations faites en Amérique aient été généralement comparées avec celles de Paris ou de Greenwich, les réductions aux méridiens de ces deux villes n'ont souvent pu être directes, et il a fallu employer des observations correspondantes de Lilienthal, de Göttingue, de Copenhague et de Berlin. Pour éviter les erreurs qui pourroient résulter de ces réductions indirectes, M. Oltmanns a examiné de nouveau les longitudes de ces quatre Observatoires. (*Bode Jahrb. für* 1809, S. 222.) Il a trouvé, par ses calculs, pour

LILIENTHAL,

par α de la Vierge, occultation du 30 mars 1801..	26′ 21″,0
δ du Capricorne, occultation du 5 novembre 1802..	24″,0
le passage de Mercure, du 9 novembre 1802...	15″,3
l'éclipse du soleil du 17 août 1803.............	19″,7
l'éclipse du soleil du 16 juin 1806........... ..	19″,9
Moyenne........	26′ 20″,0

GOTTINGUE,

par l'éclipse du soleil du 5 septembre 1793.........	30′ 27″,0
γ du Taureau, occultation du 11 janvier 1794...	19″,7
γ de la Vierge, occultation du 21 janvier 1794...	22″,9
α de la Baleine, occultation du 5 mars 1794.....	27″,1
τ du Taureau, occultation du 27 octobre 1798...	27″,0
δ du Scorpion, occultation du 25 février 1799...	31″,3
le Passage de Mercure, du 7 mai 1799.........	27″,1
Moyenne........	30′ 26″,0

COPENHAGUE,

par l'éclipse du soleil du 15 juin 1787.............	40′ 57″,0
l'éclipse du soleil du 5 septembre 1793.........	56″,7
occult. de Celeno. (Pley.) du 5 avril 1802.......	41′ 2″,0
le passage de Mercure, du 9 novembre 1802....	40′ 58″,7
l'éclipse du soleil du 17 août 1803.............	41′ 1″,0
Moyenne............	40′ 59″,0

BERLIN,

par l'occultation de Celeno du 6 avril 1802.......	44′ 11″,4
l'occultation d'Electra du 5 avril 1802...........	9″,5
l'occultation de ξ du Lion, du 8 avril 1805...	8″,4
l'occultation de π du Lion, du 6 mai 1805.....	11″,9
l'occultation de δ du Verseau, du 7 septemb. 1805..	10″,0
Moyenne............	44′ 10″,24.

Les calculs que M. Triesnecker vient de publier (*Sammung astron. Beob.*, 1811, Th. III, S. 89), confirment parfaitement les résultats auxquels s'est arrêté M. Oltmanns, en 1807. L'astronome de Vienne trouve, pour Lilienthal, par sept occultations d'étoiles et dix éclipses de lune, 26′ 21″,2; pour Copenhague, par deux occultations, 40′ 59″,0, et, pour Berlin, 44′ 10″,7. M. Oltmanns, ayant calculé dix-huit observations d'occultations et d'éclipses de soleil, avoit fixé antérieurement la longitude de Lilienthal à 26′ 18″,0; mais les résultats partiels s'accordèrent moins bien que ceux dont la moyenne est 26′ 20″. M. de Lindenau trouve 26′ 19″ de longitude (*Mon. Corr.*, 1809, S. 421). La Connoissance des Temps, pour 1810, diffère, pour Gottingue, de 14″, et pour Lilienthal de 4″ de longitude.

Quoique presque toutes les observations de latitudes, publiées dans ce Recueil, aient été faites à terre, mes journaux renferment cependant aussi un grand nombre de hauteurs méridiennes d'étoiles prises à la voile. Je consignerai ici quelques remarques sur ces hauteurs, dont peu de voyageurs se sont occupés aussi assidûment que moi. Dans plusieurs circonstances, la connoissance de ces hauteurs peut être d'un intérêt majeur pour la sûreté de la navigation. C'est

dans les mers des Antilles, dans le golfe du Mexique, et surtout dans l'Océan Pacifique, pendant la traversée de Lima à Acapulco, que j'ai profité de l'admirable sérénité des nuits des régions équinoxiales, pour faire des essais sur le degré d'exactitude avec lequel on peut obtenir, à la voile, la latitude au moyen des étoiles.

Un grand nombre d'expériences ont prouvé qu'à la faveur de la clarté de la lune, on peut parvenir à une précision de 4 ou 5 minutes. La lumière que répandent tant de nébuleuses réunies dans les grandes constellations du Navire, du Centaure et du Sagittaire, contribue beaucoup à éclairer l'horizon. Même dans des circonstances désavantageuses, un observateur exercé ne se trompera pas pour la hauteur des astres au delà de 8 à 10 minutes. On ne sauroit assez recommander cette méthode aux marins, surtout dans des parages où il arrive fréquemment que, pendant neuf ou dix jours de suite, les jours sont brumeux, tandis que les nuits offrent la plus grande transparence de l'atmosphère. Lorsque l'action des courans augmente l'incertitude de l'estime, comme sur les côtes du Chili et du Pérou, à l'embouchure du Rio de la Plata et dans le golfe du Mexique, on s'estimeroit heureux de connoître la position du vaisseau à moins d'un demi-degré près. Quelquefois, au milieu d'une tempête qui dure plusieurs jours, le vent se calme pendant la nuit, et les étoiles paroissent dans une éclaircie qui s'étend jusqu'à l'horizon. On conçoit aisément de quel secours est alors l'observation de la culmination d'une étoile, surtout lorsqu'on est inquiet de savoir si le vaisseau est sorti d'un canal, s'il a déjà coupé le parallèle de quelque cap, ou s'il n'a plus à craindre un bas-fond dangereux.

La méthode la plus sûre d'observer les étoiles m'a paru la suivante : si l'on est muni d'une bonne montre, surtout d'un chronomètre, on calcule préalablement le temps du passage de l'astre. Si l'on ne peut se procurer le temps vrai, on se servira d'un moyen plus imparfait, celui de relever l'astre par la boussole, en ayant égard à la variation. Comme les lunettes des sextans ont très-peu de champ, j'ai trouvé préférable d'observer à la vue simple. On reste très-souvent en doute si l'étoile, mise en contact avec un horizon peu éclairé, monte ou descend; et l'on se fatigueroit les yeux si l'on vouloit suivre sa marche, comme on le fait dans les observations du soleil. Dans l'incertitude si le moment de la culmination est déjà passé, on est exposé à obtenir un résultat qui dépend de quelque préoccupation d'esprit, par exemple, de la supposition que l'étoile doit baisser, parce que, selon l'indication du chronomètre, ou selon le relèvement par la boussole, on la croit au delà du méridien. Pour éviter ces sources d'erreurs, j'ai coutume de placer dans l'espace des trois ou quatre minutes de temps, que j'ai trouvé à peu près être l'époque de la culmination, quatre à cinq fois l'étoile sur l'horizon, sans me servir de la vis de rappel de l'alidade. Une longue expérience m'a appris que, par un horizon obscur, la première impression que l'œil reçoit est constamment la plus sûre. Lorsque les circonstances sont très-défavorables, il est avantageux de ne pas s'approcher de la lumière pendant l'observation, et de faire lire l'angle par celui qui observe le chronomètre. J'ai trouvé, par exemple, la nuit du 4 mars 1803, les hauteurs suivantes, en abaissant Canopus cinq fois de suite sur l'horizon :

34° 50′ 40″
55′ 10″
54′ 40″
55′ 5″
52′ 45″

Un accord de quelques minutes n'étant qu'accidentel dans des observations de ce genre, je ne regarde pas l'angle le plus grand comme la hauteur méridienne. Il est plus prudent de prendre le terme moyen des hauteurs obtenues dans l'espace de trois minutes, afin que les erreurs se compensent mutuellement. Si, dans la même nuit, on parvient à observer plusieurs étoiles, le résultat moyen, réduit à la même heure par la route *estimée* du vaisseau, peut inspirer un haut degré de confiance. Cette méthode est souvent préférable à celle de Douwes, dont l'emploi est très-peu sûr sous les tropiques, lorsque le soleil n'est pas visible près de son passage par le méridien. Les planètes et les étoiles de la première grandeur, Canopus, Sirius, Capella, α du Centaure, peuvent être d'une grande ressource pour les navigateurs; et l'on doit regretter que cette méthode, connue de tous les pilotes instruits, et recommandée depuis long-temps dans tous les traités de navigation, soit encore si peu usitée.

Voici des observations que j'ai faites dans la mer du Sud, à l'est des îles Galapagos.

Le 26 *février* 1803.

Passage de la lune au méridien, à $4^h\frac{1}{4}$, temps vrai, après midi. Coucher de la lune, à $10^h\frac{1}{2}$ du soir (Observations faites à la voile).

ÉTOILES.	PASSAGE en temps vrai.	HAUTEUR corrigée.	DÉCLINAISON apparente.	LATITUDE australe.
Sirius.....	7h 59′	74° 14′ 5″	16° 27′ 22″	0° 41′ 26″
Castor.....	8h 44′	57° 2′ 44″	32° 18′ 55″	0° 38′ 41″
Pollux.....	8h 56′	60° 51′ 58″	28° 29′ 51″	0° 38′ 51″

Le 27 *février.*

Passage de la lune au méridien, à $5^h\frac{1}{4}$ après midi. Coucher de la lune, à $11^h\frac{1}{2}$ du matin.

ÉTOILES.	PASSAGE en temps vrai.	HAUTEUR corrigée.	DÉCLINAISON apparente.	LATITUDE boréale.
Canopus...	7h 38′	56° 46′ 13″	—52° 35′ 27″	0° 38′ 20″
Sirius.....	7h 55′	72° 57′ 55″	—16° 27′ 22″	0° 34′ 44″
Castor.....	8h 40′	58° 14′ 37″	32° 18′ 35″	0° 33′ 12″
Pollux....	8h 52′	62° 1′ 20″	28° 29′ 51″	0° 30′ 51″

Le 2 *mars.*

Passage de la lune au méridien, à 8h du soir. Coucher de la lune, à $2^h\frac{1}{4}$ du matin, le 3 mars.

ÉTOILES.	PASSAGE en temps vrai.	HAUTEUR corrigée.	DÉCLINAISON apparente.	LATITUDE boréale.
Canopus...	7h 27′	34° 49′ 7″	—52° 35′ 27″	2° 35′ 26″
Sirius.....	7h 44′	70° 57′ 10″	—16° 27′ 21″	2° 35′ 29″

Le 4 mars 1803.

Passage de la lune au méridien, à $9^{h}\frac{3}{4}$ du soir. Coucher de la lune, à 16^{h} du matin.

ÉTOILES.	PASSAGE en temps vrai.	HAUTEUR corrigée.	DÉCLINAISON apparente.	LATITUDE boréale.
Canopus...	7^{h} 27′	34° 52′ 37″	52° 55′ 27″	2° 31′ 56″
Sirius.....	7^{h} 36′	71° 4′ 4″	16° 27′ 21″	2° 28′ 55″
Castor.....	8^{h} 22′	60° 12′ 38″	32° 18′ 35″	2° 31′ 15″
Pollux....	8^{h} 33′	63° 56′ 43″	28° 29′ 31″	2° 26′ 14″

Le 11 *mars.*

Lever de la lune, à 8^{h} du soir. Passage par le méridien, à $1^{h}\frac{3}{4}$ du matin. Coucher de la lune, à $7^{h}\frac{3}{4}$ du matin.

ÉTOILES.	PASSAGE en temps vrai.	HAUTEUR corrigée.	DÉCLINAISON apparente.	LATITUDE boréale.
Sirius.....	7^{h} 11′	64° 18′ 53″	16° 27′ 20″	9° 15′ 46″
Castor.....	7^{h} 56′	66° 50′ 55″	32° 18′ 34″	9° 9′ 29″
Procyon...	8^{h} 3′	86° 31′ 10″	5° 43′ 15″	9° 12′ 5″
Pollux....	8^{h} 7′	70° 40′ 10″	28° 29′ 51″	9° 9′ 41″

On n'a fait aucun choix entre les observations, et les dix-sept hauteurs méridiennes consignées ici sont les seules qui aient été obtenues pendant cinq nuits. Le 25 et le 26 février, nous n'avons pas eu d'observation de soleil. La mer étoit très-grosse, et le clapotis sembloit annoncer un conflit de courans. Je trouvai, dans la nuit du 26 février, par trois étoiles, 0° 39′ de latitude australe. L'estime nous plaçoit encore à 1° 40′ sud. Les pilotes doutoient beaucoup de la précision de mon observation de nuit : elle fut cependant confirmée, le 27 février, par la hauteur méridienne du soleil, d'après laquelle nous avions coupé l'équateur à 10 heures du matin.

L'observation des étoiles peut être utile, comme l'a très-bien observé M. de Rossel (*Voyage de d'Entrecasteaux*, Vol. II, p. 142), chaque fois que le doute sur la latitude du vaisseau est plus grand que l'incertitude de l'observation. M. Horner a employé cette méthode avec beaucoup de succès dans l'expédition commandée par le chevalier Krusenstern, et M. de Cevallos s'en est récemment servi pour déterminer les limites du banc de Campêche. « J'ai remarqué, dit cet excellent observateur, que les résultats des hauteurs méridiennes de Wega, d'Antarès et d'Atair s'accordoient mieux ensemble que les hauteurs méridiennes du soleil. Les nuits étoient très-claires, et nous avions l'avantage de pouvoir choisir des étoiles dont la hauteur n'étoit pas trop grande, tandis que le soleil, passant près du zénith, donnoit des latitudes moins précises. » (*Espinosa*, *Mem.*, Vol. II, p. 144; *Krusenstern Reise*, Vol. II, p. 163). En 1802, la frégate Santa Rufina, en doublant le cap de Horn, se seroit perdue indubitablement de nuit sur les rochers de Diego Ramirez, vers lesquels elle étoit entraînée par les courans, si Don Mariano Isasvirivil, un des officiers les plus instruits de la marine espagnole, n'avoit pas reconnu, par la hauteur méridienne des étoiles, que la frégate se trouvoit par les 56° 34′ de latitude australe, et par conséquent sur le parallèle de l'écueil qui est tant redouté par les navigateurs.

Parmi les avantages qu'offrent les instrumens à réflexion, il en est plusieurs qu'il sera d'autant plus utile de rappeler ici qu'ils ne paroissent pas suffisamment connus des voyageurs. Il est impossible d'observer sur mer, avec précision, le commencement d'une éclipse de soleil et de lune; mais on peut tirer parti de ces phénomènes pour la détermination des longitudes, en mesurant, avec le sextant, de cinq en cinq minutes, la largeur de la partie éclipsée. Cette mesure se fait avec beaucoup d'exactitude dans une éclipse de soleil; et en jetant les yeux sur une observation que j'ai faite à Ibagué, petite ville située au pied du passage des Andes de Quindiu (Vol. II, p. 257), on verra qu'en multipliant les résultats, on peut même, par une éclipse de lune, trouver la longitude à moins d'un cinquième de degré près (*Discours prélimin.*, p. 120). Plusieurs navigateurs ont observé dans l'hémisphère austral, à des latitudes très-élevées, des comètes visibles à la simple vue, mais qui, par leur position, n'ont pu être aperçues dans la zone tempérée de l'hémisphère boréal, la seule dans laquelle le cours des astres soit régulièrement suivi par des astronomes exercés. La connoissance de ces comètes ne seroit pas perdue pour l'astronomie, si les voyageurs se rappeloient que, sans micromètre circulaire et sans le secours d'une machine parallactique, ils peuvent déterminer, avec précision, la déclinaison et l'ascension droite des comètes, en mesurant, par un instrument à réflexion, leurs distances aux étoiles dont la position est le mieux connue, et qui offrent les triangles les plus avantageux. J'ai eu occasion de vérifier l'exactitude de cette méthode, en observant, conjointement avec MM. Trallès et Oltmanns, pendant plusieurs mois, à Berlin, la comète de 1807 (*Bode, Jahrbuch für* 1811, S. 217; et *Zach, Monathliche Correspondenz*, 1807, S. 488). A la même époque, MM. Ferrer, Lemaur et Dunbar, ont fait des observations semblables à la Havane et à Natchez, sur les bords du Mississipi (*Amer. Trans.*, Vol. VI, p. 345 et 368). Le calcul des triangles est long et pénible, mais c'est un grand avantage de pouvoir comparer une comète constamment aux mêmes étoiles. Des cercles répétiteurs à réflexion, montés sur un pied, et munis de lunettes d'un grossissement assez fort, seroient même utiles dans nos Observatoires d'Europe; car dans la machine parallactique on a souvent de la peine à éclairer les fils sans trop diminuer la lumière déjà si foible des comètes, et ces dernières ne se trouvent souvent environnées que d'étoiles de la cinquième ou sixième grandeur.

M. Oltmanns, dans le Discours préliminaire, placé à la tête de cet ouvrage, a discuté, avec beaucoup de justesse, le degré de précision que l'on peut attendre de la détermination des longitudes par les déclinaisons de la lune (*Voyez* p. 110-115). Cette méthode, presque entièrement négligée, donne la longitude par la comparaison de deux latitudes, dont l'une a été déterminée par la hauteur méridienne d'une étoile, et l'autre par celle de la lune : elle ne suppose pas la précision absolue des angles, et elle peut devenir intéressante pour des voyageurs qui, dépourvus d'instrumens à réflexion, ne peuvent prendre des distances du soleil à la lune et aux étoiles. Comme la précision des résultats dépend de l'exactitude avec laquelle on parvient à déterminer le temps et la hauteur méridienne de la lune, j'ai fait, à l'Observatoire Impérial de Paris, les essais suivans, avec un sextant de Troughton et un cercle répétiteur astronomique de Fortin :

Le 14 *juillet* 1810.

Sextant. Nuages transparens. Bord supérieur de la lune. Passage à 10h 15′ 7″,5.

TEMPS du chronomètre.	HAUTEURS observées.	HAUTEUR au méridien.	
10° 8′ 12″	22° 0′ 44″	22° 1′ 48″	
9′ 36″	1′ 8″,5	49″	
10′ 26″,5	1′ 1″,5	51″	douteuse
13′ 58″	1′ 59″	61″	
18′ 46″,5	1′ 43″	47″	
	Moyenne,	22° 1′ 50″,3	
	Collimation,	— 0′ 55″,0	
		22° 1′ 15″,3	

La plus grande hauteur a donné 22° 1′ 26″. M. Mathieu a trouvé au mural 22° 1′ 37″.

Le 15 *juillet* 1810.

Sextant. Hauteurs correspondantes de la lune.

HAUTEURS apparentes.	avant le passage.	après le passage.	temps du passage.
42° 15′ 56″	10h 10′ 15″,6	12° 27′ 33″,6	11h 18′ 53″,6
50′ 36″	12′ 55″,2	24′ 52″,0	53″,6
43′ 50″	15′ 22″,0	22′ 24″,7	53″,4
		Moyenne,	11h 18′ 53″,5
		Correction,	— 1′ 17″,6
		Passage,	11h 17′ 35″,9

M. Bouvard observa le premier bord à la lunette méridienne, à 8h 53′ 48″,28. L'avance de mon garde-temps de Breguet étant de 7h 37′ 25″,20, et la demi-durée du passage $1' \, 13'',4$, il en résulte que M. Bouvard a observé le passage du centre de la lune, en temps du chronomètre, à $11^h \, 17' \, 36'',5$. Différence, $0'',6$.

La même nuit j'obtins par le sextant, pour la hauteur méridienne apparente de la lune, $22^\circ \, 43' \, 45'',5$. M. Arago trouva, au mural, $22^\circ \, 43' \, 37''$. Le 15 juillet, le mouvement de la lune, en ascension droite, étoit de 16° par jour; l'observation des hauteurs correspondantes de la lune auroit, par conséquent, donné la longitude à $13'',5$ près. Si, le 14 juillet, la lune avoit passé par le plan de l'équateur, et que la variation de sa déclinaison eût été de $15''$ en une minute de temps, la longitude déduite de l'observation de la hauteur méridienne auroit été exacte à $22''$ près.

Voici maintenant les observations lunaires que nous avons faites, M. Mathieu et moi, avec un cercle répétiteur astronomique de 16 pouces de diamètre. Chaque observateur a été successivement à la lunette et au niveau. M. Mathieu a bien voulu calculer ces observations, et nous allons consigner ici la marche et les résultats de son calcul.

Hauteurs correspondantes du bord supérieur de la lune, le 15 juillet 1810.

AVANT LA CULMINATION,			APRÈS LA CULMINATION,			LECTURE
heures.	niveaux.		heures.	niveaux.		d'un vernier.
$16^h \, 59' \, 29'',0$	115	120.5	$20^h \, 48' \, 53'',2$	119.5	122.5	$397^t,27675$
$17^h \, 4' \, 39'',0$	115	121	$20^h \, 43' \, 40'',7$	119.5	122.5	397,68900
$17^h \, 9' \, 37'',0$	118	118	$20^h \, 38' \, 42'',5$	120	120	398,06950
$17^h \, 14' \, 58'',0$	118	118	$20^h \, 33' \, 25'',1$	121	121	398,46000
$17^h \, 21' \, 39'',0$	119.5	117	$20^h \, 26' \, 41'',0$	122	119	398,92000
$17^h \, 26' \, 34'',0$	118	118	$20^h \, 21' \, 47'',5$	119	122	399,24350
$17^h \, 32' \, 27'',5$	119	118	$20^h \, 15' \, 52'',5$	116	125	399,60550
$17^h \, 37' \, 57'',0$	122	116	$20^h \, 10' \, 25'',3$	119	122	399,92425
Baromètre.... $0^m,76364$ Therm. barom.. $20^\circ,4$ Thermomètre.. $12^\circ,7$			Baromètre.... $0^m,76316$ Therm. barom.. $18^\circ,0$ Therm. libre... $10^\circ,5$			

« Ces observations ont été faites avec un cercle à niveau fixe de la construction « de Fortin. La lunette de cet instrument grossit environ vingt à vingt-quatre « fois. Quoiqu'on l'ait toujours ramenée très-exactement sur le même point du « limbe dans les observations correspondantes, les hauteurs n'étoient pas tout-à-fait « égales, parce que le niveau qui est invariablement fixé au limbe ne restoit « pas dans la même position par rapport à l'horizon. Comme une partie de « ce niveau répond à $0'',32$ sexagésimale, il est facile de trouver les changemens « de hauteurs provenant de là : en les réunissant avec celui qui est dû à la « variation de réfraction, et qui est de $1'',31$, on trouvera aisément les cor- « rections, en temps, qui y répondent, puisque la lune s'élevoit de $4''$ dans « $1''$ de temps à l'époque des observations.

« La formule dont on s'est servi pour calculer ces hauteurs correspondantes, « est la suivante :

$$\text{« passage au méridien} = \tfrac{1}{2}(H + H') - \frac{\tfrac{1}{2}(D - D')}{14{,}335 \sin. \tfrac{15}{2}(H' - H)}$$
$$\left(\text{tang. } L - \text{tang.} \tfrac{1}{2}(D + D') \cos. \tfrac{15}{2}(H' - H)\right)$$

« dans laquelle D et D′ représentent les déclinaisons pour les instans H et H′, « et L la latitude du lieu. Les variations absolues $D - D'$ de déclinaison d'une « observation à sa correspondante ont été calculées au moyen des déclinaisons de « la *Connoissance des Temps*, en tenant compte des secondes différences qui « sont constantes. Les temps $\frac{1}{2}(H' - H)$ ont été réduits en degrés à raison « de 15° pour une heure, parce que la pendule suit à $1''$ ou $2''$ près le temps « sydéral. La lune ayant un mouvement propre en ascension droite de 16° « dans 24^h vraies, ou dans $24^h \, 4'$ de la pendule, elle ne paroît décrire, dans « une heure de la pendule, qu'un angle de $14^\circ,335$. Voilà pourquoi nous « avons divisé par ce dernier nombre la correction donnée en degrés par la « formule. En comparant, à l'aide d'un chronomètre, notre pendule à celle des « cabinets, qui est réglée par les passages des étoiles au méridien, on a trouvé « qu'elle retardoit de $2' \, 55'',52$ sur le temps sydéral vers la culmination. Les « calculs que nous venons d'indiquer, ont donné les résultats suivans :

$\frac{1}{2}(H' + H)$.	$D - D'$.	Excès de la 1.re hauteur sur la seconde, par le niveau.	Excès de la 1.re hauteur sur la seconde, par la réfraction.	Corrections dues aux variations de déclinaison.	Corrections dues aux variations de hauteur.	Passage au méridien.
18h 54′ 11″,10	+ 415″,26	+ 0,40	+ 1,31	− 86,15	− 0,21	18h 52′ 41″,71
9″,85	+ 396″,62	+ 0,48	+ 1,31	86,02	− 0,22	43″,61
9″,75	+ 378″,27	0,00	+ 1,31	85,79	− 0,16	43″,80
10″,55	+ 358″,76	0,00	+ 1,31	85,63	− 0,16	41″,76
10″,00	+ 334″,13	+ 0,08	+ 1,31	85,39	− 0,17	41″,[illegible]
10″,75	+ 316″,06	− 0,48	+ 1,31	85,20	− 0,10	45″,15
10″,00	+ 294″,27	− 1,60	+ 1,31	84,98	+ 0,05	45″,05
10″,15	+ 274″,26	− 1,44	+ 1,31	84,78	+ 0,02	45″,39

Moyenne....................................	18h 52′ 41″,65
Retard de la pendule sur le temps sydéral...........	+ 2′ 55″,52
Demi-diamètre de la lune en temps sydéral........	— 73″,[illegible]
Passage du premier bord de la lune au méridien.....	18h 54′ 26″,77
On a trouvé à la lunette méridienne...............	18h 54′ 27″,90
La différence a donc été de.....................	1″,13

La méthode dont nous venons de parler est préférable sans doute à celle de Pigott; mais elle est moins générale, n'étant applicable que pendant les jours où la déclinaison de la lune change rapidement : elle sera surtout utile à des voyageurs qui, munis de cercles répétiteurs astronomiques, peuvent mettre une grande précision dans la détermination des hauteurs méridiennes de la lune et des étoiles : on gagne, par cette précision, ce que l'on perd par la lenteur du mouvement de la lune en déclinaison. Il n'est pas sans intérêt pour l'astronomie pratique de multiplier les moyens de trouver la longitude et d'examiner le degré de précision que chacun d'eux peut offrir. Chaque méthode est appropriée à l'usage de certains instrumens; et les voyageurs les plus exercés dans l'observation n'obtiendront que des résultats peu précis, s'ils ne savent pas varier les méthodes d'après la nature des instrumens qu'ils sont forcés d'employer. En comparant la déclinaison de plusieurs étoiles à celle de la lune, dans des Observatoires dont la longitude est rigoureusement connue, on trouvera, dans cette comparaison, un moyen curieux d'examiner les erreurs de la déclinaison des étoiles, sans supposer exacte la latitude du lieu de l'observation. Les longitudes obtenues seront tantôt trop orientales,

tantôt trop occidentales; leurs erreurs seront des multiples des erreurs de la déclinaison des étoiles, et la tendance des longitudes vers l'est ou vers l'ouest indiquera à l'observateur si le catalogue d'étoiles qu'il a employé offre des distances polaires trop grandes ou trop petites.

M. Mathieu, dans une note publiée à la fin de mon mémoire sur les réfractions astronomiques, correspondantes à des angles de hauteurs plus petites que dix degrés, a déduit, de deux observations de M. Svanberg, le décroissement du calorique sous le cercle polaire (*Voyez* plus bas, p. 155). Cet astronome distingué a discuté de nouveau cet objet intéressant, et je consignerai ici les éclaircissemens qu'il a bien voulu me communiquer.

« Pour conclure des observations de M. Svanberg le décroissement de la « chaleur au pôle, je les avois réduites à l'horizon, au moyen d'une correction « assez probable; j'avois formé les deux équations en l' de la Mécanique « céleste, et j'avois trouvé deux résultats qui s'accordoient à peu près. Ces « équations en l' sont :

$$l'^3 - 0.0022908\ l'^2 + 0.0000014586\ l' - 0.00000000025217 = 0$$
$$l'^3 - 0.002156\ l'^2 + 0.0000014975\ l' - 0.00000000025999 = 0$$

« Lorsqu'on en a déduit la valeur de l', on trouve celle de f à l'aide de la « relation $l'(1+f) = \frac{l}{a} - \frac{1}{2}\alpha$. On connoît alors tout ce qu'il faut pour calculer « le décroissement. Ces équations ont été discutées dans le journal astronomique « de Gotha (*Monathliche Correspondenz*, *mai* 1809), où l'on trouve « $l' = 0{,}000734$ pour la première équation, et $l' = 0{,}00025824$ pour la seconde, « au lieu de 0,00078, et 0,00084 que j'ai employés dans la note qui est à la « fin du Mémoire; on y affirme aussi que ces deux valeurs de l' indiquent une « contradiction dans les observations de M. Svanberg. Tout cela est très-vrai : « les nombres 0,000734 et 0,00025824 sont bien racines des équations ci-dessus, « et ils renferment une contradiction; mais par la seule raison que ces nombres « sont racines, on ne doit pas s'y arrêter définitivement, puisque les équations « qui les fournissent sont fondées sur une correction hypothétique. Il faut se « rappeler que la condition essentielle à laquelle doivent satisfaire les indé- « terminées l' et f, est de représenter la réfraction observée : or, si l'on fait « $l' = 0{,}00025824$, on trouve $f = 3{,}338$, et la réfraction seroit négative, ce « qui est impossible. Cette valeur n'est donc point admissible, et il faut en

« chercher une qui satisfasse à l'observation ; c'est ce que j'ai fait, et c'est ce « qui m'a conduit à $l' = 0{,}00084$.

« Quant à l'autre équation, il importe peu de prendre 0,000734 ou 0,00078, « pour l'.

« Pour mieux faire comprendre ce qui précède, et montrer comment on peut « trouver le décroissement de la chaleur par des réfractions observées à de « très-petites hauteurs, sans les réduire à l'horizon, nous allons prendre les « choses de plus haut.

« Les réfractions très-près de l'horizon sont données par la formule suivante :

$$\delta\theta = \frac{2\alpha \sin.\theta}{(1-\alpha)\sqrt{2l'}}\left(1-\tfrac{1}{2}f-f\mathrm{T}\right)\left(\left(1+\mathrm{T}^2+\frac{\mathrm{T}^4}{2}\right)\tfrac{1}{2}\sqrt{\pi}-\mathrm{T}-\frac{2\mathrm{T}^3}{3}\right)$$
$$+\frac{\alpha f}{2(1-\alpha)l'}\sin.\theta\cos.\theta,$$

« dans laquelle $\mathrm{T} = \frac{\cos.\theta}{\sqrt{2l}}$; et l' et f sont deux indéterminées qui doivent être « déterminées de manière que la valeur de $\delta\theta$ approche le plus près possible de « la réfraction observée. Comme elles sont d'ailleurs liées entre elles par la « relation $l'(1+f) = \frac{l}{a} - \frac{1}{2}\alpha$, on peut se donner à volonté l'une d'elles, « conclure l'autre, et substituer successivement dans l'expression précédente, « jusqu'à ce que l'on arrive à représenter le mieux possible l'observation. C'est « en suivant cette marche, et en calculant en même temps le décroissement « pour chaque valeur de l' et de f, que j'ai obtenu les résultats suivans :

RÉFRACTION... 6999″	BAROMÈTRE 0m·73156		RÉFRACTION... 5972″	BAROMÈTRE 0m·7434	
DISTANCE ZÉNIT. 100^g-0^{g}3007	THERMOM.. — 13,2		DISTANCE ZÉNIT. 100^g-1^g,0166	THERMOM.. — 29,0	
$l'=0.00025824$ $f=3.0338$	réfraction négative.		$l'=0.0002376$ $f=3.0197$	réfraction négative.	
$l'=0.00070$ $f=0.4881$	820″	143 mètres.	$l'=0.0006367$ $f=0.50$	389″	129 mètres.
$l'=0.00084$ $f=0.2401$	527	243	$l'=0.00078$ $f=0.22444$	238	231
$l'=0.0008681$ $f=0.2$	492	267	$l'=0.000805$ $f=0.1864$	218	238
$l'=0.0008828$ $f=0.180$	476	278	$l'=0.000820$ $f=0.1647$	213	245
$l'=0.0009058$ $f=0.150$	460	318	$l'=0.00086$ $f=0.09614$	172	249
$l'=0.000947$ $f=0.100$	434	326	$l'=0.00091132$ $f=0.018$	180	294
$l'=0.0011574$ $f=-0.100$	361	321	$l'=0.00095507$ $f=0.000$	191	300
$l'=0.001200$ $f=-0.1319$	453	297	$l'=0.001061$ $f=-0.10$	205	273
$l'=0.0012401$ $f=-0.160$	475	275	$l'=0.0011938$ $f=-0.20$	248	210
$l'=0.001302$ $f=-0.200$	506	241	$l'=0.00132$ $f=-0.2765$	302	162
$l'=0.001488$ $f=-0.300$	630	167	$l'=0.001592$ $f=-0.4$	442	104

« La première colonne renferme les valeurs de l' et de f; la seconde, la « différence entre la réfraction observée et la réfraction calculée; enfin, la « troisième, le décroissement de la chaleur. La seule inspection des nombres « de la seconde colonne montre que l'expression de $\delta\theta$ a un maximum qui ne « peut jamais atteindre la réfraction observée, puisque la réfraction calculée « est toujours plus petite. On voit aussi que le nombre qui exprime le décrois- « sement a un maximum qui répond à peu près aux mêmes valeurs de l' et « de f que celui de $\delta\theta$. Le calcul représente mieux la réfraction 5972″, « observée par le plus grand froid, que l'autre 6999″, observée à 13°,2 au-dessous « de la congélation : car, la plus petite différence avec l'une est 172″ décimales, « et 361″ avec l'autre. Comme une petite variation dans l' et f en produit une « assez foible sur la réfraction, et une très-sensible sur le décroissement, nous « prendrons pour ce dernier une moyenne entre les résultats qui correspondent

« aux réfractions qui s'écartent le moins de l'observation. Cette moyenne est « d'environ 290 mètres pour la première, et 260 pour la seconde; et le terme « moyen entre ces deux résultats, aussi probables l'un que l'autre, est 275 mètres. « Nous voilà donc conduits, par une méthode de calcul moins directe, mais « plus sûre, dans ce cas, que la résolution des équations en l', à un nombre « qui diffère peu de celui que nous avions trouvé dans le mémoire précédent. « Nous croyons donc être en droit de conclure que les deux observations de « M. Svanberg, qui s'accordent assez bien entre elles, indiquent que le décrois- « sement du calorique au pôle est d'un degré du thermomètre centigrade par « 275 mètres, ou de 176 toises par degré du thermomètre de Réaumur. »

D'après ces nouvelles recherches de M. Mathieu, le décroissement du calorique paroît se ralentir, dans le froid le plus rigoureux du pôle, à peu près de $\frac{16}{100}$. Le décroissement moyen de toute l'année étant fonction de la température moyenne des différentes zones, les réfractions près de l'horizon doivent devenir plus fortes de l'équateur au pôle, à mesure que la température normale des plaines diminue; mais, en été, cette température normale diffère de très-peu sous l'équateur, à Paris et en Laponie. Il est heureux pour les astronomes que les réfractions presque horizontales soient les seules qui dépendent de la loi du décroissement du calorique ou de la densité de toutes les couches d'air superposées, comme l'a observé le premier M. Oriani dans son excellent mémoire *de refractione astronomica* (*Ephem. Mediol.*, *anni* 1788, p. 164). M. de Lindenau s'est occupé récemment, avec beaucoup de succès, de cette matière également importante pour l'astronomie et pour la physique (Monath. Cor. 1810. S. 101.)

J'ai indiqué, dans l'article *sur la limite des neiges perpétuelles* (Vol. I, p. 134), la hauteur des neiges sous les 65° de latitude boréale, d'après les mesures que MM. Ohlsen et Vetlafsen ont faites en Islande. Ces observations sont précises, mais des circonstances locales font descendre les neiges beaucoup plus en Islande qu'à l'extrémité septentrionale de l'Europe. Un voyageur qui réunit le zèle le plus courageux à des connoissances profondes en physique, en géologie et en histoire naturelle, M. Léopold de Buch, a répandu récemment beaucoup de jour sur cette matière, tant dans la relation de son voyage en Laponie (*Reise durch Norwegen und Lapland*, T. I, S. 280, 470. T. II, S. 133.) que dans un mémoire sur la limite des neiges dans le Nord, lu à la première classe de l'Institut, au mois de mars 1811. Dans des îles, ou sur des caps avancés, la

température moyenne des mois d'été est très-peu élevée, et c'est de cette température moyenne et non de celle de toute l'année, que dépend la hauteur de la limite inférieure des neiges. Cette hauteur est dans le Nord de l'Europe, d'après les recherches intéressantes de M. de Buch :

au 61 degré de latitude, de.......	1690 mètres
$62\frac{1}{2}$..........................	1582
67	1169
70	1060

Au soixante-onzième degré de latitude, mais dans une partie de la Norwège où les brouillards épais diminuent considérablement les chaleurs de l'été, les neiges descendent jusqu'à 714 mètres de hauteur au-dessus du niveau de l'Océan. En réunissant mes propres observations à celles de Saussure et de M. de Buch, je trouve, pour les continens, en excluant les îles qui les environnent :

Neiges perpétuelles sous l'équateur .... à	4800 mètres de hauteur
les 20° de latitude boréale	4600
les 45°	2550
les 65°	1500

Depuis que mon mémoire sur les réfractions a été publié, j'ai eu occasion de réunir plusieurs notions intéressantes sur les connoissances que les anciens avoient des véritables causes de l'inflexion des rayons pendant leurs passages à travers des milieux de différentes densités. En faisant des recherches sur l'analogie frappante qu'offrent les idées astrologiques des Chaldéens avec celles des Hindoux et des Mexicains, j'ai trouvé un passage de Sextus Empiricus qui paroît avoir échappé à ceux qui se sont occupés de l'histoire de l'astronomie. Ce philosophe décrit les opérations de l'astrologue qui, du haut d'une colline, observe la voûte céleste pour dresser l'horoscope d'un enfant nouveau né. Il remarque que la constellation du Zodiaque, que le Chaldéen voit paroître à l'horizon, se trouve effectivement au-dessous, et que cet effet est dû à la réfraction. Voici ce passage remarquable : Προσθετέον δὲ τούτοις ὡς ἐναργέστατον τῆς Χαλδαϊκῆς ἔλεγχον, καὶ τὴν περὶ τῷ ὁρίζοντι τοῦ ἀέρος διαφοράν. εἰκὸς γάρ, ὅτι παχυμεροῦς αὐτοῦ καθεστῶτος, κατὰ ἀνάκλασιν τῆς ὄψεως, τὸ ὑπὸ γῆν ἔτι καθεστὼς ζῴδιον, δοκεῖν ἤδη ὑπὲρ γῆς τυγχάνειν. ὁποῖόν τι καὶ ἐπὶ τῆς ἐφ' ὕδατος ἀντανακλωμένης ἡλιακῆς ἀκτῖνος γίνεται. μὴ βλέποντες γὰρ τὸν ἥλιον αὐτὸν, πολλάκις ὡς ἥλιον δοξάζομεν. *Sext. Empir. adversus astrologos*, Lib. V, p. 351 (*Ed. Fabricii*, 1718). « Il faut ajouter à cela l'argument le plus évident contre l'art des « Chaldéens, savoir *la différence de l'air près de l'horizon* : car l'air (y) « étant très-dense, le *zodion* qui est encore au-dessous de la terre, paroît déjà « au-dessus, à cause de la réfraction du rayon visuel. Il arrive quelque chose « de semblable lorsqu'un rayon solaire se réfracte dans l'eau ; car souvent ne « voyant pas le soleil même, nous croyons l'apercevoir. » La fin de la phrase est moins claire que le commencement. Peut-être l'auteur désigne-t-il le cas où, sur mer, on voit paroître l'image du soleil à l'horizon.

On doit être surpris que Sextus Empiricus ait connu les causes et l'effet de la réfraction (ἀνάκλασις), tandis qu'aucun passage de l'Almageste ne nous autorise à attribuer ces connoissances à Ptolémée. Il est vrai que Riccioli qui, en 1651, disserte déjà sur la nécessité de l'emploi du thermomètre et de l'hygromètre (*avenæ aristula, siccitatis et humiditatis index*) dans les observations de réfraction, fait dire à Ptolémée que les levers et les couchers, les apparitions et les disparitions des étoiles varient suivant les divers changemens de l'air (*Riccioli Almag.*, Lib. X, p. 642). Mais un astronome célèbre, qui a fait une étude approfondie des géomètres de l'antiquité, observe qu'aucun passage de l'Almageste n'annonce que son auteur ait su distinguer le lever réel des astres du lever apparent, ou qu'il ait reconnu que les variations de l'atmosphère font changer les réfractions. « Ptolémée, remarque M. Delambre, cherche à déterminer, par observation, dans le dernier chapitre du huitième livre, à quel abaissement doit être le soleil, pour qu'une étoile soit visible à l'horizon : il détermine aussi quelle est pour ce moment la différence de longitude entre le soleil abaissé et le point de l'écliptique qui est à l'horizon. Après avoir donné les règles trigonométriques de ce calcul, il ajoute que les apparences peuvent varier suivant les climats, parce que, dans les pays septentrionaux où l'air est plus épais et moins transparent, la même étoile n'a pas le même éclat que dans les pays plus méridionaux. Théon, dans son Commentaire, appuie cette explication, en disant que la lumière de l'astre paroît plus obscure en raison de l'épaisseur de l'air. Ce passage, faussement interprété par Riccioli et par tous ceux qui ont copié les assertions de ce dernier, ne traite donc que de la constitution de l'air plus ou moins favorable à la vision ; il n'a aucun rapport à la réfraction, et l'on

peut même s'étonner que, dans un chapitre où Ptolémée décrit toutes les espèces de levers de l'ancienne astronomie, il ne remarque pas que la réfraction fait paroître l'étoile à l'horizon avant qu'elle n'y soit réellement parvenue. Il attribue tout aussi peu à l'inflexion des rayons le phénomène extraordinaire du soleil observé deux fois le même jour dans l'équateur de l'armille. Dans les dernières lignes du dix-huitième livre, il dit encore que les pronostics qu'on prétend tirer des levers et des couchers pour prédire les constitutions de l'air, sont très-incertains. Quant à la grandeur extraordinaire sous laquelle le soleil et la lune se présentent à l'horizon, Ptolémée, dans le troisième chapitre du premier livre, l'attribue aux vapeurs humides qui environnent la terre et qui s'interposent entre l'astre et l'œil de l'observateur. C'est ainsi, ajoute-t-il, que les objets paroissent plus grands au fond de l'eau que dans l'air. » Ces derniers mots rappellent le mémorable passage de Strabon (Lib. III, 95, éd. Casaub. 1587), dans lequel il parle des astres vus à travers des tuyaux (αὐλοί).

Si Ptolémée, dans l'Almageste, paroît ignorer totalement les effets de la réfraction, il est d'autant plus curieux de voir que, dans son Traité d'Optique, il en ait exposé les véritables causes avec la plus admirable clarté. Je ne parle pas de ce Traité d'Optique d'après les citations prises dans Alhazen ou Roger Bacon, mais d'après la lecture du manuscrit précieux que possède la bibliothèque impériale de Paris, sous le n. 7310, et que M. Caussin, membre de l'Institut, se propose de publier. Ce manuscrit qui a cent cinq feuillets, et sur lequel M. Laplace (*Exposition du Système du Monde, seconde édition*, p. 308) a déjà fixé l'attention des astronomes, porte pour titre : *Liber Ptholemei de opticis sive aspectibus.* C'est une traduction latine faite sur deux manuscrits arabes, par *Ammiracus Eugenius, Siculus.* Montucla et Bailly n'en paroissent avoir connu l'existence que d'après le catalogue de la bibliothèque Bodleyenne à Oxford (*Mont. Hist. des Mathém.*, T. I, p. 312. *Bailly, Hist. de l'Astron. mod.*, T. I, p. 560). Lalande croyoit même l'optique de Ptolémée entièrement perdue (*Astron.*, §. 2163).

La traduction latine que j'ai examinée ne renferme que les derniers quatre livres ; et, quoique le premier n'existât pas non plus dans le manuscrit arabe sur lequel Ammiracus a travaillé, il en rapporte cependant le contenu d'après la première phrase du second livre de Ptolémée. Ce livre traitoit des rapports de la vue avec la lumière, *quomodo visus et lumen communicant.* Dans le second, Ptolémée examine les angles sous lesquels on voit des objets éloignés :

il cherche à prouver que l'on voit mieux des deux yeux que d'un seul, et il enseigne comment le tact rectifie nos jugemens d'optique. Les trois derniers livres traitent : *de reverberatione in speculis planis ad æquales angulos; de iis quæ apparent in speculis concavis, et per duo aut plura specula; de flexione et fractionibus visibilium radiorum*, c'est-à-dire du passage des rayons à travers des milieux de densités différentes, comme de l'éther dans l'air, de l'air dans l'eau, et de l'eau dans le verre. Ptolémée trouva, d'après les calculs de M. Delambre, les réfractions de l'air dans l'eau = 4 : 3,02892, et celles de l'air dans le verre = 3 : 2,06532. On n'a plus besoin de chercher dans un passage obscur de Martianus Capella (Lib. VIII, *ed. Henrico Petr.*, p. 194) les premières traces de la connoissance des phénomènes de réfraction; Ptolémée, dans le cinquième livre de l'Optique, les décrit avec la plus grande précision : *Rursus possibile est, quod in loco contiguationis aëris ad ætherem fit flexio visibilis radii propter diversitatem istorum corporum duorum ex iis quæ apparent, et sunt hæc. Invenimus res quæ oriuntur et occidunt magis declinantes ad septentrionem, cum fuerint prope horizontem, et metitæ fuerint per instrumentum quo mensurantur sidera : et cum fuerint orientes vel occidentes, circuli utique æquidistantes æquinoctiali qui describuntur super illas, propinquiores sunt ad septentrionem, quam circuli qui describuntur super illas cum fuerint in medio cœli : et quanto magis appropinquant horizonti, majorem habent declinationem ad septentrionem. Siderum vero semper apparentium distantia a septentrionali polo erit minor, cum fuerint in meridionali linea versus horizontem. Cum enim fuerint in loco, qui propinquior est puncto, qui est super caput nostrum, fit in ipso loco circulus æquidistans æquinoctiali major. In priori autem loco fit minor : quod accidit propter flexionem visibilis radii, qui fit a superficie quæ determinat inter aërem et ætherem, quæ debet esse sphærica, et centrum ejus debet esse centrum commune universis elementis, quod est centrum terræ.* (MS., Lib. V, *fol.* 73 *recto*).

Ptolémée savoit donc, quoique M. Gehler ait avancé le contraire (*Phys. Wörterbuch*, B. IV, S. 245), que la déclinaison des astres diminuoit à mesure qu'ils s'élevoient au-dessus de l'horizon. Des pinnules placées sur ses armilles lui avoient fait voir que, dans les étoiles circompolaires, la distance polaire est moindre à leur passage inférieur qu'à leur passage supérieur. Il n'indique pas la quantité de la réfraction, mais il discute la manière de la déterminer. *Et possibile quoque esset nobis inspicere de quantitatibus*

istarum fractionum, et considerare illud in aliqua de rebus quarum distantia data est, utpote solis et lunæ. Il énonce clairement que les effets de la réfraction vont en décroissant depuis l'horizon jusqu'au zénith, où ils sont nuls, résultat qui étoit inconnu à Tycho et à Hevelius même. Ptolémée attribue l'inflexion du rayon lumineux au contact des couches d'éther et d'air atmosphérique, dont les premières reposent sur les dernières. *Visibilis radius in transitu a subtiliori corpore ad grossius declinat ad perpendicularem; in transitu autem ejus a grossiori ad subtilius declinat ad diversam perpendicularem partem.* Il paroît singulier que Ptolémée n'ait pas fait l'application de la théorie des réfractions au lever et au coucher des astres. Il devoit être conduit naturellement à l'idée que le lever apparent précède le lever réel; mais cette idée, si bien énoncée par Sextus Empiricus dans son livre contre les astrologues, se trouve aussi peu dans l'Optique de Ptolémée que dans son Almageste, qui a été traduit en arabe au commencement du neuvième siècle de notre ère, l'an 212 de l'hégyre. Il est probable qu'Alhazen a tiré ses connoissances d'optique ou du traité de Ptolémée, ou d'auteurs qui avoient profité de ce traité. S'il les a puisées dans l'original même, on doit supposer que le texte grec de l'Optique existoit encore au douzième siècle. S'il faut perdre l'espoir de retrouver ce texte, il seroit du moins à désirer que nous possédassions le manuscrit arabe sur lequel la traduction latine a été faite. Cette dernière est très-littérale; elle manque souvent de clarté, et paroît l'ouvrage d'un homme qui connoissoit plus la valeur des mots que celle des choses.

Pourquoi Ptolémée de l'Almageste paroît-il ignorer tant de résultats curieux, que Ptolémée de l'Optique savoit aussi bien que nous? L'Optique auroit-elle été composée après l'Almageste? Comment admettre qu'un géomètre arabe ait altéré le texte en faisant des additions sur la théorie de la réfraction? L'auteur de si brillantes découvertes n'auroit pas résisté au désir de voir passer son nom à la postérité. Aussi reconnoît-on partout, dans la traduction latine, la tournure des phrases grecques de l'original. Personne n'a révoqué en doute que l'auteur du *Planisphère* ne soit identique avec le Ptolémée de la *Géographie*; et cependant, comme l'a très-bien observé M. Delambre, le traité sur le *Planisphère* offre d'excellentes méthodes de projection, tandis que celles qui sont exposées dans la *Géographie* sont très-mauvaises. Nous regarderons donc l'ouvrage *de opticis sive aspectibus*, dont la bibliothèque impériale de Paris possède deux copies, comme un des plus beaux titres de gloire de l'auteur de l'Almageste. Le il cherche à prouver que l'on voit mieux des deux yeux que d'un seul, et il enseigne comment le tact rectifie nos jugemens d'optique. Les trois derniers livres traitent : *de reverberatione in speculis planis ad æquales angulos; de iis quæ apparent in speculis concavis, et per duo aut plura specula; de flexione et fractionibus visibilium radiorum*, c'est-à-dire du passage des rayons à travers des milieux de densités différentes, comme de l'éther dans l'air, de l'air dans l'eau, et de l'eau dans le verre. Ptolémée trouva, d'après les calculs de M. Delambre, les réfractions de l'air dans l'eau =4 : 3,02892, et celles de l'air dans le verre =3 : 2,06532. On n'a plus besoin de chercher dans un passage obscur de Martianus Capella (Lib. VIII, *ed. Henrico Petr.*, p. 194) les premières traces de la connoissance des phénomènes de réfraction; Ptolémée, dans le cinquième livre de l'Optique, les décrit avec la plus grande précision : *Rursus possibile est, quod in loco contiguationis aëris ad ætherem fit flexio visibilis radii propter diversitatem istorum corporum duorum ex iis quæ apparent, et sunt hæc. Invenimus res quæ oriuntur et occidunt magis declinantes ad septentrionem, cum fuerint prope horizontem, et metitæ fuerint per instrumentum quo cum fuerint orientes vel occidentes, circuli utique mensurantur sidera : et cum fuerint orientes vel occidentes, circuli utique æquidistantes æquinoctiali qui describuntur super illas, propinquiores sunt ad septentrionem, quam circuli qui describuntur super illas cum fuerint in medio cœli : et quanto magis appropinquant horizonti, majorem habent declinationem ad septentrionem. Siderum vero semper apparentium distantia a septentrionali polo erit minor, cum fuerint in meridionali linea versus horizontem. Cum enim fuerint in loco, qui propinquior est puncto, qui est super caput nostrum, fit in ipso loco circulus æquidistans æquinoctiali major. In priori autem loco fit minor : quod accidit propter flexionem visibilis radii, qui fit a superficie quæ determinat inter aërem et ætherem, quæ debet esse sphærica, et centrum ejus debet esse centrum commune universis elementis, quod est centrum terræ.* (MS., Lib. V, *fol.* 73 *recto*).

Ptolémée savoit donc, quoique M. Gehler ait avancé le contraire (*Phys. Wörterbuch*, B. IV, S. 245), que la déclinaison des astres diminuoit à mesure qu'ils s'élevoient au-dessus de l'horizon. Des pinnules placées sur ses armilles lui avoient fait voir que, dans les étoiles circompolaires, la distance polaire est moindre à leur passage inférieur qu'à leur passage supérieur. Il n'indique pas la quantité de la réfraction, mais il discute la manière de la déterminer. *Et possibile quoque esset nobis inspicere de quantitatibus*

istarum fractionum, et considerare illud in aliqua de rebus quarum distantia data est, utpote solis et lunæ. Il énonce clairement que les effets de la réfraction vont en décroissant depuis l'horizon jusqu'au zénith, où ils sont nuls, résultat qui étoit inconnu à Tycho et à Hevelius même. Ptolémée attribue l'inflexion du rayon lumineux au contact des couches d'éther et d'air atmosphérique, dont les premières reposent sur les dernières. *Visibilis radius in transitu a subtiliori corpore ad grossius declinat ad perpendicularem; in transitu autem ejus a grossiori ad subtilius declinat ad diversam perpendicularem partem.* Il paroît singulier que Ptolémée n'ait pas fait l'application de la théorie des réfractions au lever et au coucher des astres. Il devoit être conduit naturellement à l'idée que le lever apparent précède le lever réel; mais cette idée, si bien énoncée par Sextus Empiricus dans son livre contre les astrologues, se trouve aussi peu dans l'Optique de Ptolémée que dans son Almageste, qui a été traduit en arabe au commencement du neuvième siècle de notre ère, l'an 212 de l'hégyre. Il est probable qu'Alhazen a tiré ses connoissances d'optique ou du traité de Ptolémée, ou d'auteurs qui avoient profité de ce traité. S'il les a puisées dans l'original même, on doit supposer que le texte grec de l'Optique existoit encore au douzième siècle. S'il faut perdre l'espoir de retrouver ce texte, il seroit du moins à désirer que nous possédassions le manuscrit arabe sur lequel la traduction latine a été faite. Cette dernière est très-littérale; elle manque souvent de clarté, et paroît l'ouvrage d'un homme qui connoissoit plus la valeur des mots que celle des choses.

Pourquoi Ptolémée de l'Almageste paroît-il ignorer tant de résultats curieux, que Ptolémée de l'Optique savoit aussi bien que nous? L'Optique auroit-elle été composée après l'Almageste? Comment admettre qu'un géomètre arabe ait altéré le texte en faisant des additions sur la théorie de la réfraction? L'auteur de si brillantes découvertes n'auroit pas résisté au désir de voir passer son nom à la postérité. Aussi reconnoît-on partout, dans la traduction latine, la tournure des phrases grecques de l'original. Personne n'a révoqué en doute que l'auteur du *Planisphère* ne soit identique avec le Ptolémée de la *Géographie*; et cependant, comme l'a très-bien observé M. Delambre, le traité sur le *Planisphère* offre d'excellentes méthodes de projection, tandis que celles qui sont exposées dans la *Géographie* sont très-mauvaises. Nous regarderons donc l'ouvrage *de opticis sive aspectibus*, dont la bibliothèque impériale de Paris possède deux copies, comme un des plus beaux titres de gloire de l'auteur de l'Almageste. Le passage que j'ai cité plus haut, et dans lequel Ptolémée parle de l'influence de la réfraction, sur la déclinaison apparente des étoiles, a de grands rapports avec un passage d'Alhazen. Lib. VII, cap. 15 (*ed.* 1572, p. 251).

Pour compléter ce que nous venons d'exposer sur les idées que les anciens se formoient de la réfraction, je citerai encore un passage très-curieux de Cléomèdes, d'après la traduction littérale de M. Delambre. Le géomètre grec, en parlant de la possibilité de voir à l'horizon le soleil d'un côté, et, de l'autre, la lune éclipsée, s'énonce ainsi : « L'air étant sujet à des variations de toute « espèce, il ne seroit pas impossible que le soleil étant déjà sous l'horizon, « l'apparence ne se présentât à nous, comme s'il n'étoit pas encore couché (πολλῶν δὲ καὶ παντοδαπῶν περὶ τὸν ἀέρα παθῶν συνίστασθαι πεφυκότων, οὐκ ἂν εἴη ἀδύνατον, ἤδη καταδεδυκότος τοῦ ἡλίου καὶ ὑπὸ τὸν ὁρίζοντα ὄντος, φαντασίαν ἡμῖν προσπεσεῖν, ὡς μηδέπω καταδεδυκότος αὐτοῦ). « Un nuage épais, placé « vers le couchant et bien éclairé par les rayons solaires, peut nous « envoyer l'image du soleil ou former un anthélie. On voit en effet, ou « l'on croit voir beaucoup de choses de cette espèce dans l'air, prin- « cipalement près du Pont-Euxin. Il seroit possible aussi que le rayon « parti de l'œil (ἀπὸ τῶν ὀμμάτων ἀποχεομένη ἀκτίς) venant à rencontrer un air « humide, s'y rompît (κατακλᾶσθαι) et allât rencontrer le soleil déjà caché « sous l'horizon. Nous observons un effet tout semblable : car, lorsqu'on place « au fond d'un vase un anneau d'or, si le vase est vide, d'une certaine distance « l'anneau n'est pas visible, parce qu'aucun obstacle ne s'oppose à ce que le « souffle qui produit la vision (τὸ ὁρατικὸν πνεῦμα) ne puisse raser les bords « du vase en allant en ligne droite. Mais si on remplit le vase d'eau jusqu'aux « bords, alors l'anneau se voit de la même distance au fond du vase ; le souffle « visuel ne rasant plus les bords du vase, mais touchant l'eau qui remplit le « vase jusqu'aux bords, il s'y rompt, va au fond du vase et y rencontre l'anneau. « Il se pourroit qu'il arrivât quelque chose de semblable dans l'air humide, en « sorte que le rayon parti de l'œil venant à se rompre, s'inclineroit sous l'horizon « et rencontreroit le soleil déjà couché, de manière à produire une apparence « qui nous feroit croire qu'il est encore sur l'horizon. » Ce passage de Cléomède (*Meteora, ed. Balfor*, 1605, Lib. II, c. 6. περὶ τῆς σελήνης ἐκλείψεως, et *Bailly, Hist. de l'Astr. mod.*, T. I, p. 124) répand du jour sur celui de Sextus Empiricus, que nous avons cité plusieurs fois ; mais le premier ne parle que d'un phénomène particulier de l'effet des réfractions extraordinaires, tandis que le second énonce généralement que les astres ne sont réellement pas levés lorsque nous les voyons paroître à l'horizon, et que ce phénomène constant est dû à la densité des couches d'air atmosphérique. Dans les deux passages, l'organe de la vue est considéré comme une sorte de tentacule qui va au loin saisir les objets et qui se plie selon les milieux à travers lesquels il passe. Cette manière de considérer les phenomènes d'optique est commune à la plupart des physiciens de l'antiquité, et a prévalu jusqu'à l'époque où Alhazen, profitant peut-être des travaux de Ptolémée, a composé son Traité d'Optique (*Priestley on Vision*, p. 15).

Pendant mon premier séjour à Cumana, en 1799, un an avant que M. Wollaston publiât son excellent mémoire sur le *mirage*, j'ai fait un grand nombre d'observations sur les phénomènes de la réfraction extaordinaire. J'ai tâché de mesurer avec précision les dépressions des objets et celles de l'horizon avec un quart de cercle de Bird, bien rectifié ; j'ai noté avec soin la température et toutes les circonstances météorologiques. Une partie de mes observations a été discutée par M. Biot, dans ses *Recherches sur les réfractions extraordinaires*, p. 213-219. J'en consignerai d'autres dans la Relation historique de mon voyage aux régions équinoxiales, ouvrage dans lequel j'exposerai aussi mes observations sur la régularité des variations horaires du baromètre, depuis le niveau de l'Océan jusqu'à 2104 toises de hauteur ; mes essais pour déterminer l'intensité relative de la lumière des étoiles australes invisibles en Europe, et la méthode que j'ai employée pour mesurer, pendant une tempête, la hauteur des vagues par l'influence de la dépression de l'horizon sur les hauteurs apparentes du soleil. Voici les résultats principaux de mes expériences sur l'intensité de la lumière des grandes étoiles de l'hémisphère austral :

Sirius......	100	α Grue........	81
Canopus.....	98	δ Grand Chien.	81
α Centaure...	96	α Paon.......	78
Achernar....	94	β Grue.......	75
β Centaure...	93	α Toucan.....	70
Fomalhault..	92	α Colombe....	68
Beteigeuze...	86	γ Grue.......	58
ε Grand Chien.	85	α Indien.....	50

J'ai comparé les étoiles une à une d'après la méthode de Herschel, en posant Sirius = 100, et en rangeant les étoiles de la première grandeur entre 100 et 80; celles de la deuxième grandeur, entre 80 et 60, etc. Pour juger de l'intensité relative de la lumière de deux astres, j'ai employé des verres plans de différentes épaisseurs, blancs ou colorés, placés devant l'oculaire de la lunette, des diaphragmes diminuant l'ouverture de l'objectif, et surtout un instrument à réflexion propre à ramener deux étoiles dans le champ de la lunette, et à égaliser leur lumière en recevant à volonté plus ou moins de rayons réfléchis par le grand miroir. Tous ces moyens, j'en conviens, sont extrêmement imparfaits, surtout à cause de l'extinction inégale de la lumière sous différens angles d'incidence : ils pourront cependant contribuer à décider la question importante si, par la suite des siècles, deux astres, dont l'éclat est peu différent, ont subi des variations sensibles. Les recherches photométriques ne reposeront sur des bases solides que lorsque la physique nous aura enseigné une méthode précise de mesurer la quantité de lumière que nous renvoient les planètes et les étoiles.

Dans le dixième livre de ce Recueil, nous avons omis de donner le détail de la mesure géodésique de Chimborazo, que j'ai faite au mois de juin 1803 dans la plaine de Tapia, près de la nouvelle ville de Riobamba, entre l'église de *La Merced* et le couvent de Saint-Augustin. Voici le calcul de la hauteur, fait par M. Oltmanns:

Base A B (Pl. I, fig. 6), ... 1702^m,49.

On a mesuré AB deux fois; mais dans la seconde opération, on n'a remesuré qu'un tiers de la base. Les deux résultats s'accordoient à moins d'un mètre.

Le sol en B étoit plus élevé que le sol en A de 6^p,3 = 2^m,1. J'avois trouvé

$$\begin{aligned} \text{l'angle } A B a &= 98^\circ\ 34'\ 50'' \\ a A B &= 78^\circ\ 16'\ 20'' \\ \text{par conséquent, } A a B &= 3^\circ\ \ 8'\ 50'' \end{aligned}$$

La résolution du triangle donne $A a$ = 30662^m,73. C'est la distance de la cime de Chimborazo à la station A (*Voyez* la figure de la montagne dans mes *Vues des Cordillères*, Pl. XXV).

Angle d'élévation mesuré en A = 6° 41′ 26″. M. Oltmanns trouve, par approximation, la distance horizontale $b s$ (Pl. I, fig. 7) = 30437^m,40, ou, en arc, 16′ 27″,65.

Angle apparent................	6° 41′ 26″,00	
Demi-angle au centre de la terre,	+ 8′ 13″,82	= $\frac{1}{2}(bcs)$
Réfraction pour 17° et 1483 toises,	— 0′ 41″,64	= arc × — 0,04217 d'après M. de Lindenau.
Vrai angle d'élévation..........	6° 48′ 58″,20	

par conséquent,

$$\begin{aligned} a' s b &= 6^\circ\ 48'\ 58'',2 \\ a' b s &= 90^\circ\ \ 8'\ 13'',8 \\ b a' s &= 83^\circ\ \ 2'\ 48'',0 \end{aligned}$$

et, hauteur de la cime du Chimborazo sur le point s, en ajoutant 16 centimètres, dont l'horizon artificiel étoit élevé au-dessus de la station A

3639^m,35 = 1867^t,25

Or, la hauteur absolue de Riobamba Nuevo résulte de ma mesure barométrique de 2891^m,2, ou 1482^t,8 (Vol. I, p. 310); nous trouvons donc la cime du Chimborazo, au-dessus du niveau de l'Océan, de

6530^m,5 = 3350^t,0

La Condamine et Don Jorge Juan avoient mesuré cette même montagne en prenant des angles de hauteur, dont aucun n'excédoit 4° 19′, à plusieurs stations de leurs grands triangles; La Condamine avoit déduit de ces angles 3217 t.; Don Jorge Juan, 3380 t. (Voyez mon *Essai sur la Géographie des Plantes*, p. 50.) Je reviendrai, dans un autre endroit, sur les causes de ces différences extraordinaires, en examinant les erreurs qui affectent les angles de dépression des stations, et en discutant la hauteur absolue de la ville de Quito, qui, dans les calculs des académiciens françois, a été conclue de quelques angles de hauteur d'Ilinissa, pris à de grandes distances.

Effet de la réfraction terrestre :

Angle d'élévation + le demi-angle au centre,	6° 49′ 39″,8
90 + demi-angle au centre de la terre.......	90° 8′ 13″,8
Angle $b a' s$..............................	83° 2′ 6″,4

M. Oltmanns trouve, pour l'analogie, sin. (90° 8′ 13″,8) : 30662^m,73 = sin. (6° 49′ 39″,8) : x.

Haut. du Chimborazo, sans avoir égard à la réfraction,	3645^m,32
en ayant égard à la réfraction...	3639^m,19
Différence....	6^m,13

D'après la formule que M. Laplace a donnée dans la Mécanique céleste, l'effet de la réfraction seroit de 7^m,57. Pour faire juger du degré de certitude qu'offre la mesure du Chimborazo, M. Oltmanns a construit le tableau suivant :

ÉLÉMENS VARIABLES.	ERREURS SUPPOSÉES.	EFFETS DES ERREURS sur la hauteur absolue de la montagne.
Angle *a* B A ou *a* A B....	10″ sexag.	3^m,2
Base A B..............	10 mètres.	21^m,4
Angle d'élévation........	10″	1^m,5
Coëfficient de réfraction..	0″,1	— 14^m

Je n'ai pu, jusqu'à ce jour, découvrir aucune cause d'erreur dans ma mesure du Chimborazo. Pour expliquer une différence de 100 toises de hauteur, il faudroit supposer ou que les angles des stations avec la cime *a* B A et *a* A B fussent faux de 10′,9, ou qu'on se fût trompé dans la mesure de la base de 91 mètres, ou que l'angle de hauteur pris en A fût trop grand de 21′ 58″, ou enfin que la réfraction, au lieu d'être — 0,042 de l'arc compris entre la station A et la cime, fût de — 1,39. J'ai publié, avec la plus grande franchise, le détail de mes observations géodésiques; je suis sûr d'avoir employé beaucoup de soin pour vérifier les angles ; mais je désire ardemment que, dans un pays où les lumières font des progrès si rapides, des hommes instruits répètent mes opérations sur le plateau de Tapia, pour qu'il ne reste aucun doute sur la véritable hauteur de la cime la plus élevée des Cordillères.

Je n'ai point publié dans ce Recueil les observations nombreuses que j'ai faites pendant le cours de mon voyage, sur l'inclinaison et la déclinaison de l'aiguille aimantée et sur l'intensité des forces magnétiques. Ces observations feront l'objet d'un ouvrage particulier auquel je joindrai le travail que j'ai entrepris à Berlin, conjointement avec M. Oltmanns, sur les petites variations horaires de la déclinaison. Nous nous sommes servis, depuis le mois de mai 1806 jusqu'au mois de juin 1807, de l'appareil ingénieux décrit par M. de Prony, qui consiste dans une lunette suspendue d'après la méthode de Coulomb, et attachée à un barreau aimanté. Pour connoître avec précision l'époque du maximum des élongations, nous avons observé aux solstices et aux équinoxes,

pendant 120, quelquefois même pendant 168 heures, jour et nuit, de 10 en 10, ou de 15 en 15 minutes. L'éloignement du signal vers lequel nous avons pointé, nous a permis de prendre les angles avec l'exactitude de 3 à 4 secondes sexagésimales. J'avois déterminé, en 1802, par des expériences faites dans la vallée de Lulumbamba et sur le dos des Cordillères entre Micuipampa et Caxamarca, la loi remarquable d'après laquelle, de l'équateur au pôle, l'intensité des forces magnétiques va en progression croissante. La même aiguille qui, à Paris, avoit oscillé 245 fois en dix minutes de temps, n'a plus oscillé que 211 fois sous l'équateur magnétique. Cette loi s'est trouvée confirmée par les expériences que nous avons faites, M. Gay-Lussac et moi, en 1805 et 1806, en Italie, en France et en Allemagne. En supposant l'intensité sous l'équateur magnétique égale à 10000, elle est à Naples, 12745; à Milan, 13364; à Lyon, 13334; à Paris, 13482, et à Berlin, 13703 (*Journal de Physique,* T. LIX, p. 287. *Mémoires de la Société d'Arcueil,* T. I, p. 21).

J'invite les savans, qui s'intéressent à l'histoire de l'astronomie, à jeter les yeux sur un mémoire très-étendu que je viens de publier sur le calendrier mexicain, et ses rapports frappans avec les divisions du temps des peuples tartares et tibétains. Ce mémoire est consigné dans mes *Vues des Cordillères et Monumens des Peuples indigènes de l'Amérique,* p. 125-194. On trouvera dans le même ouvrage quelques idées sur l'origine des zodiaques et sur les fables cosmogoniques des Aztèques, comparées à celles des Hindoux et des Étrusques. Ces essais historiques présenteront peut-être quelque intérêt à une époque où les belles recherches de M. Ideler ont fixé l'attention des savans sur la chronologie ancienne. Nous nous flattons que bientôt un voyageur, profondément instruit dans les sciences mathématiques, M. Fourrier, répandra un nouveau jour sur l'astronomie des Égyptiens, source féconde à laquelle tant de peuples ont puisé leurs connoissances, leurs fictions et leurs rêveries astrologiques.

Les cartes géographiques qu'il me reste à publier, paroîtront dans l'Atlas qui accompagnera la Relation historique de mon voyage aux régions équinoxiales. J'ai vu avec peine que M. Arrowsmith s'est récemment approprié ma grande carte de la Nouvelle-Espagne, en la faisant paroître sous son nom, et comme compilée par lui d'après des matériaux originaux. La carte des *Provincias internas* qui a paru dans le Voyage de M. Pike aux parties occidentales de la Louisiane et à Santa-Fe du Nouveau Mexique, est également calquée sur la mienne, quoique dans l'ouvrage même, qui renferme des renseignemens extrêmement précieux sur la rivière Platte et les montagnes au nord de Taos, on n'ait indiqué nulle part la source dans laquelle M. Pike a puisé. Ces deux copies fourmillent d'ailleurs de fautes typographiques qui rendent les noms de lieux tout-à-fait méconnoissables.

Je ne saurois terminer cette Introduction sans parler de ma reconnoissance envers un ami qui, par le dévouement le plus généreux pour les sciences, a sacrifié plusieurs années de sa vie à la rédaction de mes observations astronomiques. Son travail paroissant avec le mien, il ne m'appartient point de lui donner ici des éloges; mais il me sera permis de citer le témoignage d'estime qui lui a été accordé par un savant illustre dans l'analyse des travaux mathématiques de la première classe de l'Institut de France, pendant l'année 1809. « M. Oltmanns (aujourd'hui membre de l'Académie Royale de Prusse et professeur d'astronomie à l'Université de Berlin) a prouvé qu'à des connoissances astronomiques distinguées et à la patience nécessaire pour suivre les calculs les plus longs et les plus monotones, il réunit cette sagacité qui découvre des méthodes nouvelles ou qui apporte des modifications aux méthodes connues. Non content d'avoir heureusement achevé un travail pénible sur les observations d'un voyageur, il y a puisé des forces nouvelles pour en entreprendre un plus vaste : celui de discuter, de comparer, de calculer de nouveau, sur les tables les plus modernes, toutes les observations astronomiques propres à déterminer les longitudes et les latitudes terrestres qu'il a pu recueillir dans les Voyages, dans les Éphémérides et dans les Recueils académiques. De ces discussions est résulté l'ouvrage précieux qu'il a composé en allemand, et qui porte pour titre: *Recherches sur la Géographie du Nouveau Continent.* » Un tel éloge suffit pour prouver combien je dois être satisfait d'avoir eu M. Oltmanns pour collaborateur de mes travaux.

A Paris, le 14 septembre 1811.

ALEXANDRE DE HUMBOLDT.

DISCOURS PRÉLIMINAIRE,

PAR J. OLTMANNS.

Des Moyens employés pour déterminer la position des lieux, et du calcul des Observations astronomiques.

La position des différens lieux de la terre dépend à la fois de la distance angulaire à l'équateur, de la distance angulaire au premier méridien, et de la distance rectiligne au niveau de la mer. En ajoutant cette dernière au demi-diamètre de la terre, on obtient un élément dont la connoissance, comme nous le verrons plus bas, influe sur la précision des calculs parallactiques.

Le *Journal astronomique de M. de Humboldt,* dont la rédaction m'a été confiée, renferme les observations nombreuses que ce voyageur a faites pendant cinq ans dans la région équinoxiale du nouveau continent, pour déterminer les trois coordonnées de latitude, de longitude et de hauteur. Des méthodes très-différentes ayant été employées pour vérifier l'exactitude des résultats, je me propose de développer ici la marche que j'ai suivie dans cet ouvrage. Je discuterai les élémens que j'ai employés dans mes calculs; j'indiquerai les motifs qui m'ont engagé à m'écarter quelquefois de la route frayée par des astronomes célèbres, et j'examinerai avec franchise le degré de précision que l'on peut se flatter d'atteindre en se servant des divers moyens qui ont été proposés pour fixer la position géographique des lieux. En parlant successivement des observations de latitude, de celles de longitude, et des mesures faites à l'aide du baromètre, je trouverai occasion de réunir, sous un même point de vue, des remarques dont quelques-unes mériteront peut-être de fixer l'attention des astronomes.

I. DÉTERMINATION DE LA LATITUDE.

La grande hauteur qu'atteint le soleil sous les tropiques, à son passage par le méridien, a forcé M. de Humboldt, comme tous les voyageurs qui font usage d'instrumens de réflexion, de se servir le plus souvent de l'observation des étoiles, pour fixer les latitudes. Cette circonstance a rendu important le choix des déclinaisons employées pour trouver la hauteur de l'équateur.

1. *Catalogue d'Étoiles.*

Tous les calculs que renferme cet ouvrage sont fondés sur les ascensions droites des 36 étoiles observées par M. Maskelyne, et sur les déclinaisons des étoiles observées par M. Piazzi. J'ai été obligé de recourir au catalogue de La Caille, seulement pour un petit nombre d'étoiles de l'hémisphère austral, qui ne sont pas visibles dans nos climats. Les ascensions droites des étoiles observées à Palerme et à Greenwich, s'accordent entre elles; mais les déclinaisons présentent des différences plus grandes que celles auxquelles on auroit dû s'attendre en considérant l'habileté des observateurs et la perfection des instrumens employés.

On a imaginé plusieurs hypothèses pour faire évanouir ces différences. L'hypothèse proposée par M. Bürg [1], consiste à corriger les hauteurs méridiennes observées à Greenwich, par une réfraction propre à cet observatoire. M. Bürg [2] a cru que, pour une distance zénithale de 51° 28′, on devoit supposer une réfraction de 1′ 13″,7, et pour une distance zénithale de 38° 32′, une réfraction de 46″,7. D'après la théorie de M. Laplace, ces réfractions seroient de 1′ 12″,17, et 45″,93, le thermomètre étant à 10° du thermomètre centigrade, et le baromètre à 0m, 7516. Il faut se rappeler que Bradley, d'après les calculs de M. Maskelyne [3], a trouvé, pour ces mêmes distances zénithales, 1′ 11″,0 et 0′ 45″,2; M. Maskelyne n'a obtenu que 1′ 9″,9, et 0′ 44″,3, au moyen d'observations faites avec le mural de 8 pieds, dont on se sert encore aujourd'hui. Bradley, après avoir réuni 310 observations au même mural, fixa la distance zénithale apparente du pôle à 38° 30′ 36″; M. Maskelyne obtint, par 246 observations, la distance zénithale de l'équateur, 51° 27′ 29″,8; Bradley, par 20 observations, la trouva de 51° 27′ 29″,0. La somme de ces deux distances est de 89° 58′ 5″,8, laquelle, soustraite de 90°, donne la somme de la réfraction pour les distances du pôle et de l'équateur au zénith, c'est-à-dire 1′ 54″,2.

[1] Zach, monathliche Correspondenz, 1805, März, p. 197 et suiv.

[2] Ephemerides astronomicæ anni 1798.

[3] Philosophical Transactions, for the year 1787, p. 156 et 158.

Les observations calculées par M. Bürg, lui donnèrent six secondes de plus, ou 2′ 0″,4. On pourroit croire que cette dernière détermination est la plus exacte, parce que les astronomes de Greenwich, en observant la hauteur du pôle et de l'équateur, ont été obligés de retourner le mural du nord au sud, opération qui peut altérer la figure de l'instrument.

J'avoue que la supposition d'une réfraction particulière au climat de Greenwich me paroît contraire à tout ce que nous savons sur la constitution chimique de l'atmosphère. Comment admettre que les mêmes tables de réfraction ne peuvent pas servir pour des lieux si voisins l'un de l'autre, tels que Paris et Greenwich, quand nous nous rappelons que les observations que Mayer fit à Gottingue, pour déterminer la valeur des réfractions à différentes hauteurs, s'accordent parfaitement avec les résultats trouvés par Bradley? M. de Zach [1] a déduit la latitude de l'observatoire de Seeberg, de la hauteur du soleil et de celle de l'étoile polaire, en employant la table de réfraction de Bradley : dans le calcul de ces nombreuses observations, rien n'a fait soupçonner à cet astronome célèbre que la table de Bradley exigeoit une correction particulière lorsque l'astre est élevé au-dessus de 45°. En effet, quelle pourroit être la cause qui feroit varier le décroissement du calorique ou la composition chimique de l'atmosphère à Greenwich, à Gottingue et au Seeberg, au point de faire varier les réfractions de 1″,5 à 3″, en supposant la même température et la même pression barométrique? Je suis loin de nier la possibilité du fait; mais d'après nos connoissances physiques actuelles, il me paroît peu probable que pour chaque climat il faille des tables de réfraction et des formules barométriques particulières.

Lorsque j'avois terminé la plupart de mes calculs en me servant de la table des déclinaisons de Piazzi, MM. Arago, Humboldt et Mathieu ont observé, au moyen d'un cercle répétiteur de dix-huit pouces de diamètre, un grand nombre d'étoiles boréales et australes dont la déclinaison étoit douteuse. Ce travail, fait à l'Observatoire impérial, pendant les années 1809 et 1810, paroît justifier la préférence que j'ai donnée aux déclinaisons publiées par M. Piazzi. Les séries calculées jusqu'ici, offrent des résultats qui s'accordent bien mieux avec ceux de l'astronome de Palerme qu'avec la table de déclinaison de M. Maskelyne.

J'ai augmenté toutes les ascensions droites de 3″,8 en arc, au moyen de la correction indiquée par M. Maskelyne [2]. Cependant cette correction, que plusieurs

[1] Monathliche Correspondenz, 1804, April, p. 292; et Julius, p. 16.

[2] Zach, monathliche Correspondenz, 1802, Julius, p. 61.

astronomes ne veulent point adopter, pouvoit m'être assez indifférente, parce qu'en calculant des distances de la lune aux étoiles, on ne change presque en rien la position respective des astres, lorsqu'on applique la nouvelle correction à la fois à l'ascension droite de la lune et à celle des étoiles. Quant à la déclinaison, je l'ai déduite d'une manière très-simple, des distances zénithales des étoiles observées à Greenwich, et comparées aux hauteurs méridiennes du soleil.

Voici la méthode que j'ai suivie dans ce travail. Après m'être assuré de la constance de l'erreur de collimation du mural de Greenwich (je n'avois pas besoin de connoître la grandeur absolue de cette erreur), je cherchai à déterminer sur le limbe le point qui correspond à la hauteur de l'équateur : pour trouver ce point, je n'employai que des hauteurs du soleil, prises au mural dans le temps des équinoxes. J'évitai ainsi l'influence que l'obliquité de l'écliptique a sur les déclinaisons déduites de l'obliquité supposée et des ascensions droites observées à la lunette méridienne. Or, connoissant la hauteur et la déclinaison du soleil, je connoissois par cela même la position de l'équateur; j'aurois en même temps trouvé la latitude de Greenwich, si je n'avois pas voulu éluder toute hypothèse sur l'erreur de collimation de l'instrument.

La méthode que je viens d'indiquer se réduit à comparer les déclinaisons des étoiles à celles du soleil : elle offre trois grands avantages que ne donne point le cercle de Borda dans beaucoup de circonstances.

1.° On peut trouver les déclinaisons des étoiles sans connoître la latitude du lieu de l'observation.

2.° On est dispensé de connoître l'erreur de collimation du mural.

3.° La réfraction a très-peu d'influence sur les déclinaisons observées, car ces dernières sont égales aux différences de la hauteur équatoriale supposée, et de la hauteur de l'astre. Soient, par exemple, ces hauteurs α et α', l'influence de la réfraction sur la déclinaison sera $57''$ (cotang. α — cotang. α'). Si, au contraire, on avoit déterminé la latitude par des étoiles circumpolaires, et que les hauteurs des autres étoiles eussent été prises dans la partie sud du méridien, l'influence de la réfraction auroit été $57''$ tang. α + $57''$ cotang. α' = $57''$ (tang. α + cotang. α'). Dans ce cas, il faut connoître exactement la réfraction correspondante à 45° de hauteur, que j'ai supposée de $57''$. D'après M. Bürg, cette réfraction est de $58'',7$; d'après Bradley, elle est de $56'',9$; d'après M. Maskelyne, de $55'',8$; d'après MM. Maskelyne et Hawskbee, de $54'',6$; d'après Maclesfield, de $54'',5$; d'après M. Piazzi, de $55'',87$ [1].

M. Piazzi [2] a déterminé la réfraction moyenne à Palerme, pour les 45° de distance zénithale, en comparant des déclinaisons apparentes d'étoiles avec les déclinaisons vraies observées par M. Maskelyne, par Bradley et La Caille : il s'est servi, pour cette méthode, des distances zénithales de Sirius, de α d'Orion, de Procyon, et de plusieurs autres étoiles. Mais ces déclinaisons vraies ne sont-elles pas elles-mêmes des fonctions de la réfraction, et ne peut-on pas exprimer chaque déclinaison par distance zénithale app. — hauteur polaire + réfraction, ou bien par $z + \varsigma - \varphi$? Cette méthode ne donnera des résultats certains que lorsque, pour un autre lieu de la terre, z est ou zéro, ou très-petit. Or, Sirius et Fomalhaut n'ont pas cette propriété à l'égard de Paris et de Palerme, et il me paroît que les observations de M. Piazzi, bien loin de fournir quelques données sur la grandeur absolue des réfractions, sous les 38 et les 51 degrés de latitude, prouvent, au contraire, que les réfractions ne sont pas essentiellement différentes à Greenwich, à Paris et à Palerme.

Pour parvenir plus facilement au but que je m'étois proposé, je supposai exacte l'ascension droite d'Atair observée par M. Maskelyne à la lunette méridienne, et j'en déduisis l'ascension droite et la déclinaison du soleil, en supposant connue l'obliquité de l'écliptique. De cette manière, je trouvai la direction de l'équateur (hauteur du pôle ± collimation):

Par l'équinoxe du printemps,	$51^\circ\ 28'\ 32'',866 - 0,430\ \Delta$ A R. ☉
Par l'équinoxe d'automne, ..	$51^\circ\ 28'\ 33'',633 - 0,421\ \Delta$ A R. ☉
	$-\ \ 0'',767 - 0,851\ \Delta$ A R. ☉ $= 0$

Par conséquent, Δ A R. ☉ = — 0″,9 en arc = — 0,060 en temps.

J'avois supposé l'ascension droite de α de l'Aigle, pour 1802, de	$7^h\ 41'\ 7'',130$
D'où résulte l'ascension vraie de........................	$7^h\ 41'\ 7'',070$
M. Bürg [3] la trouve, d'après les observat. de M. Maskelyne, de	$7^h\ 41'\ 7'',231$
M. Piazzi [4] a obtenu, par ses propres observations	$7^h\ 41'\ 7'',228$
Terme moyen........................	$7^h\ 41'\ 7'',165$

[1] Philosophical Transactions, for the year 1787, p. 168 et 172.

[2] Della specola, etc., p 194 et suiv.

[3] Zach, monathliche Correspondenz, für 1805, März, p. 215.

[4] Del reale Osservatorio di Palermo, Libro VI, etc.

Ce nombre ne diffère que de 0,035 secondes en temps, ou $\frac{1}{2}$ seconde en arc, de l'ascension droite que j'ai admise dans tous les calculs astronomiques renfermés dans cet ouvrage. Ces résultats approchent de très-près de ceux trouvés par M. Bürg. Nous sommes de même sensiblement d'accord sur la *direction de l'équateur*, ou sur le point du limbe dans lequel le plan de l'équateur coupe le mural de Greenwich. M. Bürg suppose la latitude de Greenwich, de 51° 28′ 40″,0; l'erreur de collimation étant de + 1″,34, il trouve le point d'intersection de l'équateur avec le mural de Greenwich, à 51° 28′ 38″,66 [1].

En employant la correction de réfraction suivant Bradley, j'obtiens :

Ascension droite de α de l'Aigle 295° 16′ 30″,93 — 2,32 $\Delta\phi$ par l'équinoxe d'automn. 1796
295° 17′ 5″,52 + 2,32 $\Delta\phi$ par l'équin. du printemps 1797
— 34″, 6 — 4,64 $\Delta\phi$ = 0, par conséq. $\Delta\phi$ = — 7″,46.

L'équinoxe de printemps, en 1798, donna pour l'ascension droite de α de l'Aigle, ... 295° 17′ 1″,54 + 2,52 $\Delta\phi$
295° 16′ 35″,90 — 2,52 $\Delta\phi$
+ 35″,64 + 4,64 $\Delta\phi$ = 0

d'où $\Delta\phi$ = — 7″,68. Terme moyen des deux, 7″,57;
d'où résulte : position corrigée de l'équateur,
51° 28′ 38″,66 — 7″,57 = 51° 28′ 31″,09
En additionnant........... + 0″,77, quantité dont la réfract. de Bradley est plus petite que celle de M. Laplace,

Direction de l'équateur...... 51° 28′ 31″,86, d'après les calculs de Bürg.
Des deux équinoxes de 1802, 51° 28′ 33″,25, d'après mes calculs.

Terme moyen......... 51° 28′ 32″,56

La différence de 1 $\frac{1}{2}$ seconde en arc, est en elle-même très-insignifiante; mais elle se réduit à moitié, lorsqu'on fait attention que l'erreur de la collimation, dans les années 1797 et 1798, étoit de + 1″,34, tandis qu'en 1802 elle n'étoit que de 0″,85. La direction de l'équateur, d'après les observations faites en 1797 et 1798, aura donc été de 51° 28′ 33″,2; et d'après les observations de l'année 1802, de 51° 28′ 34″,1; différence qui ne s'élève, en cinq ans, qu'à 0″,9.

Cet accord de deux résultats déduits d'observations absolument indépen-

[1] Zach, monathliche Correspondenz für 1805, März, p. 212 et suiv.

dantes, prouve sans doute pour l'exactitude des méthodes employées; mais une question bien plus importante est celle-ci : quelle est la latitude que l'on peut déduire de cette direction de l'équateur, déterminée par les observations faites au mural de Greenwich?

En me servant de la dénomination de *position* ou *direction de l'équateur*, j'ai voulu faire entendre que je n'osois pas décider sur un point aussi délicat. Je n'ignorois pas qu'en appliquant l'erreur de la collimation à la distance zénithale de l'équateur, j'obtenois directement la hauteur polaire; mais j'ai pensé qu'il seroit plus prudent de désigner la latitude du lieu par l'expression suivante : *direction de l'équateur* + la somme des erreurs du mural. Cette *direction* a été, d'après trente-trois jours d'observations, faites avant et après les équinoxes du printemps et de l'automne de 1801 et 1802, comme il suit:

51° 28′ 32″,6	32″,0	31″,7
34″,8	34″,6	31″,6
34″,5	31″,8	30″,7
32″,6	32″,8	33″,2
34″,9	35″,1	31″,2
33″,7	33″,1	36″,3
33″,5	29″,8	32″,3
36″,6	33″,4	34″,8
32″,3	31″,7	33″,0
31″,4	35″,9	35″,1
34″,3	31″,3	34″,1
Terme moyen, 51° 28′ 33″,25		

Les observations de M. Maskelyne, renfermées dans le tableau précédent, présentent tout l'accord qu'on pourroit désirer. La connoissance du diamètre du soleil n'a pas pu influer sur les résultats, la hauteur des deux bords ayant toujours été prise à la fois.

Maintenant, en comparant la direction de l'équateur avec la latitude 51° 28′ 40″, il se présente quatre questions différentes :

1.° La latitude de Greenwich est-elle exactement déterminée?

2.° Faut-il supposer, pour cet observatoire, une réfraction considérablement plus grande qu'à Paris, à Gottingue et à Palerme?

3.° Faut-il admettre, avec M. Pond [1], une excentricité dans la lunette du mural, ou, comme l'a fait Lalande, doit-on supposer des erreurs de division dans le limbe de l'instrument?

4.° L'erreur de collimation ne seroit-elle pas suffisamment connue?

Les réponses à la première et à la quatrième de ces questions sont indifférentes pour la méthode que j'emploie en calculant les observations de M. Maskelyne, parce qu'elles ont toutes été faites dans la même partie du méridien, et que la méthode n'exige point le retournement de l'instrument. La deuxième question, celle qui concerne les réfractions, n'influe presque pas sur les résultats de mes recherches; et quant à la troisième question, M. Maskelyne assure avoir fait, conjointement avec M. Troughton, artiste justement célèbre, toutes les vérifications nécessaires pour prouver qu'il n'y a pas d'excentricité dans la lunette du mural de Bird [2]. Comment supposer, en effet, que tant d'habiles astronomes qui ont observé à Greenwich, n'eussent pas vérifié, pendant une longue série d'années, le mouvement de l'alidade sur le limbe de l'instrument?

Lalande avoit soupçonné des erreurs de division dans le quart de cercle; mais il faut observer ici que M. Maskelyne n'avoit pas négligé de faire toutes les recherches nécessaires sur un point si important: il affirme que le limbe du mural a été examiné avec toute l'attention possible; on n'y a pas découvert l'erreur d'une fraction de seconde, et six ans plus tard on a même trouvé l'arc parfaitement juste [3].

Or, quels que soient les doutes que l'on puisse avoir sur l'erreur de collimation du mural de Greenwich, sur la latitude de l'observatoire, ou sur la valeur absolue des réfractions, ils n'influeront presque en rien sur les résultats que présente la méthode que j'ai employée. En comparant immédiatement les hauteurs méridiennes des étoiles au point qui, sur le limbe du mural, correspond à la *position de l'équateur*, je déduis des observations de M. Maskelyne même les déclinaisons suivantes pour les 36 étoiles de son catalogue. Le tableau offre, outre les résultats de mes calculs, les différences qui existent entre les déclinaisons de MM. Maskelyne, Piazzi, Bürg et Pond, et celles que j'ai déduites des observations de Greenwich.

[1] Philosophical Transactions, for the year 1806.

[2] Astronomical Observations, etc., 1802.

[3] Philosophical Transactions, for the year 1787, p. 159 et suiv. Bird's Method of constructing mural quadrants, p. 24.

NOMS des ÉTOILES.	ASCENSION DROITE moyenne, 1.er Janvier 1802.	Différence avec Piazzi.	DISTANCE POLAIRE, 1.er Janvier 1802.	Différence avec Piazzi.	Diff. entre Maskelyne et Piazzi.	Diff. entre Piazzi et Bürg.	Diff. entre Piazzi et Pond.
	h ′ ″	″	° ′ ″	″	″	″	″
γ Pégase....	0 3 3,06	— 0,15	75 55 4,2	+ 0,8	— 7,5	— 4,7	......
α Bélier.....	1 56 2,21	— 0,11	67 28 51,4	+ 2,4	— 4,0	— 1,4	— 2,1
α Baleine ...	2 51 56,56	— 0,17	86 41 42,3	— 0,5	— 6,2	— 1,8	— 3,9
α Taureau ..	4 24 34,24	+ 0,05	73 54 2,2	— 0,2	— 1,8	+ 0,8	— 1,6
La Chèvre ..	5 2 4,90	+ 0,04	44 13 16,5	+ 3,2	— 0,8	+ 0,6	— 2,3
Rigel........	5 5 1,55	— 0,02	98 26 27,7	+ 1,0	— 8,7	— 3,2	— 2,4
β Taureau ..	5 13 49,96	— 0,02	61 34 29,1	+ 2,1	— 3,9	— 3,6	— 2,3
α Orion.....	5 44 27,20	— 0,11	82 38 33,2	+ 1,1	— 4,3	— 2,1	— 3,6
Sirius......	6 36 25,39	+ 0,21	106 27 13,4	+ 0,4	— 8,3	— 2,4	— 2,8
Castor......	7 21 56,45	+ 0,01	57 41 32,5	+ 2,3	— 2,0	+ 0,1	— 1,9
Procyon....	7 28 55,54	— 0,21	84 16 40,9	+ 2,5	— 4,0	— 0,8	— 0,7
Pollux	7 33 10,62	— 0,08	61 30 30,7	+ 1,5	— 3,5	— 2,4	— 1,5
α Hydre....	9 17 51,24	+ 0,03	97 48 26,4	+ 1,2	— 5,9	— 1,5	— 4,4
Regulus....	9 57 48,74	+ 0,11	77 4 15,7	+ 2,9	— 3,3	— 0,6	— 4,4
β Lion......	11 38 56,81	— 0,13	74 19 18,2	+ 2,7	— 0,9	+ 1,6	— 1,8
β Vierge....	11 40 22,71	— 0,06	87 7 11,7	+ 1,3	— 3,7	— 0,4	......
α Vierge....	13 14 46,64	— 0,07	100 7 20,6	— 1,6	— 7,6	— 2,7	— 4,6
Arcturus....	14 6 37,84	+ 0,07	69 46 53,5	+ 5,6	— 4,5	— 1,9	— 5,3
¹ α Balance..	14 39 45,42	— 0,10	105 9 49,8	......	......	......	......
² α Balance..	14 39 56,76	— 0,10	105 12 33,9	— 1,6	— 7,9	— 0,8	......
α Couronne b.r	15 26 18,39	+ 0,20	62 36 39,0	+ 1,6	— 1,9	+ 0,4	— 2,2
α Serpent...	15 34 31,33	— 0,02	82 56 31,5	+ 1,1	— 5,6	+ 2,4	— 4,8
Antares.....	16 17 17,37	— 0,11	115 58 43,0	— 0,8	— 12,6	— 3,4	......
α Hercule...	17 5 37,35	+ 0,08	75 22 25,6	+ 3,6	— 6,4	— 3,7	......
α Ophiuchus	17 25 44,75	— 0,05	77 17 5,3	+ 1,8	— 3,4	— 0,7	— 3,0
α Lyre......	18 30 13,91	— 0,03	51 23 38,4:	+ 4,7	+ 1,6	+ 3,9	— 1,8
γ Aigle.....	19 36 50,47	— 0,22	79 51 31,2	— 0,7	— 5,1	— 2,1	......
α Aigle.....	19 41 7,07	— 0,15	81 38 39,8	+ 2,4	— 3,6	— 0,4	— 5,1
β Aigle.....	19 45 35,01	— 0,07	84 4 39,5	+ 1,2	— 5,5	— 2,0	......
¹ α Capricorne	20 6 39,63	— 0,10	103 6 30,0	— 1,2	— 8,3	— 3,1	......
² α Capricorne	20 7 3,42	— 0,09	103 8 48,7	— 1,4	— 8,5	— 3,1	— 3,6
α Cygne....	20 34 40,85	— 0,07	....	......	......	......	......
α Verseau...	21 55 36,37	— 0,20	91 16 33,3	+ 1,5	— 6,7	— 2,9	— 3,5
Fomalhaut..	22 46 40,75	— 0,06	120 40 4,1	+ 0,0	— 11,4	+ 1,7	......
α Pégase....	22 54 54,17	— 0,16	75 51 24,7	+ 0,1	— 6,4	— 3,7	— 4,5
α Andromède	23 58 10,55	— 0,04	62 0 13,5	+ 0,9	— 6,8	— 4,7	— 5,6

Les déclinaisons de Wega et de Deneb sont douteuses, ayant été mesurées dans un temps où l'erreur de collimation du mural présentoit de grandes irrégularités. M. Maskelyne examina, avec Troughton, le mouvement de la lunette autour du cylindre central, et y trouva réellement une petite crevasse (*scratch*) à la partie supérieure du cylindre intérieur, produite, à ce qu'il paroît, par le desséchement de l'huile, et par le mouvement de la lunette autour de ce cylindre. Après que Troughton eût remédié à ce petit défaut, on trouva les distances zénithales de γ du Dragon avec la même précision qu'auparavant [1].

J'ai donné, dans le choix des observations, la préférence aux années 1801 et 1802, parce que ces années tombent vers le milieu de la période qui renferme toutes les observations de M. de Humboldt. Le tableau suivant prouve d'ailleurs combien l'erreur de collimation a été peu variable.

M. Maskelyne la trouva,

En 1801, aux mois d'août et de septembre.......	+ 1″,0
d'octobre et de novembre....	+ 0″,6
jusqu'au mois de décembre..........	+ 0″,3
jusqu'au 14 de décembre...........	+ 0″,7
En 1802, au mois de janvier.................	+ 0″,5
jusqu'au mois de mars..............	+ 1″,1
aux mois de juin et de juillet.........	+ 0″,8
au mois d'août.....................	+ 0″,7
aux mois d'août et de septembre......	{ + 1″,5 + 1″,1
aux mois de septembre et d'octobre...	+ 1″,0
jusqu'à la fin du mois de décembre.....	+ 1″,0
Donc en 1801 et 1802..........	+ 0″,85

En comparant le tableau précédent aux distances polaires observées par M. Piazzi, nous trouverons, pour les 36 étoiles dont j'ai calculé les déclinaisons d'après les observations de Greenwich, en terme moyen, les différences suivantes :

1) D'après les calculs de M. Maskelyne..	— 5″,3
2) D'après les calculs de M. Bürg......	— 1″,4
3) D'après mes calculs...............	+ 1″,2

[1] *Astronomical Observations, made at the royal observatory at Greenwich, in the year* 1802.

Le tableau que je viens de présenter, prouve sans doute pour la grande précision des observations de M. Maskelyne. Dans tous les travaux de l'astronomie pratique, il faut distinguer entre les résultats qu'offre immédiatement un grand nombre d'observations concordantes entre elles, et les résultats qui sont modifiés d'après des hypothèses plus ou moins incertaines sur les réfractions, sur l'erreur de collimation, sur la latitude absolue de l'observatoire, et sur d'autres élémens infiniment délicats, lorsqu'il s'agit de quantités très-petites. Quelle difficulté ne présente pas la détermination précise de l'erreur de collimation seule, si on doit la chercher par le retournement d'un grand mural, par la comparaison d'un secteur zénithal et d'un mural, ou, ce qui est plus incertain encore, par la déclinaison des étoiles ?

En suivant la méthode que j'ai indiquée plus haut, les observations de M. Maskelyne s'accordent, quant aux déclinaisons, avec le catalogue de M. Piazzi, à peu de secondes près. Pour 36 étoiles, d'après mon calcul, les différences n'ont été que trois fois au-dessus de trois secondes ; elles n'ont jamais été au-dessus de 3″,6. D'après le catalogue de M. Maskelyne, au contraire, les différences ont excédé quinze fois six secondes, et se sont même élevées jusqu'à onze ou douze secondes. Je me flatte que l'illustre astronome de Greenwich, auquel nous devons un immense recueil d'observations précieuses, ne verra pas sans intérêt les résultats auxquels nous sommes parvenus, M. Bürg et moi, par des voies tout-à-fait différentes.

Les latitudes qui ont été déterminées par M. de Humboldt, dans le cours de son voyage en Amérique, se fondent ou sur le passage du soleil et des étoiles par le méridien, ou sur la hauteur des astres, lorsqu'ils sont éloignés de leur culmination et que le voyageur a pu obtenir une connoissance exacte du temps pour réduire les hauteurs au méridien. Dans le cas très-rare que ces moyens n'ont pas pu être employés, il a fallu avoir recours à des hauteurs correspondantes. Quant à la méthode de Douwes, l'astronome qui voyage par terre, ne trouve occasion de s'en servir avec avantage que lorsqu'il séjourne quelque temps dans le même endroit. Sous les tropiques, il ne peut en faire usage en prenant des hauteurs de soleil, que pendant une petite partie de l'année, où l'astre, en s'approchant du méridien, n'est pas trop élevé pour être observé avec des instrumens de réflexion et dans des horizons artificiels.

Le *problème de Douwes* consiste à trouver l'état du chronomètre, au moyen d'une ou de plusieurs hauteurs absolues éloignées du passage de l'astre par le méridien ; de corriger, par cette donnée, l'angle horaire d'une seconde hauteur mesurée près de la culmination, et de réduire cette dernière hauteur au méridien. Tout dépend, dans cette méthode, de la précision avec laquelle on mesure la hauteur près de la culmination; car la détermination du temps ou l'exactitude de l'angle horaire, influent moins sensiblement sur le changement de l'astre près du méridien.

Soit h la hauteur de l'astre, lorsqu'il est le plus éloigné de son passage au méridien, h' la hauteur proche du méridien, t et t' les angles horaires, φ la latitude supposée du lieu de l'observation, et δ la déclinaison de l'astre : il faut, suivant Douwes, calculer par h, φ et δ, l'angle horaire t, et on trouvera :

$$\Delta t = \frac{\text{tang. } \delta - \text{tang. } \varphi \cos. t}{\sin. t} \Delta \varphi;$$

et en faisant $t = t'$ moins l'intervalle des observations, on obtient

$$\Delta \varphi = \frac{\sin. (t - t')}{\text{tang. } \delta - \text{tang. } \varphi \cos. (t - t')} \Delta t.$$

La solution indirecte du problème de Douwes [1] se réduit, par conséquent, à une règle de fausse position (*positio falsi seu arbitrarii*); et si on l'envisage sous ce point de vue, j'avoue l'avoir suivie pour calculer la plupart des hauteurs

[1] *Cornelis Douwes* étoit examinateur des officiers de terre et de mer à Amsterdam. La solution qu'il donna de ce problème : Trouver la latitude au moyen de deux hauteurs mesurées hors du méridien, fut publiée pour la première fois dans les Mémoires de la société de Harlem, Vol. I. Le bureau des longitudes de Londres adjugea à Douwes, pour ses tables, une récompense de 50 livres sterlings. Depuis cette époque, elles ont paru dans les *Tables requisits*, et dans d'autres ouvrages nautiques. Il est certain d'ailleurs qu'on connoissoit, long-temps avant Douwes, la manière de déterminer la latitude d'un lieu par la combinaison de deux hauteurs du soleil. Voici quelques-uns des auteurs qui en ont parlé : *Pierre Nonius*, dans son ouvrage *de Crepusculis*, 1542; *Robert Hues*, 1594, dans son Traité *de Globis et eorum usu*; *Gietermacker*, dans son ouvrage *t'vergulde Licht der Zeevart of de konst der Stuurlieden*, 1691; *Gerhard Kinckhuysen*, dans son *Verklaring von den altydt durenden Maanwyser, etc.*, 1684. *Anhang*; *Paul Halke*, dans son *Sinnen-Confect*, 1706. *Van Struick*, *de Vries*, et autres, ont cherché à répandre cette méthode parmi les marins. (Voyez aussi *Kästner astronomische Abhandlungen*, *Theil I*, §. 711; *Maupertuis*, *Astronomie nautique*, problème 12; *Schubert*, dans *Bode astron. Jahrbuch*, *für* 1798, *S.* 188; *Klügel*, dans *Bode astron. Jahrbuch*, *für* 1790, *S.* 176.) Lalande, dans son Astronomie; Brinkley, dans le Supplément du *Nautical Almanac*; Campbell, dans le *Nautical Almanac*, 1791; Pemberton, dans les *Philosophical Transactions*, *for the year* 1760; Lyons, dans le *Nautical Almanac*, for 1778; Vince, dans son Astronomie; Mendoza y Rios, dans la Connoissance des temps pour 1793; William Lax, dans les *Philosophical Transactions*, *for* 1799; Niewland, dans le I.er Supplément aux Éphémérides de Bode; et récemment encore M. Delambre, dans la Connoissance des temps, pour 1809, ont examiné les diverses circonstances sous lesquelles la méthode de Douwes peut être employée avec succès.

circumméridiennes que j'ai trouvées dans les manuscrits de M. de Humboldt. Des hauteurs prises à de très-grandes distances du méridien, ont été employées pour établir l'état du chronomètre; son avance et le retard sur le temps vrai du lieu, m'ont servi à calculer l'angle horaire pour les observations faites près du passage de l'astre par le méridien. Or, ces observations étant presque toujours faites des deux côtés du méridien, il arrive ordinairement que les petites erreurs qui résultent de l'incertitude du temps, se détruisent en grande partie. En suivant cette méthode, j'ai pu même combiner des hauteurs du soleil avec celles des astres, prises à des époques rapprochées.

Quoique la détermination des latitudes ne présente pas les mêmes difficultés que la détermination des longitudes, on ne sauroit nier qu'elle n'appartienne aux opérations les plus délicates de l'astronomie pratique. Depuis qu'on s'est livré à de nouvelles recherches sur la figure de la terre, et qu'on a mesuré, avec la plus scrupuleuse exactitude, l'amplitude des arcs dont la longueur étoit connue par des opérations trigonométriques, on s'est aperçu combien il est difficile, malgré l'extrême perfection des instrumens et la grande habileté des astronomes, de parvenir à l'exactitude d'une seconde sexagésimale : à peine existe-t-il un ou deux observatoires en Europe où l'on puisse se flatter d'avoir obtenu ce degré de précision dans la détermination de latitude ; mais aussi que d'années se sont écoulées avant que l'astronomie pratique ait pu s'élever peu à peu au degré de perfection auquel elle se trouve de nos jours !

Vers le milieu du dix-septième siècle, le célèbre Hevelius (Hevelke) à Dantzick, fut le seul astronome qui eût des instrumens avec lesquels on pût mesurer des latitudes à une demi-minute près. En 1664, Auzout, astronome françois, se plaignoit encore « qu'il n'existoit ni à Paris, ni dans aucun lieu du royaume, « un instrument avec lequel on pût prendre exactement la hauteur du pôle [1]. »

Picard fixa cependant déjà, en 1668, la latitude de Paris à 48° 50′ 13″; il la fit plus petite de 8″ l'année d'après. Cassini, en 1691, trouva le même résultat. En 1720, Louville fixa la latitude de l'observatoire de Paris à 48° 50′ 6″; Maraldi, en 1732, la fit de 48° 50′ 11″; et Le Monnier, en 1738, de 48° 50′ 10″. Cassini de Thury, quatre années plus tard, augmenta cette latitude de 1″;

[1] Lalande, Astronomie, Tom. II, §. 2309, 2.e édition. Riccioli, dans sa *Geographia reformata*, s'exprime ainsi, en 1672, au sujet de la latitude de Lisbonne : « *Ulyssipponis altitudo poli, seu* « *latitudo geographica tam absona diversitate apud auctores reperitur, ut pene me pudeat eam producere* « *in medium.* »

et dix-sept ans après, Lacaille y ajouta encore 4″. Cassini, Nouet et Perny la vérifièrent de nouveau avec le cercle répétiteur, et la trouvèrent de 48° 50′ 11″. Aujourd'hui elle est fixée, par le grand travail de M. Delambre, qui embrasse 1768 observations, à 48° 50′ 14″. Ce résultat doit être diminué d'une demi-seconde, si, au lieu de la table de réfraction de Bradley, on emploie celle de M. Laplace [1].

Flamsteed [2], qui fut le premier astronome à l'observatoire de Greenwich, fixa, en 1689, la latitude de cet observatoire à 51° 28′ 30″, au moyen d'un mural de sept pieds; Halley, qui succéda à Flamsteed, confirma ce résultat. Bradley, avec des instrumens construits par Bird, observa la latitude de Greenwich dans les années 1750 et 1752, et la trouva de 51° 28′ 38″: en 1753, il la détermina avec un nouveau mural, et la trouva de 51° 28′ 41″,5, c'est-à-dire, plus grande de 3″ ½.

En 1787, M. Cassini de Thury [3], dans un mémoire sur la jonction trigonométrique de l'observatoire de Paris avec celui de Greenwich, soutint que la latitude de ce dernier étoit incertaine de 15″. M. Maskelyne réfuta cette assertion: il examina de nouveau la latitude de son observatoire, et, par un grand nombre d'observations, il la trouva de 51° 28′ 40″,7; il adopta [4] définitivement 51° 28′ 40″.

Vers ce temps, le célèbre Ramsden abandonna l'ancienne construction des muraux, et la remplaça par des cercles qui avoient déjà été proposés par Olaüs Rœmer, dès l'année 1700. Un de ces nouveaux cercles, de 12 pieds, fut envoyé à l'observatoire de Dublin; un autre, de 8 pieds, fut destiné pour Palerme, où, entre les mains de M. Piazzi, il a rendu de grands services à l'astronomie. M. Piazzi [5] écrivit en 1790, à Lalande, qu'avec le grand cercle de Ramsden, il avoit trouvé la latitude de son observatoire de 38° 6′ 40″. Dans l'ouvrage qu'il a publié sur l'observatoire de Palerme, il augmente cette latitude de 4″, et bientôt après encore d'une seconde: aujourd'hui M. Piazzi [6] fixe la latitude de son observatoire à 38° 6′ 42″,5.

[1] *Extrait des observations, etc.*, 1790. *Mémoires de l'Académie des sciences*, pour 1744, 1755. *Base du Système métrique*, T. II.
[2] *Historia cœlestis, etc.*, Vol. III.
[3] *Philosophical Transactions, for the year* 1787, p. 151.
[4] *Philosophical Transactions, for the year* 1787, p. 168.
[5] *Connoissance des temps, pour* 1793, p. 281.
[6] *Dello reale osservatorio di Palermo*, Libro VI.

L'observatoire de Milan possède, depuis 1765, un sextant de six pieds, et un mural de la même dimension. C'est avec ces instrumens qu'on fixa la latitude de ce lieu à 45° 28′ 10″. Reggio la trouva, en 1783, de 45° 27′ 57″; quinze années plus tard, on la réduisit à 45° 27′ 58″. D'après des observations faites avec des cercles répétiteurs, on la fit de 45° 28′ 2″; aujourd'hui elle est de nouveau fixée à 45° 27′ 59″: « *Risulta la latitudine di Milano, 45° 27′ 59″ minore di 3″ di* « *quella usata l'anno scorso* [1] ».

L'observatoire de Manheim a un mural de 8 pieds de Bird, et un secteur zénithal de 9 pieds de Sisson. Avec ces instrumens précieux, le jésuite Mayer fixa la latitude de ce lieu à 49° 27′ 55″ [2]. MM. Barry et Henry [3] la trouvèrent, dans les années 1790 et 1794, de 49° 29′ 18″. Plus tard on l'augmenta de 6″; et aujourd'hui on la fixe de nouveau à 49° 29′ 18″ [4].

MM. Bernoulli et Bode ont trouvé, pour Berlin, une latitude qui diffère d'une minute de celle donnée par Lalande. M. Bugge a prouvé que la hauteur polaire de Copenhague diffère de 30″ de celle fixée par Pingré. La Caille avoit ajouté 19″ à la latitude de Gœttingue, déterminée par Mayer: Litrow [5] a changé celle de Cracovie de 15″.

Ces exemples, que j'aurois pu multiplier considérablement, prouvent combien il est difficile de fixer avec précision la latitude d'un observatoire, lors même qu'on y a observé pendant un grand nombre d'années: les difficultés augmentent lorsqu'un astronome voyageur ne peut séjourner que peu de nuits dans le même endroit, et lorsqu'il n'a à sa disposition que des instrumens de réflexion d'un diamètre peu considérable.

Le plus grand nombre des latitudes déterminées par M. de Humboldt, ont été déduites, comme nous l'avons indiqué plus haut, de hauteurs d'étoiles circumméridiennes. La réduction de ces hauteurs suppose la connoissance exacte du temps. Lorsque le voyageur a pu s'arrêter pendant plusieurs jours dans un même endroit, il a tâché de déterminer l'avance ou le retard de son chronomètre sur le temps vrai du lieu, par des hauteurs correspondantes du soleil, prises au moment où il étoit près du premier vertical. Lorsque les circonstances n'ont pas permis

[1] *Ephemerides astron. Mediolanenses, anni* 1777, 1783, 1796, 1798, 1801, 1807 et 1808, p. 48
[2] *Bode's Jahrbuch*, 1784, p. 158.
[3] *Connoissance des temps, pour* 1793, p. 281.
[4] *Zach, Tabulæ aberrationis*, Vol. I.
[5] *Observ. astronom. auctore Bugge, etc.*, p. LXVI, LXXII. *Bode's Jahrbuch, für* 1812, p. 148

d'employer ce moyen, il y a suppléé par des hauteurs absolues du soleil ou des étoiles. J'examinerai rapidement le degré d'exactitude que l'on peut atteindre en déduisant la latitude, soit de hauteurs correspondantes, soit de deux hauteurs prises dans le méridien.

2. *Détermination de Latitude au moyen des hauteurs correspondantes.*

Désignons la hauteur d'un astre par h, sa déclinaison par δ, son angle horaire par t, et la latitude par φ : le problème que nous devons résoudre consiste à trouver une équation entre l'angle horaire, et entre la déclinaison et la hauteur; car les hauteurs correspondantes font connoître le temps de la culmination de l'étoile, ainsi que l'angle horaire qui correspond à chaque hauteur. Nous avons

$$\sin. h = \sin. \delta \sin. \varphi + \cos. \varphi \cos. \delta \cos. t = \sin. \delta (\sin. \varphi + \cos. \varphi \operatorname{cotg}. \delta \cos. t).$$

Faisant $\operatorname{cotg}. \delta \cos. t = \operatorname{cotg}. \alpha$, on aura

$$\sin. h = \frac{\sin. \delta}{\sin. \alpha}\left(\sin. \varphi \sin. \alpha + \cos. \varphi \cos. \alpha\right) = \frac{\sin. \delta}{\sin. \alpha} \cos. (\varphi - \alpha);$$

par conséquent, $\cos. (\varphi - \alpha) = \frac{\sin. h \sin. \alpha}{\sin. \delta} = \cos. \beta$ et $\varphi = \alpha \pm \beta$, équation où l'on fera usage du signe positif si la déclinaison de l'astre est australe, et du signe négatif si elle est boréale.

Afin de juger de la bonté de cette méthode, différencions l'équation donnée ci-dessus, et nous aurons

$$\begin{aligned}\Delta h \cos. h = {} & \Delta \varphi \cos. \varphi \sin. \delta + \Delta \delta \cos. \delta \sin. \varphi - \Delta \varphi \sin. \varphi \cos. \delta \cos. t \\ & - \Delta \delta \sin. \delta \cos. \varphi . \cos. t - \Delta t \sin. t \cos. \varphi \cos. \delta\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta \varphi (-\cos. \varphi \sin. \delta + \sin. \varphi \cos. \delta \cos. t) = {} & (-\sin. \delta \cos. \varphi \cos. t + \cos. \delta \sin. \varphi) \Delta \delta \\ & - \Delta h \cos. h - (\sin. t \cos. \varphi \cos. \delta) \Delta t\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\Delta \varphi = {} & \frac{-\sin. t . \Delta t}{\operatorname{tang}. \varphi \cos. t - \operatorname{tang}. \delta} - \frac{\cos. h . \Delta h}{\sin. \varphi \cos. \delta \cos. t - \cos. \varphi \sin. \delta} \\ & + \left(\frac{\cos. \delta \sin. \varphi - \sin. \delta \cos. \varphi \cos. t}{\sin. \varphi \cos. \delta \cos. t - \cos. \varphi \sin. \delta}\right) \Delta \delta.\end{aligned}$$

L'influence de l'angle horaire sur la hauteur du pôle est d'autant plus considérable, que cet angle horaire est plus grand, et que la déclinaison est plus petite.

L'influence de la hauteur observée sur φ est la plus petite lorsque l'angle horaire est très-petit, ou lorsque la hauteur est une hauteur méridienne; car, dans ce cas,

$$\cos. t = 1 \text{ et } \sin. \varphi \cos. \delta \cos. t - \cos. \varphi \sin. \delta = \sin. (\varphi - \delta), \text{ et } \frac{\cos. h}{\sin. (\varphi - \delta)} = 1;$$

alors l'erreur commise dans la mesure de la hauteur est égale à celle de la latitude. Dans tous les autres cas, l'influence est plus grande.

On peut exprimer le coefficient de $\Delta \delta$ par $\frac{1 - \cos. t \operatorname{colang}. \varphi \operatorname{tang}. \delta}{\cos. t - \operatorname{colang}. \varphi \operatorname{tang}. \delta}$.

L'influence de l'erreur de la déclinaison sera la plus petite lorsque la hauteur de l'astre aura été observée dans le méridien, parce que, dans ce cas, $\cos. t$ est égal à l'unité, et $\frac{1 - \cos. t \operatorname{colang}. \varphi \operatorname{tang}. \delta}{\cos. t - \operatorname{colang} \varphi \operatorname{tang}. \delta} = 1$. Au delà et en deçà du méridien, le coefficient de $\Delta \delta$ sera > 1.

Cette méthode, qui a été employée avec succès par M. de Zach[1], suppose qu'on puisse compter sur la marche uniforme du chronomètre, dans l'intervalle qu'il y a entre les observations faites avant et après le passage par le méridien.

Il résulte, d'ailleurs, de l'ensemble de ces considérations, qu'un voyageur doit tâcher de faire ses observations aussi près que possible du moment de la culmination, et que les observations faites dans le méridien même sont les meilleures de toutes pour déterminer les latitudes.

3. *Détermination de Latitude par deux hauteurs prises près du méridien.*

Lorsqu'on a pris quelques hauteurs dans le voisinage du méridien, on peut, au moyen de la méthode précédente, en déduire facilement la hauteur méridienne.

D'après M. *Delambre*[2], le changement de la hauteur, près du méridien, est exprimé par

$$\Delta h = -\left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} t \cos. \delta \cos. \varphi}{\sin. (\varphi - \delta) \sin. 1''}\right) + \frac{1}{2}\left(\frac{2 \sin.^2 \frac{1}{2} t \cos. \delta . \cos. \varphi}{\sin. (\varphi - \delta) \sin. 1''}\right)^2 \cot. (\varphi - \delta) \sin. 1'', \text{etc.}$$

[1] *Bode, Astron. Jahrbuch, für* 1794, p. 176.

[2] *Méthodes analytiques, etc.*, p. 47.

Si les hauteurs n'ont pas été prises trop loin du méridien, on pourra négliger le second terme de la réduction; le troisième et les suivans seront absolument insensibles.

Lorsqu'on observe les hauteurs du soleil, il faut avoir égard au changement en déclinaison qui a lieu depuis le moment de chaque observation jusqu'au moment de la culmination.

Soit H la hauteur méridienne, ΔH le changement de hauteur dans une minute en temps, $\pm \Delta \delta$ le changement de déclinaison dans une minute en temps; on prendra le signe positif lorsque le soleil est dans les signes ascendans, et le signe négatif lorsqu'il se trouve dans les signes descendans.

Cela posé, soit h une hauteur prise x minutes *avant* la culmination, et h' une hauteur observée y minutes *après* la culmination, on aura:

$$\begin{array}{l} h = H - \Delta H x^2 \mp \Delta \delta x \\ h' = H - \Delta H y^2 \pm \Delta \delta y \\ \hline h' - h = \Delta H (x^2 - y^2) \pm (x+y) \Delta \delta = \Delta H (x+y)(x-y) \pm (x+y) \Delta \delta. \end{array}$$

Comme, dans cette équation, on connoit $x+y$, intervalle des observations, et $h'-h$, différence des hauteurs, on trouvera,

$$x - y = \frac{h' - h \mp (x+y) \Delta \delta}{\Delta H (x+y)} = \frac{h' - h}{\Delta H (x+y)} \mp \frac{\Delta \delta}{\Delta H};$$

$$\text{par conséquent } x = \frac{x + y + (x-y)}{2}, \text{ et } y = \frac{x + y - (x-y)}{2}.$$

Si les deux hauteurs ont été prises *avant* le passage de l'astre par le méridien, on aura:

$$\begin{array}{l} h = H - \Delta H x^2 \mp \Delta \delta x \\ h' = H - \Delta H y^2 \mp \Delta \delta y \\ \hline h' - h = \Delta H (x^2 - y^2) \pm \Delta \delta (x-y) = \Delta H (x+y)(x-y) \pm \Delta \delta (x-y) \end{array}$$

$$x + y = \frac{h' - h}{\Delta H (x-y)} \pm \frac{\Delta \delta}{\Delta H};$$

au contraire, lorsqu'on les a observées *après* le passage du soleil par le méridien, on trouvera:

$$\begin{array}{l} h = H - \Delta H x^2 \pm \Delta \delta x \\ h' = H - \Delta H y^2 \pm \Delta \delta y \\ \hline h' - h = \Delta H (x^2 - y^2) \mp \Delta \delta (x-y) = \Delta H (x+y)(x-y) \mp (x-y) \Delta \delta; \end{array}$$

$$\text{par conséquent, } x + y = \frac{h' - h}{\Delta H (x-y)} \pm \frac{\Delta \delta}{\Delta H}.$$

Dans cette équation, $x-y$ et $h'-h$ sont connus; on trouvera donc les valeurs de x et y.

Le plus grand angle horaire se rapporte toujours à la petite hauteur. Lorsqu'on observe des étoiles, il faut que t, qui représente l'angle horaire, soit exprimé en temps sidéral.

J'ai très-rarement fait usage de cette méthode en calculant les observations de M. de Humboldt; car, connoissant toujours l'état du chronomètre, j'ai pu, par ce moyen, déterminer le temps de la culmination. Je n'ai eu recours à la *méthode de deux hauteurs*, qu'en calculant les observations faites sur la pente orientale de la Cordillère, entre les villes de Mexico et de la Vera-Cruz. M. de Humboldt, en quittant la capitale de la Nouvelle-Espagne, avoit cédé son chronomètre de Louis Berthoud à l'école des mines de Mexico: il se vit obligé de prendre des hauteurs de soleil près du méridien en se servant d'une montre à secondes, dont la marche étoit peu uniforme quoiqu'elle eût l'échappement des chronomètres d'Emery.

Le 1.er février 1804, notre voyageur prit, à Xalapa, sous les $19° 30',5$ de latitude nord, des hauteurs du soleil (voyez Vol. II, p. 528) pour déterminer la latitude du lieu.

J'ai trouvé $\Delta H = 2'',9514$, $\Delta \delta + 0'',708$. Les 2.e et 5.e hauteurs donnoient $h' - h = 35''$, $x - y = 2',500$; par conséquent, les deux hauteurs ayant été prises *après* la culmination, $x + y = 4',9834$, et $y = 1'\ 14'',5$. L'observation eut lieu à $21^h\ 47'\ 0''$; par conséquent, la culmination étoit à $21^h\ 45'\ 46''$.

Les 3.e et 5.e hauteurs donnèrent $h' - h = 25''$, $x - y = 1',533$, $x + y = 5',7653$, et $x = 2'\ 7''$; la culmination à $21^h\ 47'\ 58'' - 2'\ 7'' = 21^h\ 45'\ 51''$, résultat qui ne diffère du premier que de $5''$.

4. *Détermination de Latitude par trois hauteurs prises près du méridien, en connoissant exactement les intervalles des trois observations.*

Le problème de trouver la hauteur du pôle, en supposant connues trois hauteurs d'un astre, et les intervalles qu'il y a entre ces observations, a beaucoup occupé les académiciens de Pétersbourg. Euler, Kraft, Bernoulli, et, dans les derniers temps, MM. Hauff et Mollweide, en ont donné des solutions [1].

[1] *Euler, Act. Acad. Petropolit., anni* 1777., P. I, p. 269. *Kraft, Comment. Acad. Petrop.*, Tom. VII, p. 35; Tom. IV, p. 210. *Daniel Bernoulli, l. c.*, Tom. IV, p. 89. *F. C. Mayer, l. c.*, Tom. IV, p. 102.

Lorsque les hauteurs ne sont pas prises à plus de dix minutes du méridien, on peut arriver à son but par une voie très-courte, parce qu'alors on peut admettre que les différences des hauteurs près du méridien sont proportionnelles aux carrés de leurs angles horaires.

Nous aurons donc:

$$h = \mathrm{H} - \Delta\,\mathrm{H}\,x^2 \mp \Delta\,\delta\,x$$
$$h' = \mathrm{H} - \Delta\,\mathrm{H}\,y^2 \mp \Delta\,\delta\,y$$
$$h'' = \mathrm{H} - \Delta\,\mathrm{H}\,z^2 \mp \Delta\,\delta\,z.$$

Il se présente deux cas: ou les trois observations auront été faites du même côté du méridien, ou l'une des hauteurs sera prise d'un côté, et deux de l'autre.

1.° Supposons d'abord que les trois observations aient été faites *avant* ou *après* le passage par le méridien:

$$h'' - h = \Delta\,\mathrm{H}\,(x + z)\,(x - z) \pm (x + z)\,\Delta\,\delta$$
$$h'' - h' = \Delta\,\mathrm{H}\,(y + z)\,(y - z) \pm (y + z)\,\Delta\,\delta$$
$$\frac{h'' - h}{x - z} - \frac{h'' - h'}{y - z} = (x - y)\,\Delta\,\mathrm{H};$$

par conséquent, $\Delta\,\mathrm{H} = \dfrac{\dfrac{h''-h}{x-z} - \dfrac{h''-h'}{y-z}}{x-y}$

2.° Dans cette formule, les différences des hauteurs, et celles des temps, sont supposées données.

Lorsque deux hauteurs ont été observées *d'un côté*, et la troisième *de l'autre côté du méridien*, nous aurons:

$$h'' = \mathrm{H} - \Delta\,\mathrm{H}\,z^2 \pm \Delta\,\delta\,z;\ \text{par conséquent},$$
$$h'' - h = \Delta\,\mathrm{H}\,(x + z)\,(x - z) \pm (x + z)\,\Delta\,\delta$$
$$h'' - h' = \Delta\,\mathrm{H}\,(y + z)\,(y - z) \pm (y + z)\,\Delta\,\delta$$
$$\frac{h'' - h}{x + z} - \frac{h'' - h'}{y + z} = (x - z)\ \text{et}\ \Delta\,\mathrm{H}\ \Delta\,\mathrm{H} = \frac{\dfrac{h''-h}{x+z} - \dfrac{h''-h'}{y+z}}{x-z}$$

J. Hermann, *l. c.*, Tom. IV, p. 94. *Hauff*, dans les *Éphémérides de Bode*, IV.° Supplém., p. 237. *Mollweide*, dans la *Corresp. de Zach*, mois d'août 1809. Voyez aussi *Cagnoli*, Trigonométrie, 2.° édition, §. 1661; le Traité de navigation de Bouguer; l'Astron. nautique de Maupertuis; les Mémoires astronomiques de Kästner (*Astronomische Abhandlungen*, 2 vol. 8. 1772 et 1774); et le 6.° Volume du Traité de mathématiques de Bezout.

Ici les différences des hauteurs, la somme et les différences des angles horaires sont données. On trouvera le changement de hauteur Δ H, et on s'en servira pour calculer le temps de la culmination, comme il a été dit ci-dessus.

M. *Klügel* a indiqué une méthode par laquelle la latitude peut être déduite de ces mêmes données: il a publié la démonstration de ses formules dans les Éphémérides de *M. Bode*, *pour l'année* 1799, p. 148.

D'après lui,

$$\mathrm{H} - h = \frac{\left((x-z)^2\,(h'-h) - (x-y)^2\,(h''-h)\right)^2}{4\,(x-z)\,(x-y)\,(y-z)\left((x-z)\,(h'-h) - (x-y)\,(h''-h)\right)}$$
$$x = \frac{(x-z)^2\,(h'-h) - (x-y)^2\,(h''-h)}{2\left((x-z)\,(h'-h) - (x-y)\,(h''-h)\right)}.$$

Si les intervalles sont égaux, on aura:

$$\mathrm{H} - h = \frac{\left(4\,(h'-h) - (h''-h)\right)^2}{8\left(2(h'-h) - (h''-h)\right)}$$
$$x = \frac{(x-y)\left(4\,(h'-h) - (h''-h)\right)}{2\left(2\,(h'-h) - (h''-h)\right)}.$$

Malgré l'utilité de cette méthode, de trouver par trois hauteurs [1] les changemens de hauteur dans un intervalle déterminé, je ne l'ai employée que rarement, parce qu'il m'a toujours semblé qu'on calcule le changement de hauteur plus facilement d'après la formule donnée ci-dessus (p. 17), qu'on ne le déduit des observations. Lorsque les hauteurs avoient été prises très-loin du méridien (ce qui n'arrivoit pas souvent), et que l'influence de l'angle horaire sur la détermination des latitudes pouvoit être considérable, j'ai toujours indiqué en marge, à côté des résultats, les rapports de changemens entre l'angle horaire et la hauteur polaire, ou

$$\Delta\,\phi = \left(\frac{\sin.\,t}{\mathrm{tang.}\,\delta - \mathrm{tang.}\,\phi\,\cos.\,t}\right)\Delta\,t.$$

Je me contente de citer l'exemple suivant. Le 16 avril 1800 (Recueil, Tom. I, p. 225), M. de Humboldt avoit pris sur les bords de l'Orénoque, à *Atures*,

[1] Hennert, dans les Éphémérides de Bode, pour 1803, p. 133, a donné une autre solution de ce problème, qui avoit déjà été examiné par d'Alembert, dans ses *Opuscules mathématiques*; mais les nouvelles formules sont aussi compliquées que les anciennes.

quelques hauteurs de *Canopus*, deux heures avant la culmination de l'étoile. Ces hauteurs donnèrent la hauteur polaire de 5° 38′ 34″ — 0,390 Δt : dans ce cas, la latitude changeroit de 0′,39 = 23″,4, si l'angle horaire étoit en erreur d'une minute en arc.

En indiquant le rapport de changement entre l'angle horaire et la hauteur polaire, le lecteur est mis à même de juger du degré de confiance que l'on peut accorder au résultat définitif : cette méthode engage aussi les astronomes à ne pas mettre sur le compte de l'observateur les différences que présentent souvent les résultats partiels.

Lorsqu'on n'a pas un intérêt particulier d'examiner la cause de ces différences, on peut abréger de beaucoup le calcul des hauteurs observées près du méridien, en ne calculant pas, pour chaque angle horaire, le changement de hauteur, mais en additionnant leurs carrés, et en divisant la somme par le nombre des angles horaires. On divisera de même la somme des hauteurs observées, et leurs angles horaires, par le nombre des observations, et l'on donnera le signe négatif aux hauteurs orientales, et le signe positif aux hauteurs prises à l'occident du méridien.

Soit, par exemple, le nombre des observations *n*, la somme des angles horaires T, la somme de leurs carrés S, les sommes des hauteurs σ, on aura :

$$H = \sigma + \left(\frac{S}{n}\right)\Delta H \mp \left(\frac{T}{n}\right)\Delta\delta.$$

Cette méthode est la même que celle dont on se sert pour calculer des observations faites au cercle répétiteur.

Lorsqu'on fait usage de *hauteurs prises près du méridien*, une petite erreur dans la détermination du temps influe d'autant moins sur la latitude, que l'on a eu la précaution de choisir, d'un côté du méridien, des angles horaires à peu près égaux à ceux qui ont été pris de l'autre côté; ou qu'on a rendu la somme des carrés de tous les angles horaires orientaux presque égale à la somme de tous les angles horaires occidentaux. Dans ce cas, les hauteurs prises avant la culmination donneront une latitude trop grande, quand celles prises après la culmination offriront une latitude trop petite, et il arrivera que les erreurs commises dans les changemens de hauteurs supposés, se détruiront mutuellement. Chaque fois que l'on ne connoît pas bien l'état du chronomètre, il est dangereux de déduire la latitude de hauteurs dont les orientales ont été beaucoup plus éloignées

du moment de la culmination que les occidentales. Ce n'est pas par le nombre des observations, c'est par leur disposition symétrique autour du méridien, qu'on diminue l'effet des erreurs qui se glissent dans le calcul des changemens de hauteurs: même dans le cas où l'on seroit sûr de l'état et de la marche du chronomètre, il est souvent difficile de connoître, à une seconde près en temps, le moment du contact optique des deux limbes ; et par rapport au calcul, il est indifférent que l'erreur commise affecte l'instant de l'observation, ou bien l'angle horaire indiqué par le chronomètre.

J'ai nommé, dans le cours de cet ouvrage, *hauteurs près du méridien*, seulement celles qui ne sont éloignées de la culmination que de dix minutes en temps; lorsque les hauteurs avoient été prises à de plus grandes distances du méridien, je les ai calculées d'après la formule donnée ci-dessus, en me servant de l'angle horaire et de la déclinaison de l'astre : j'ai d'ailleurs eu soin d'indiquer constamment l'influence qu'exerçoit l'angle horaire sur la latitude.

En agissant d'après ces principes, il s'est introduit une légère irrégularité dans l'exposé des calculs. On a indiqué le changement de hauteurs et la hauteur méridienne, lorsqu'il est question de *hauteurs près du méridien*; si, au contraire, les hauteurs ont été prises à de grandes distances du méridien, on a ajouté aux tableaux l'angle horaire de l'astre et la hauteur du pôle. Dans les deux cas, on pourra, d'après ces données, retrouver facilement le temps de la culmination.

Je n'ai cru devoir rendre compte ici que des méthodes que j'ai employées dans le cours de cet ouvrage pour fixer la latitude des lieux. Un grand nombre d'autres méthodes se trouvent indiquées dans la *Base du système métrique* de M. Delambre, dans les *Méthodes analytiques* du même savant, dans l'ouvrage de M. Bohnenberger [1], et surtout dans le journal de M. de Zach, qui réunit tout ce qui peut contribuer aux progrès de l'astronomie et des sciences qui en dépendent.

II. Détermination de Longitude.

Quelque grande que soit, même après l'invention des cercles répétiteurs, la difficulté de fixer la latitude d'un lieu avec une précision de deux ou de trois secondes, la détermination des longitudes offre un problème bien plus compliqué : la solution complète de ce problème a été réservée au dix-huitième

[1] *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung*, 1795. On ne sauroit assez recommander aux marins le *British mariner's Guide* de M. Maskelyne, et les ouvrages précieux de M. Mendoza, qui ont pour titre : *Tratado de navigacion* (II. Vol.); *Tables for facilitating the calculations of nautical astronomy* (1801); et *A complete Collection of tables* (1805).

siècle. Dans le dix-septième, *Peyresc* et *Gassendi* trouvoient une erreur de 500 lieues dans l'étendue de la mer Méditerranée, depuis Marseille jusqu'à Alexandrie. *Guillaume Delisle* se vit obligé de raccourcir l'Asie de plus de 24 degrés [1].

Vers ce temps, les académiciens publièrent une carte critique de la France, par laquelle ils prouvèrent combien les résultats d'observations astronomiques différoient des positions marquées sur les cartes de Sanson. *Doppelmayer* ajouta à son Atlas céleste, une carte, sous le titre de *Basis recentioris Geographiæ astronomicæ*, d'après laquelle il n'y avoit en 1741, sur toute la terre, que 139 lieux déterminés astronomiquement. Le célèbre astronome *Mayer*[2] dressa une *carte critique* de l'Allemagne, qui présente les doutes que l'on avoit de son temps sur les positions des villes les plus considérables. Pour prouver l'imperfection des déterminations géographiques, il n'est pas nécessaire de remonter si haut : nous avons démontré, dans le second volume de cet ouvrage, que le degré mesuré au Pérou doit être reculé vers l'ouest de 50 *minutes en arc*. Les cours de rivières, la configuration des côtes, toute la géographie de l'Amérique ont changé de face depuis vingt ans, et le défaut de bonnes déterminations astronomiques se fait sentir, non-seulement dans les cartes de la Perse et de l'Asie centrale, mais encore dans celles de la partie orientale de l'Europe. Le géographe parcourt des espaces de plusieurs degrés, avant de trouver un point dont la position ait été fixée par des moyens astronomiques.

Les méthodes propres à déterminer les longitudes terrestres peuvent être divisées en deux classes : les premières sont fondées sur des observations célestes qui demandent une réduction préalable au centre de la terre ; les secondes sont celles qui n'exigent aucune réduction relative à la parallaxe.

[1] Zach's Geographische Ephemeriden, I Band., p. 20.
[2] Germaniæ atque in ea locorum principaliorum Mappa critica, etc. Noribergæ, 1750.

Je m'occuperai d'abord des phénomènes célestes qui sont *assujétis à la parallaxe*, savoir :

1) *Les distances de la lune au soleil, aux planètes et aux étoiles fixes.*

2) *Les éclipses de soleil et les occultations des étoiles et des planètes par la lune.*

3) *Les passages des planètes inférieures sur le disque du soleil.*

4) *Les ascensions droites de la lune et les angles horaires de cet astre.*

5) *Les hauteurs de la lune.*

Je traiterai dans la suite des phénomènes célestes qui ne sont pas affectés de l'effet de la parallaxe.

1. Distances Lunaires.

C'est depuis le commencement du seizième siècle que l'on a conçu l'idée de déterminer les longitudes par le moyen des distances lunaires. *Jean Werner* [1], astronome allemand, est le premier qui en ait parlé dans son commentaire sur l'astronomie de Ptolémée.

Voici comment il s'exprime à ce sujet : « Sumitur per baculum astronomicum « in loco longitudinis ignotæ ad momentum cognitum distantia lunæ ab aliquo « sidere fixo, parum aut nihil ab ecliptica recedente. Ea distantia dividenda « est per motum lunæ horarium, et exhibet tempus conjunctionis lunæ cum eodem « sidere. Deinde elicienda est, ex tabulis, motus lunæ ejusdemque conjunctionis « tempus ad meridianum cognitæ longitudinis, ipsa denique duo tempora « invicem conferendo, eorumdem locorum differentia longitudinum innotescet. »

Cette méthode a été développée et perfectionnée par Gemma Frysius [2], Orontius Finæus [3], Apianus [4], Reinerus Gemma [5], Nonius, et par d'autres savans de cette époque. Le grand *Keppler* l'avoit recommandée dans ses *Tabulæ Rudolphinæ*, ainsi que *Longomontanus* dans son *Astronomia danica*. Mais

[1] Joh. Verneros, in Ptolemæi Geographiam.
[2] Liber cosmographicus Apiani, per Gemmam Phrysium.
[3] Orontius Finæus, de Sphæra mundi.
[4] Apiani Cosmographia.
[5] Reineri Gemma Tractatus de annulo astronomico.

l'application en étoit pour ainsi dire impossible, à cause des difficultés qu'on avoit alors à prendre exactement les distances, et à cause de l'imperfection des tables de la lune et des étoiles.

Cependant la détermination des longitudes en mer étoit un problème de la plus grande importance pour les navigateurs. Philippe III, roi d'Espagne, assigna le premier un prix pour cette découverte : les états-généraux des Pays-Bas, les François et les Anglois suivirent cet exemple.

Jean-Baptiste Morin [1], médecin françois, et professeur de mathématiques, se présenta au gouvernement françois pour demander le prix. Ne connoissant pas, à ce qu'il paroît, les travaux des astronomes qui avoient vécu avant lui, il adressa en 1634, au cardinal de Richelieu, un mémoire sur ses prétendues découvertes. La commission chargée de l'examiner, jugea d'abord que la méthode étoit bonne et applicable; mais dix jours après, *Pascal, Midorg, Boulanger, Beaugrand* et *Herigone* déclarèrent, en réponse à la question du cardinal : si l'invention de Morin étoit applicable, tant sur mer que sur terre : « Tantum abest « ut eam æstimemus propriam quæ possit afferre aliquam utilitatem navigationi, « observationibus super mari, ut e contra ejus praxin super terra censeamus « difficillimam, ne dicamus impossibilem. »

Les procédés de calcul de Morin n'avoient aucun défaut essentiel; mais il auroit dû s'apercevoir que sa méthode n'avoit aucune utilité pratique, soit à cause de l'imperfection des tables de la lune et des étoiles, soit à cause de l'imperfection des instrumens. Cependant, quelques années après, l'invention de Morin fut favorablement accueillie par le cardinal Mazarin, qui donna à son auteur une pension de 2000 livres.

Saint-Pierre [2], compatriote de Morin, fut moins heureux que ce dernier : il se rendit, en 1675, à Londres, et demanda la récompense promise par le gouvernement anglois. Sa méthode fut examinée par une commission de savans: *Flamstedt* remit à Saint-Pierre les données pour la solution du problème; mais Saint-Pierre ne trouvant point de résultat satisfaisant, prétendit que les données de Flamstedt étoient inexactes : celui-ci en convint, mais il déclara, qu'aussi long-temps qu'on négligeroit de perfectionner les tables de la lune et les catalogues des étoiles, aucune méthode ne donneroit un résultat certain.

[1] Longitudinum terrestrium Scientia, etc., Paris 1634, *in*-4.°

[2] V. Zach, Allgemeine geographische Ephemeriden, Band I, p. 29.

Cet événement, indifférent pour l'époque d'alors, est devenu important par ses suites, puisqu'il a donné lieu à l'établissement du célèbre observatoire de Greenwich.

Avec *Newton* commence une nouvelle époque pour les sciences astronomiques et géographiques. A peine ce grand homme eut-il terminé sa théorie de la lune, qu'il chercha à en tirer parti pour les progrès de la navigation : il s'appliqua en même temps à perfectionner les instrumens, et il présenta en 1699, à la société royale, le projet d'un instrument nouveau, dont l'objet étoit de remédier aux inconvéniens qui résultent des mouvemens du vaisseau. J'ignore pourquoi l'idée de Newton n'a pas été réalisée, car en 1710, *Halley*, au défaut d'instrumens propres à mesurer les distances angulaires entre la lune et le soleil, fut encore obligé de se borner aux seules occultations des étoiles, pour déterminer les longitudes.

Vingt-un ans plus tard, *John Hadley* fit construire le premier sextant à réflexion, dont l'invention appartenoit à Newton : c'est avec ce nouvel instrument qu'il fit de nombreuses observations. Dans un mémoire présenté à la société royale en 1731, il prétendit pouvoir déterminer les longitudes sur mer, à moins d'un degré; et il chercha à justifier cette assertion par un grand nombre de distances lunaires prises à l'observatoire de Greenwich [1].

Je n'examinerai point ici si *Amerigo Vespuci* et *Martin Behaim* ont eu recours aux distances de la lune pour diriger leurs vaisseaux, comme quelques historiens l'ont assuré : s'ils ont pris des distances lunaires, il est probable qu'elles ne leur ont pas servi pour trouver la longitude. Ce qui est plus certain, c'est que le navigateur anglois, *William Baffin* [2], s'est servi des observations lunaires : le 26 juin 1615, lorsqu'il voyageoit pour découvrir le prétendu passage du nord-ouest, il observa la lune au moment où elle se trouvoit sur une même ligne avec Regulus et une autre étoile. Il prit en même temps la hauteur d'une étoile pour en déduire le temps vrai de son observation. Cependant Baffin avoue lui-même que ce moyen ne l'avoit pas satisfait, et, par cette raison, il passe sous silence toutes les autres observations du même genre.

Feuillée [3] paroît être le premier qui ait mesuré réellement des distances de la lune aux étoiles, pour en déduire les longitudes. Il observa, le 26 juin

[1] Philosophical Transactions, etc., for the year 1731, p. 485.

[2] Purchas his Pilgrims, Part. III.°, p. 839 et suiv.

[3] Journal d'Observations astronomiques, etc., Tom. I, p. 180 et suiv.

1708, la distance entre le bord éclairé de la lune et l'Epi, et en conclut, à l'aide des tables de Cassini, le lieu de son vaisseau, qu'il ne trouva différent de celui indiqué par l'estime, que de 48 minutes en arc. « Cette longitude, » écrivit dès lors Feuillée, « ne mérite quelque confiance qu'autant que les « observations sont très-exactes et les instrumens sans défaut : encore est-on « obligé de faire des calculs assez compliqués; ce qui n'empêche pas que cette « manière de trouver les longitudes ne soit importante; et elle doit être recom- « mandée aux marins, puisqu'elle leur sert en quelque sorte à rectifier l'estime « de la marche du vaisseau. »

Cependant, les marins firent si peu d'usage des distances lunaires, que *La Caille*[1], qui s'étoit servi de cette méthode avec succès pendant son voyage au cap de Bonne-Espérance, fut obligé de la leur recommander encore en 1759. Vers le même temps, le célèbre *Mayer* envoya à la commission des longitudes à Londres, des tables de la lune construites d'après la théorie de Newton : elles devoient servir à trouver, au moyen des distances lunaires, le lieu d'un vaisseau, plus exactement qu'on n'avoit pu le faire jusqu'alors par les anciennes tables.

Bradley fut chargé de comparer les tables de Mayer avec l'état du ciel, et parmi les 1730 observations qu'il fit à cet effet, il n'en trouva pas une qui différât de ces tables de plus d'une minute et demie. Il déclara donc qu'elles étoient propres à donner les longitudes à moins d'un degré, en supposant que les distances de la lune puissent être mesurées sur mer avec assez d'exactitude[2]. Quatre ans plus tard, Bradley envoya à l'amirauté une série d'observations faites par le capitaine *Campbell*[3], à la hauteur d'Ouessant, au moyen d'un sextant de Hadley. Une nouvelle comparaison de ces observations avec les tables de Mayer, confirma l'exactitude de ces dernières; car les plus grands écarts du terme moyen de toutes les observations étoient de $+ 23'$ et $- 37'$ en arc[4] : Bradley pensoit donc que les observations étant exemptes d'erreurs, ces tables pourroient donner les longitudes à un demi-degré près.

Mais le travail de Mayer, avant de recevoir l'approbation du comité des longitudes, fut soumis à une épreuve très-sévère. M. *Maskelyne*[5] fit son voyage mémorable aux îles de Sainte-Hélène et de la Barbade : il observa, aussi

[1] Mémoires de l'Académie des Sciences, pour 1759, pag. 63, fig. 9.

[2] Tabulæ motuum solis et lunæ, auctore Tobia Mayer, edit. 1770, p. 119.

[3] *L. c.*, p. 111.

[4] *L. c.*, p. 116.

[5] *L. c.*, p. 117.

souvent que les circonstances le lui permirent, les distances de la lune au soleil et aux étoiles; il compara les résultats obtenus avec les données des tables de Mayer, et détermina, d'après elles, le cours du vaisseau. Lors de son arrivée à Sainte-Hélène, il trouva que sa longitude calculée ne différoit de la véritable que d'un degré. A son retour, il fut à même de déterminer la longitude de l'île de *Wight*, à seize minutes près en arc : il en conclut que, dans tous les temps, les tables de Mayer donneroient exactement les longitudes sur mer, à un degré près.

M. Maskelyne s'occupa dès lors à faire adopter partout sa méthode lunaire, qui venoit d'être approuvée par le bureau des longitudes de Londres; il publia la manière dont il avoit calculé la distance de la lune au soleil et aux étoiles; il indiqua des moyens pour perfectionner le sextant de Hadley; et le 9 février 1765, la commission des longitudes ordonna de publier annuellement un Almanach nautique, et accorda aux héritiers de Mayer une récompense de 5000 livres sterlings.

En 1767 parurent pour la première fois, dans le *Nautical Almanac*, les distances lunaires calculées pour le méridien de Greenwich; et sept ans plus tard, Lalande les admit dans la Connoissance des temps. Depuis lors, l'usage des distances de la lune a été généralement adopté par les François et les Anglois. *Chabert*, *Borda*, *Niebuhr*, *Lord Mulgrave* et le célèbre *Cook* s'en sont servi utilement pour augmenter nos connoissances géographiques.

Cette méthode resta cependant inconnue dans d'autres pays. *Pibo Steenstra*[1], professeur de navigation à l'athénée d'Amsterdam, en parle encore, en 1770, comme d'une chose peu importante. En 1779, la société des savans d'Utrecht proposa un prix pour le meilleur mémoire sur la détermination des longitudes par des distances lunaires, et ce ne fut qu'en 1787 que la commission des longitudes de Hollande publia le premier Almanach nautique, avec une dissertation sur la manière de trouver les longitudes au moyen des distances lunaires. Depuis ce temps, l'application de la méthode lunaire est devenue plus générale chez les Hollandois, et chez d'autres peuples du nord.

On abandonna d'abord l'usage des sextans à réflexion aux marins, comme si les distances lunaires ne pouvoient intéresser qu'eux. Cependant *Chabert* et *Cook* avoient déterminé, par ce moyen, la position d'un grand nombre de lieux où ils avoient abordé. *Niebuhr*, en Égypte, et *Ludlam*, à Cambridge, avoient pris des distances de la lune au soleil et aux étoiles, pour connoître

[1] *Openbaare Lessen, over het vinden der lengte op Zee*, etc., in-8.°

la longitude de leurs observatoires. Mais les astronomes d'Europe ayant à leur disposition des instrumens plus parfaits, ils ne regardèrent les observations de sextant que comme de simples approximations. Le père *Hell* y avoit même si peu de confiance, qu'il voulut dissuader M. Niebuhr de se servir de distances lunaires pendant son voyage en Arabie et en Égypte.

Depuis cette époque, M. *de Zach* a introduit l'usage du sextant dans les observations terrestres, et a singulièrement contribué par là aux progrès de nos connoissances géographiques. Ce savant a fait voir, par un grand nombre d'exemples, qu'on peut déterminer avec beaucoup de précision, au moyen de cet instrument, non-seulement la latitude, mais aussi la longitude d'un lieu. Les premiers astronomes se sont rangés à son opinion, et ont rectifié, depuis ce temps, la position d'un grand nombre de lieux, qui, sans ce genre d'observations, seroit restée incertaine.

Soit a la hauteur apparente de la lune, et A sa hauteur vraie; b la hauteur apparente de l'astre auquel on compare la lune, et B sa hauteur vraie; d la distance apparente, et D la distance vraie cherchée; nous aurons, d'après M. *Delambre*,

$$\cos. D = \frac{2 \cos. \frac{1}{2} S \cos. \left(\frac{S}{2} - d\right) \cos. A \cos. B}{\cos. a \cos. b} - \cos. (A + B)$$

S étant $= a + b + d$.

Borda introduisit un angle auxiliaire de plus; mais la formule que l'on déduit de la simple résolution des triangles me semble plus commode, parce que, d'après l'arrangement des tables dont on se sert communément, on trouve moins vite, par interpolation, l'angle qui correspond au logarithme d'une ligne trigonométrique, que le nombre qui appartient à un logarithme donné.

Cette formule, comme toute autre, suppose l'angle au zénith z (Pl. 1, fig 1) invariable: mais cette supposition n'est pas exacte, à cause de la forme non sphérique de la terre; car la ligne qui joint le centre de la terre et le lieu de l'observateur, ne coïncide pas avec la verticale de ce même point, ce qui produit un changement, non-seulement dans l'azimut de la lune, mais aussi dans la parallaxe de la hauteur.

Cependant, on peut tenir compte de ce changement, si, d'après Mayer, on fait la parallaxe de hauteur $= p \cos. a - e\, p \sin. 2\,\varphi, \sin. a \cos. \alpha$, et si, de plus, on a égard à la parallaxe azimutale de la lune.

Dans le triangle $l' z s'$ il y a:

$$\cos. l' z s' = \frac{\cos. d - \sin. a \sin. b}{\cos. a \cos. b}.$$

Si on considère d et $l' z s'$ comme variables, on a:

$$- \sin. l' a s' \,\Delta\, l' z s' = \frac{\Delta\, d \sin. d}{\cos. a \cos. b}$$

$$\Delta\, d = \left(\frac{\cos. a \cos. b \sin. l' z s'}{\sin. d}\right) \Delta\, l' z s'.$$

Mais $\Delta\, l' z s'$ est égal à la parallaxe azimutale de la lune, puisque la parallaxe azimutale du soleil peut être regardée comme nulle. En substituant pour $\Delta\, l' z s'$, sa valeur $\frac{e\, p \sin. 2\,\phi \sin. \alpha}{\cos. A}$, on aura:

$$\Delta\, d = \left(\frac{\cos. a \cos. b \sin. l' z s' \sin. 2\,\phi \sin. \alpha}{\sin. d \cos. A}\right) e\, p,$$

où α représente l'azimut, p la parallaxe horizontale de la lune, et e l'aplatissement de la terre. L'angle $l' z s'$ est la différence entre l'azimut de lune et celui de l'astre avec lequel on le compare.

Comme la parallaxe azimutale devient toujours plus grande, à partir de midi, on distinguera facilement les cas où $\Delta\, d$ est positif ou négatif: car, si la lune et l'astre sont placés de différens côtés du méridien, ou si, se trouvant du même côté, la lune est la plus éloignée du méridien, $e\, p$ prend le signe négatif.

Mais cette formule suppose la connoissance des azimuts, que l'on n'observe pas ordinairement. Il est vrai qu'on pourroit les calculer ou les trouver par le moyen d'un globe céleste. Dans tous les cas, la méthode de correction de Borda semble présenter des avantages réels, puisqu'on peut la réduire en tables par un moyen fort simple.

La figure de la terre n'influe pas seulement sur la parallaxe de hauteur; elle modifie aussi la réfraction, en altérant la hauteur des astres dont on mesure la distance : mais ce changement de réfraction, produit par la figure non sphérique de la terre, peut être regardé comme insensible, et il suffit d'avoir égard à la parallaxe seule.

Soit donc v la différence entre la hauteur vraie et la hauteur apparente de la lune, ou $A - a = v$, la différence entre la hauteur vraie et la hauteur apparente du soleil ou de l'étoile, $b - B = w$;

L l'angle que forme, au centre de la lune, l'arc qui correspond à la distance mesurée avec la verticale de la lune;

S l'angle analogue dans l'autre astre,

Et l'on aura, d'après la formule connue de Maskelyne, la correction de la distance mesurée $D \pm d = \delta = -v \cos. L + w \cos. S + v\, w\, cosec.\, d\, L \sin. S + \frac{1}{2} v^2 \operatorname{cotang.} d \sin.^2 L + \frac{1}{2} w^2 \operatorname{cotang.} d \sin.^2 S$,

ou $\cos. L = \dfrac{\cos. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d \cos. a}$, $\cos. S = \dfrac{\sin. a - \cos. d \sin. b}{\sin. d \cos. b}$.

Les termes où se trouvent les produits ou les carrés de v et w étant insensibles, on fera le changement de la parallaxe horizontale de la lune $= \Delta p$: par conséquent, le changement de la parallaxe de hauteur $= \Delta p \cos. a$.

$$\Delta D = \Delta p \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) - p \left(\frac{\Delta b \cos. b - \Delta a \cos. d \cos. a}{\sin. d}\right).$$

Or, faisant $\alpha =$ l'azimut de la lune, $\alpha' =$ l'azimut du soleil ou de l'étoile, $n =$ l'angle de la verticale, M $=$ la déclinaison de la lune, N $=$ la déclinaison du soleil ou de l'étoile, l'on aura:

$$\Delta a = n \cos. \alpha = n \left(\frac{\sin M - \sin. \varphi \sin. a}{\cos. \varphi \cos. a}\right)$$

$$\Delta b = n \cos. \alpha' = n \left(\frac{\sin. N - \sin. \varphi \sin. b}{\cos. \varphi \cos. b}\right);$$

par conséquent,

$$\Delta D = \Delta p \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) + p n \left(\frac{\sin. N \cos. b - \sin. \varphi \sin. b \cos. b}{\cos. \varphi \cos. b \sin. d}\right.$$
$$\left. \frac{-(\sin. M \cos. d \cos. a - \cos. d \cos. a \sin. \varphi \sin. a)}{\sin. d \cos. \varphi \cos. a}\right)$$

$$= \Delta p \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) + p n \left(\frac{\sin. N - \sin. \varphi \sin. b - \sin. M \cos. d + \cos. d \sin. \varphi \sin a}{\cos. \varphi \sin. d}\right)$$

$$= \Delta p \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) - p\, n \operatorname{tang.} \varphi \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right)$$
$$+ p n \left(\frac{\sin. N - \sin. M \cos. d}{\cos. \varphi \sin. d}\right)$$

$$= (\Delta p - p\, n \operatorname{tang.} \varphi) \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) + p n \left(\frac{\sin. N - \sin. M \cos. d}{\cos. \varphi \sin. d}\right).$$

Mais $n = e \sin. 2\varphi = 2 e \sin. \varphi \cos. \varphi$, et $\Delta p = p e \sin.^2 \varphi$, e étant l'aplatissement de la terre[1] ; par conséquent,

$$\Delta D = -(-p e \sin.^2 \varphi + 2 p e \sin.^2 \varphi) \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right)$$
$$+ 2 p e \sin. \varphi \left(\frac{\sin. N - \sin. M. \cos. d}{\sin. d}\right),$$

ou

$$\Delta D = -p\, e \sin.^2 \varphi \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right)$$
$$+ 2 p e \sin. \varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \sin. M \operatorname{cotang.} d\right).$$

C'est la démonstration de la formule de *Borda*[2], d'après laquelle il faut ajouter, à la parallaxe équatoriale de la lune, $p\ e \sin.^2 \varphi$, et calculer, au moyen de cette parallaxe, la distance géocentrique, et y ajouter encore la quantité algébrique $2 p e \sin. \varphi \left(\dfrac{\sin N}{\sin. d} - \sin. M \operatorname{cotang.} d\right)$.

M. *Bohnenberger*[3], pour dégager la distance géocentrique de l'influence de l'aplatissement de la terre, propose un autre moyen : on transforme d'abord les hauteurs calculées des astres en hauteurs apparentes, ayant égard à la réfraction seule et non à la parallaxe; et au moyen de ces hauteurs, on calcule la distance des astres, qui, par conséquent, ne sera dégagée que de l'effet de la réfraction. On cherche par la latitude corrigée $(\varphi - n)$, les hauteurs vraies des astres et leur parallaxe, et l'on trouve, au moyen de ces hauteurs vraies et de la distance dégagée de l'influence de la réfraction, la véritable distance géocentrique, telle qu'elle correspond au centre du sphéroïde.

MM. *Tempelhoff*, *Legendre* et *Mendoza* ont donné des formules semblables, pour faire aux distances observées les corrections dépendantes de l'aplatissement de la terre[4].

[1] Tabulæ motuum solis et lunæ, auctore T. Mayer, édit. 1770, p. CII. *Euler*, Acta Academiæ Petropolitanæ, pro anno 1779, Pars II. *Bode's Astron. Jahrbuch*, *für* 1783.

[2] Description et usage du cercle de réflexion, p. 82.

[3] Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung, p. 439.

[4] Bode's Astron. Jahrbuch, für 1783. Mémoires de l'Institut, T. VI, Philosophical Transactions, for the year 1797.

Lorsqu'on a mesuré une série de distances de la lune au soleil ou aux étoiles, on se contente ordinairement de diviser la somme des temps et des angles observés, par leur nombre, et l'on suppose ensuite que ces moyennes se correspondent; mais comme les élémens de réduction croissent ou diminuent inégalement dans des intervalles égaux, il s'ensuit que cette méthode conduit à des résultats plus ou moins erronés, selon les circonstances. Les marins peuvent cependant l'adopter sans crainte, parce que les erreurs des observations faites sur mer sont généralement plus grandes que celles qui résultent de la cause que nous venons d'indiquer.

Si l'on prend les moyennes des distances et des temps, et que l'on calcule toutes les distances en un seul groupe, on se prive de l'avantage de distinguer les bonnes observations de celles qui sont moins certaines, et une seule erreur qu'on auroit commise, soit dans l'indication des temps, soit dans la mesure des angles, rend défectueuse toute la série des observations. La comparaison des distances avec les intervalles des temps, fait juger de l'exactitude de l'observation, et par conséquent du degré de confiance que mérite la série totale; rarement cependant on pourra reconnoître, par ce moyen, quelles sont les observations erronées.

Ces remarques, qui se présentent d'elles-mêmes, peuvent aussi s'appliquer à l'usage du cercle de réflexion de Borda. En se servant de cet instrument, on a coutume de ne tenir compte que de la dernière lecture, tandis qu'il seroit plus prudent d'écrire chaque double angle, afin de pouvoir juger de la bonté des observations par la marche des angles. J'ai eu occasion d'examiner un grand nombre d'observations faites avec des cercles répétiteurs, et j'ai été confirmé dans l'opinion que le défaut d'accord qui s'y trouve provient le plus souvent de quelque observation très-défectueuse. Une distance de la lune au soleil, prise six fois le même jour, m'a présenté des différences de 11, 26, 28, 51 minutes en arc. On auroit facilement reconnu la cause de ces grandes discordances, si, au lieu de se contenter de la dernière lecture, on avoit eu égard aux angles partiels intermédiaires.

C'est d'après ces considérations que j'ai calculé moi-même, d'après la formule de M. Delambre, chaque angle apparent du soleil et de la lune correspondant aux observations de M. de Humboldt; mais j'avoue que je serois arrivé bien plus promptement au but, et avec le même degré de certitude, si je m'étois servi de la méthode abrégée que j'ai publiée dans les Éphémérides de Berlin, pour l'année 1810.

Pour transformer les distances vraies en distances apparentes, *Mayer* propose une méthode d'après laquelle il se sert des parallaxes de longitude et de latitude de la lune; mais comme pour tenir compte en même temps de l'effet de la réfraction, cet astronome célèbre s'est vu obligé d'introduire deux angles auxiliaires, sa méthode est très-compliquée et ne présente aucun avantage réel.

M. *Bürg* [1] est parvenu à abréger la méthode de Mayer, en se servant des parallaxes azimutales et de hauteur, ce qui le dispense d'introduire des angles auxiliaires; il détermine, pour trois instans quelconques, et pour deux hypothèses de longitude, les distances apparentes, au moyen des tables, ce qui lui fait trouver les distances pour tous les temps des observations au moyen d'une simple interpolation.

M. *Klügel* [2] avoit proposé une méthode semblable.

M. *de Lindenau* [3] conseille de déterminer le changement qui correspond à chaque intervalle de temps donné, et de réduire ensuite toutes les distances apparentes à un seul instant. Par ce moyen, on parvient à reconnoître les observations qui sont incertaines, et l'on n'est obligé de calculer les distances géocentriques que pour ce seul temps donné.

Dans la méthode que j'ai proposée dans les Éphémérides de Berlin, pour l'année 1810, il s'agit de trouver, pour trois instans qui renferment la série des observations, et qui sont très-rapprochés les uns des autres, les différences entre les distances vraies et les distances apparentes. Comme cette méthode n'est pas rigoureuse, je commencerai par examiner d'abord quelle est l'influence qu'ont sur la distance géocentrique de petites erreurs dans les observations et dans les élémens du calcul. En supposant que la longitude et la latitude de l'astre aient été corrigées par des observations faites à la même époque, on peut craindre des erreurs dans les hauteurs vraies, dans la réfraction, dans la parallaxe horizontale, et dans la mesure de la distance apparente. Les formules suivantes indiquent l'influence de ces divers élémens sur la distance vraie.

1) Influence d'une petite erreur commise dans l'observation de la distance apparente.

En différenciant l'équation fondamentale, $\cos. d \cos. A \cos. B - \sin. a \sin. b \cos. A \cos. B - \cos. D \cos. a \cos. b + \cos. a \cos. b \sin. A \sin. B = 0$, par rapport à d et D, nous aurons :

[1] Zach, Monatliche Correspondenz, B. IV, S. 631.
[2] Bode's Jahrbuch, für 1790, S. 213.
[3] Zach, Monatliche Correspondenz, B. XIII, S. 29.

cos. A cos. B sin. $d \,\Delta d$ — cos. a cos. b sin. D Δ D = o; par conséquent,

$$\Delta \mathrm{D} = \left(\frac{\cos. \mathrm{A} \cos. \mathrm{B} \sin. d}{\cos. a \cos. b \sin. \mathrm{D}}\right) \Delta d,$$

équation qui nous apprend que Δ D et $\Delta\ d$ sont sensiblement égaux.

2) Influence d'une petite erreur commise dans la hauteur de la lune.

En différenciant l'équation fondamentale, par rapport à A, a et D, nous aurons :

$$- \sin. \mathrm{A} \cos. \mathrm{B} \cos. d \,\Delta \mathrm{A} + \sin. a \sin. b \cos. \mathrm{B} \sin. \mathrm{A} \,\Delta \mathrm{A} - \cos. a \sin. b \cos. \mathrm{A} \cos. \mathrm{B} \,\Delta a + \sin. \mathrm{D} \cos. a \cos. b \,\Delta \mathrm{D} + \cos. \mathrm{D} \sin. a \cos. b \,\Delta a + \cos. a \cos. b \cos. \mathrm{A} \sin. \mathrm{B} \,\Delta \mathrm{A} - \sin. a \cos. b \sin. \mathrm{A} \sin. \mathrm{B} \,\Delta a = 0.$$

Supposons $\Delta \mathrm{A} = \Delta a$, ce qui peut se faire sans une erreur sensible, et mettons, dans les second et troisième termes de cette équation, A au lieu de a, et B au lieu de b, nous obtiendrons :

$$- \sin. \mathrm{A} \cos. \mathrm{B} \cos. d \,\Delta \mathrm{A} + \sin. \mathrm{D} \cos. a \cos. b \,\Delta \mathrm{D} + \cos. \mathrm{D} \sin. a \cos b \,\Delta a + \sin. a \sin. b \cos. b \sin. \mathrm{A} (\Delta \mathrm{A} - \Delta a) + \cos. a \cos. b \cos. \mathrm{A} \sin. \mathrm{B} (\Delta \mathrm{A} - \Delta a) = 0.$$

$$\Delta \mathrm{D} = \left(\frac{\cos. d \sin. \mathrm{A}}{\sin. \mathrm{D} \cos. a} - \mathrm{cotang.\ D\ tang.}\ a\right) \Delta \mathrm{A},$$

ou bien

$$\Delta \mathrm{D} = \mathrm{tang.}\ a \left(\frac{\cos. d}{\sin. \mathrm{D}} - \mathrm{cotang.\ D}\right) \Delta \mathrm{A}.$$

Mais $\frac{\cos. d}{\sin. \mathrm{D}}$ sera à peu près égal à cotang. D : d'où l'on peut conclure qu'une petite erreur commise dans la hauteur de la lune ne changera que fort peu sa distance géocentrique aux astres.

3) Influence d'une petite erreur commise dans la hauteur de l'astre dont on mesure la distance à la lune.

En substituant, dans l'équation fondamentale, a et A à la place des quantités respectives b et B, l'on a :

$$\Delta \mathrm{D} = \mathrm{tang.}\ b \left(\frac{\cos. d}{\sin. \mathrm{D}} - \mathrm{cotang.\ D}\right) \Delta \mathrm{B}.$$

4) Influence d'une petite erreur commise dans le calcul de la parallaxe horizontale de la lune.

Nous avons trouvé ci-dessus, pour l'angle à la lune L, cos. L $= \frac{\sin b - \cos. d \sin. a}{\sin. d \cos. a}$, la correction de la distance apparente, $\gamma = -p \cos. a \cos.$ L (assez exactement)

$$\Delta \gamma = \Delta \mathrm{D} = -\Delta p \left(\frac{\sin. b}{\sin. d} - \mathrm{cotang.}\ d \sin. a\right).$$

5) Influence d'une petite erreur commise dans le calcul de la réfraction.

α) Pour la lune,

$$\Delta \mathrm{D} = \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d \cos. a}\right) \Delta \rho.$$

β) Pour l'astre dont on mesure la distance à la lune,

$$\Delta \mathrm{D} = \left(\frac{\sin. a - \cos. d \sin. b}{\sin. d \cos b}\right) \Delta \rho.$$

Or, d'après ma *Méthode abrégée*, on choisit trois instans qui sont également éloignés les uns des autres, et qui renferment toute la série des observations ; on cherche, pour ces trois instans, par interpolation, les hauteurs vraies et les distances apparentes, et l'on réduit ces trois distances, d'après la méthode ordinaire, au centre de la terre. Connoissant de cette manière, pour trois époques données, l'effet de la parallaxe et de la réfraction, on applique la même correction aux observations intermédiaires.

M. de Humboldt observa, le 16 mars 1803, dans la mer du Sud, les distances suivantes de la lune au soleil [1].

TEMPS MOYENS, A BORD DU VAISSEAU.			DISTANCES APPARENTES DES CENTRES.		
8h	1′	59″	89°	29′	1″,9
	2′	50″		28′	31″,9
	9′	10″		26′	46″,9
	9′	51″		26′	41″,7
	14′	3″		25′	11″,6
	14′	54″		25′	1″,6
	16′	6″		24′	56″,5
	20′	13″		23′	1″,4
	21′	9″		22′	56″,4

[1] Bode's Jahrbuch, für 1810, S. 167.

Choisissons les temps t, t', t'', 8h 1′ 14″, 8h 11′ 14″, et 8h 21′ 14″; les angles correspondans D, D′, D″, 89°, 29′, 89° 26′, 89° 23′.

Je substitue, pour t, t', t'', les hauteurs apparentes du soleil et de la lune observées, et je trouve, pour les effets des parallaxes,

$$d-\mathrm{D},\ d'-\mathrm{D}',\ d''-\mathrm{D}'' \text{ pour } \begin{cases} t, -23'\ 30'',6. \\ t', -25'\ 33'',7. \\ t'', -27'\ 38'',8. \end{cases}$$

De là je tire les résultats suivans :

DISTANCES VRAIES DE LA LUNE AU SOLEIL.			LONGITUDE DU VAISSEAU.		
89°	5′	26″,2	7h	5′	11″
	4′	41″,6		5′	29″
	1′	38″,4		5′	15″
	1′	25″,0		5′	1″
88°	59′	2″,7		5′	34″
	58′	42″,1		5′	24″
	58′	1″,9		5′	32″
	55′	55″,3		6′	18″
	55′	18″,6		5′	55″

Terme moyen, 7h 5′ 51″, ou 7h 5′ 25″, en ne comptant pas la 8.e observation.

M. de Humboldt, pendant le cours de son voyage, a observé généralement, non-seulement les distances, mais aussi les hauteurs des astres. J'ai préféré cependant, dans tous les cas, de calculer les hauteurs par les tables, plutôt que de les déduire des observations consignées dans le journal du voyageur. Ces dernières n'ont servi qu'à vérifier la détermination du temps, et à examiner le degré de confiance que mérite l'ensemble du travail.

En outre, le calcul des hauteurs de la lune m'a fourni un moyen très-simple pour vérifier la longitude. On conçoit qu'ayant déterminé les erreurs des tables du soleil et de la lune, les hauteurs calculées au moyen de ces tables, devoient s'accorder avec les hauteurs trouvées par l'observation, en supposant la réfraction exactement connue.

Je ne me suis pas servi des hauteurs de la lune pour en déduire directement les longitudes, parce que les observations de M. de Humboldt n'avoient pas été faites

dans ce but, et que, pendant le jour, la pâleur du disque lunaire, sous les tropiques, est augmentée par le reflet des horizons artificiels.

Le calcul par lequel je trouve l'effet de la parallaxe, peut aussi être appliqué à la méthode proposée par M. de Lindenau. Cet astronome cherche à connoître les changemens des distances apparentes et des temps intermédiaires. Une soustraction facile nous donne pour $t'-t$: $(d'-\mathrm{D}') \backsim (d-\mathrm{D})$, et ainsi de suite : or, on connoît le changement de la distance géocentrique par les tables; par conséquent,

$$\frac{\Delta d}{\Delta t} = \frac{☽ \backsim ☉ \pm \left((d' \backsim \mathrm{D}') \backsim (d-\mathrm{D})\right)}{t'-t}.$$

Mais comme les élémens, dans des intervalles de temps égaux, croissent ou décroissent inégalement, on est obligé de calculer à part, pour chaque intervalle de temps, le rapport du changement de la distance apparente et du temps, ce qui prolonge nécessairement le calcul. En général, je pense que dans ce cas il faut mesurer les distances apparentes dans une série non interrompue. On pourroit placer le vernier sur une des divisions déterminées, comme, par exemple, de minute en minute; alors les intervalles, et d'autres circonstances, feroient juger si l'indication des temps renferme des erreurs considérables. L'observation entière peut être terminée dans une demi-heure, si on mesure douze ou quinze angles; mais en supposant même qu'elle exigeât une heure entière, on n'aura pas à craindre que la méthode que nous proposons donne lieu à des erreurs considérables, pourvu que les effets des parallaxes et de la réfraction soient calculés pour trois époques également distantes les unes des autres.

Au reste, tous les calculs de distances lunaires consignés dans cet ouvrage, ont été faits, comme nous l'avons observé plus haut, d'après la formule de M. Delambre, et en ayant égard à l'aplatissement de la terre. Je ne me suis servi de la méthode que je propose aux astronomes, que comme d'un moyen de vérification, et je puis assurer n'avoir jamais trouvé des résultats qui aient différé entre eux de plus d'une seconde en temps.

Pour faciliter le calcul des distances lunaires, MM. Maskelyne, Dunthorne, Euler, Fuss, Lyons, Lexell, Tempelhoff, Klügel, Borda, Delambre, Cagnoli, et plusieurs autres astronomes célèbres, ont donné des formules et des tables propres à faciliter les développemens numériques. Les tables de ce genre les plus commodes sont celles qui ont été construites par M. *Mendoza y Rios*, officier de la marine espagnole, et publiées aux frais de l'amirauté angloise. Ce savant a rendu les plus grands services aux navigateurs, en leur offrant une méthode courte et facile ; et c'est pour cela qu'il est important d'examiner les cas où ses tables peuvent donner des résultats qui ne sont pas suffisamment exacts.

Soit p la parallaxe horizontale de la lune, ρ' sa réfraction, et ρ la réfraction d'une étoile observée;

a la hauteur apparente de la lune;

A la hauteur vraie de la lune;

b la hauteur apparente de l'astre auquel on compare la lune;

B la hauteur vraie de cet astre ;

d la distance apparente, et D la distance vraie; et nous aurons, d'après M. *Mendoza :*

$$\text{sin. verse } D = \text{sin. verse du supplément } (B + A) + \text{sin. verse } (d + M + 60^\circ) + \text{sin. verse } (d - M + 60^\circ) + \text{sin. verse } (b + a + M - 60^\circ) + \text{sin. verse } (a + b - M + 60^\circ) - 4\,[1];$$

expression dans laquelle $\cos. M. = \dfrac{\cos. A \cos. B}{2 \cos. a \cos. b}$;

mais $\log. \cos. M. = \log. \left(\dfrac{\cos. A}{2 \cos. a}\right) + \log. \left(\dfrac{\cos. B}{\cos. b}\right)$;

Soit B la hauteur vraie d'une étoile, nous aurons $B = b - \rho$, par conséquent,

$$\frac{\cos. b \cos. \rho + \sin. b \sin. \rho}{\cos. b} = \frac{\cos. (b - \rho)}{\cos. b}:$$

ρ étant peu considérable, mettons $\cos. \rho = 1$, et ρ pour $\sin. \rho$;

donc $1 + \rho \text{ tang. } b = \dfrac{\cos. B}{\cos. b}$.

En supposant que $\rho = 57''$ cotang. b (assez exact), nous obtiendrons :

$$\frac{\cos. B}{\cos. b} = 1 + \sin. 57'' = 1{,}0002763\text{; donc}$$

$$\log. \left(\frac{\cos. B}{\cos. b}\right) = 0{,}000120 \ldots\ldots\ldots\ldots [2]$$

$$\log. \cos. M. = \log. \left(\frac{\cos. A}{2 \cos. a}\right) + 0{,}000120 \ldots\ldots\ldots$$

[1] Connoissance des temps, pour 1808, p. 444 et suiv.

[2] Cette valeur change pour le soleil, à cause de sa parallaxe.

L'on détermine la valeur de A par a et p, car $A = a + p' - \rho'$ et $p' = p \cos. a$.

M. *Mendoza* cherche, au moyen de p et a, la valeur de l'*angle auxiliaire* M, car

$$\log. \cos. M = \log. \frac{\cos. \text{ de l'angle} (a + p \cos. a - 57'' \text{ cotang. } a)}{2 \cos. a} + 0{,}000120 \ldots\ldots$$

Cette expression est employée aussi dans la formule de *Dunthorne*.

Le calcul fait d'après les tables de M. *Mendoza*, n'est rigoureusement exact que dans le cas où la température de l'air est identique avec la température moyenne, pour laquelle la table a été construite. M. *Mendoza* a donné lui-même une table auxiliaire pour faire des corrections lorsque les températures et la pression barométrique diffèrent de celles qui ont été supposées ; il conseille [1] aux navigateurs d'employer le baromètre et le thermomètre, et de se servir de la table auxiliaire chaque fois qu'ils ont à corriger « des hauteurs peu considérables. »

Cette expression « *des hauteurs peu considérables* » est assez vague, je l'avoue; car nous verrons bientôt qu'il est dangereux de négliger les changemens de réfractions dans le calcul des distances, même pour des hauteurs de 30° à 40°. Dans ces cas, les changemens peuvent s'élever à 7″ et 10″. Il arrive quelquefois, dans la région équinoxiale, qu'un navigateur observe des distances de 120°, les deux astres se trouvant des deux côtés du méridien, de manière que l'arc qui joint leurs centres passe très-près du zénith. Sous des circonstances si peu favorables, on peut commettre des erreurs de plus de *dix* minutes en arc, si l'on n'apporte pas la plus grande attention dans le calcul des réfractions.

Je dois observer d'abord que c'est justement en employant la table de correction de M. Mendoza, que l'on court risque de trouver des longitudes qui, selon que la température de l'air est très-élevée, ou que sa pression barométrique est très-petite (comme cela arrive sur les hautes montagnes), diffèrent des longitudes trouvées par le calcul direct, d'une ou de deux minutes *en temps* et même *de plus*.

La cause principale de cette erreur consiste en ce que M. *Mendoza* a

[1] A complete Collection of Tables, etc., edit. 1805, p. 5. Introd. of the Tables for facilitating, etc., edit. 1801, p. 7.

négligé de changer le numérateur de l'angle auxiliaire cos. M, tandis qu'il a introduit un changement dans le sin. verse (A + B).

Dans les observations faites par M. de Humboldt, sur le plateau du Mexique, à plus de 2000 mètres de hauteur, l'usage de la table auxiliaire de M. Mendoza auroit causé des erreurs de plusieurs *centaines* de secondes; elles auront encore lieu, mais elles seront moins grandes si l'on calcule des observations faites sur mer. Il est important de prouver ce que nous venons d'avancer, tant par un développement algébrique, que par un exemple numérique.

M. *Mendoza* a donné une table qui sert à corriger la somme des hauteurs apparentes, par

$$a + b + p' - p' - p \text{ pour les étoiles,}$$

et par

$$a + b + p' - p' - p + \text{parall. de la haut., pour le soleil.}$$

Il eût été à désirer que cet astronome eût donné une seconde table servant à corriger l'*angle auxiliaire* M.

D'après M. *Mendoza*, a et b (ou les hauteurs apparentes) ont été effectivement observées, de sorte que le dénominateur de l'expression analytique de cos. M est constant; mais A et B, et par conséquent la valeur de la fraction et celle de l'angle auxiliaire M, seront changées dans le cas où la température et la pression ne sont plus les mêmes que celles supposées dans les tables fondamentales.

Il s'agit, par conséquent, d'examiner quel changement éprouvera l'angle auxiliaire M, et la distance géocentrique D, en négligeant la correction due aux variations de l'atmosphère. Nous avions:

$$\cos. M = \frac{\cos. A \cos. B}{2 \cos. a \cos. b}.$$

M, A et B sont variables. En différenciant, nous aurons:

$$-\sin. M \Delta M = \frac{-\Delta A \sin. A \cos. B - \Delta B \sin. B \cos. A}{2 \cos. a \cos. b};$$

mais B et b étant des quantités peu différentes entre elles, nous obtiendrons:

$$\Delta M = \frac{\Delta A \sin. A + \Delta B \cos. A \text{ tang. } B}{2 \cos. a \sin. M},$$

et, avec une *exactitude suffisante*,

$$\Delta M = \frac{\Delta A \text{ tang. } A + \Delta B \text{ tang } B}{2 \sin. M}.$$

Mais l'angle M est toujours à peu près de 60°, donc

$$\Delta M = \frac{\text{tang. } A \Delta A + \text{tang. } B \Delta B}{1{,}74},$$

$$\Delta M = 0{,}575 \left(\text{tang. } A \Delta A + \text{tang. } B \Delta B\right).$$

Si, en se servant des tables de M. *Mendoza*, la température de l'air et la pression barométrique ne sont pas celles que l'on a supposées dans la table des *réfractions moyennes*, on aura pour l'angle auxiliaire M:

$$M + \Delta M = M + \left(\text{tang. } A \Delta A + \text{tang. } B \Delta B\right) 0{,}575.$$

Voyons maintenant quel est le danger auquel on s'expose en négligeant les corrections relatives aux modifications de l'atmosphère. Nous avions

$$\cos. D = 2 \cos. d \cos. M + 2 \cos. (a + b) \cos. M - \cos. (A + B)\ [1].$$

Différencions, et nous aurons

$$-\Delta D \sin. D = -2 \cos. d \sin. M \Delta M - 2 \cos. (a + b) \sin. M \Delta M;$$

par conséquent,

$$\Delta D = \left(\frac{\cos. d + \cos. (a + b)}{\sin. D}\right) 2 \sin. M \Delta M,$$

et assez exactement

$$\Delta D = \left(\text{cotang. } d + \frac{\cos. (a + b)}{\sin. d}\right) 2 \sin. M \Delta M$$

ou M étant toujours (à peu près) entre 60° et 60° 30′,

$$\frac{\Delta D}{\Delta M} = 1{,}74 \text{ cotang. } d + 1{,}71 \frac{\cos (a + b)}{\sin. d} = 1{,}74 \left(\text{cotang. } d + \frac{\cos. (a + b)}{\sin. d}\right).$$

Après avoir démontré l'influence de l'angle auxiliaire M sur la distance D, nous ajouterons quelques observations sur le risque que l'on court en négligeant les corrections de réfraction. Rappelons que

$$\Delta M = 0{,}575 \left(\text{tang. } A \Delta A + \text{tang. } B \Delta B\right)$$

expression dans laquelle A et B se rapportent à la même époque du temps; le coëfficient dépendant des modifications de l'atmosphère est par conséquent le même pour les

[1] C'est la formule de *Dunthorne*, de laquelle celle de M. *Mendoza* est dérivée, ou l'équation primaire de *Mendoza*. *Voyez* la Connoissance des Temps pour l'an V, p. 266.

deux hauteurs, et il faut constamment *sommer* tang. A Δ A, et tang. B Δ B, ce qui augmente le danger. Il résulte des observations de *Cook*, *Le Gentil* et *Marchand*, que la température sur mer s'élève ordinairement, sous les tropiques, à 20° ou 22° Réaumur. M. *de Humboldt* l'a trouvée dans la mer du Sud, au mois de mars 1803, souvent au delà de 25°. A *Acapulco*, le thermomètre montoit à $29^\circ \frac{1}{2}$ R. D'après *Le Gentil*, à Pondichéry, le thermomètre de Réaumur s'élève à l'ombre, à 30 pieds au-dessus du sol, lorsque les vents de terre soufflent, à 36 degrés pendant une grande partie des mois de mai, juin, juillet et août. Les nuits sont regardées comme fraîches et tempérées à Pondichéry (qui d'ailleurs n'est pas l'endroit le plus chaud de la côte de Coromandel), en comparaison du jour, et cependant leur température est encore de 22° à 23° R [1].

Il résulte de ces considérations que le coëfficient qui appartient à la correction de la réfraction peut être quelquefois 0,93 et même 0,90, tandis que dans de hautes latitudes, par de grands froids, il peut s'élever jusqu'à 1,10.

Je ne crois pas pouvoir partager l'opinion de ceux qui ont avancé que, pour les hauteurs au-dessus de 40°, on peut négliger les corrections de température et de pression. Sous les tropiques, où le soleil et la lune se trouvent des deux côtés du méridien, les erreurs peuvent s'élever, par 24° R. de température, à 4 à 5 minutes de longitude en arc, quoique la hauteur des astres soit de 41°; ces erreurs, je le répète, seront *triples*, si l'observation se fait sur le dos des Cordillères, à des hauteurs où la pression barométrique est très-petite.

Lorsqu'il s'agit de hauteurs peu considérables, tang. A et tang. B ne seront aussi que très-petites; mais Δ A et Δ B seront d'autant plus grandes. Si, au contraire, l'on prend des hauteurs très-considérables, Δ A et Δ B diminuent; mais les tangentes seront plus grandes. On voit, par conséquent, que Δ M peut s'élever à plusieurs secondes, ce qui causera une erreur assez forte dans la distance des astres [2].

Soit, par exemple, le coëfficient relatif à la correction atmosphérique 0,94, a et b de 60°, nous aurons $\Delta\, A = 2'',01$, et $\Delta\, B = 2,01$, donc $\Delta\, M = 4'',0$; car tang. $60^\circ = 1,732$. Si a et b étoient de 20°, nous aurions $\Delta\, M = 6'',6$.

[1] Voyage dans les mers de l'Inde, par Le Gentil, Tom. I, p. 35 et 477.

[2] La correction de l'angle auxiliaire M se réduit à 0,575 multiplié par le double de la réfraction à 45°, et multiplié par le facteur de la réfraction moyenne moins l'unité. Je lui ai laissé la première forme, parce que les *tables nautiques* ne donnent pas le nombre par lequel il faut multiplier les réfractions, mais directement la variation de la réfraction.

Considérons maintenant la seconde formule

$$\Delta\, D = \left(\text{cotang.}\, d + \frac{\cos.\,(a+b)}{\sin.\, d}\right)\ 1,74\ \Delta\, M.$$

On voit par la seule inspection que Δ M exerce la plus grande influence sur Δ D, et que cette influence est d'autant plus dangereuse, que la distance et les hauteurs apparentes sont plus petites. Il est aisé en même temps de concevoir pourquoi il est très-utile que $a + b$ soit plus grand que 90°, et que d soit ou 90°, ou peu *au-dessous*; car $a + b + d$ est toujours *moindre* que 180°: et, dans ces cas, la seconde partie du facteur devient *négative*, et cotang. d peu considérable (ou presque égale à $\frac{\cos.\, a+b}{\sin.\, d}$).

Outre la correction qu'il faudra faire à la table auxiliaire de M. *Mendoza*, il seroit aussi très-important de l'étendre, parce que son usage influe puissamment sur l'exactitude des résultats. C'est à tort que dans cette table on n'a donné l'angle auxiliaire et les parties proportionnelles qu'en *secondes entières*, sans avoir ajouté les fractions de secondes.

Par exemple, à la page 47 du Recueil de M. *Mendoza*, l'on trouve $a = 10^\circ\ 10'$, $b = 22^\circ\ 49'$, $d = 16^\circ\ 39'$, $p = 58'\ 10''$, et l'angle $M = 12'\ 9''$; mais avec ces *mêmes données* et par la *même table*, l'on obtient l'angle auxiliaire de $12'\ 9'',5$; par conséquent, la distance diffère de *cinq secondes*. Dans ce cas, le changement d'*une seule seconde* dans la valeur de M, produit une erreur de 10″ dans la distance géocentrique; et si nous avions augmenté la parallaxe horizontale d'une seconde, en adoptant 58′ 11″, au lieu de 58′ 10″, il en seroit résulté l'angle auxiliaire $M = 12'\ 6'' + 3'' + 1'' = 12'\ 10''$, et la distance même trop grande d'environ 10″. Ces erreurs naissent de la construction de la table XI, qui donne la valeur de l'angle M.

Comme les tables nautiques de M. *Mendoza* donnent les sinus verses de la distance, qui changent très-lentement pour les angles assez petits, le moindre changement de la valeur trigonométrique modifie la grandeur de l'arc même; et c'est pour cela que la correction de l'angle doit être calculée avec précision, à moins que l'on ne veuille s'exposer à des erreurs très-graves. Soit, par exemple, (*voyez* l'exemple numérique)

$a = 23^\circ\ 0'\ 0''$, $b = 28^\circ\ 10'$, $d = 25^\circ\ 10'$ $p = 60'\ 0''$, le coëfficient de la correction due à la température et à la pression $C = 1, 1$, nous aurons, d'après la formule de M. *Delambre*, D = 24° 54′ 43″½, tandis que les tables de M. *Mendoza* donnent..................... 24° 55′ 33″.

Différence.... .... 0′ 49″,5, ou à peu près 25′ de *longitude en arc*.

Cette erreur est précisément égale à celle à laquelle on étoit exposé, il y a soixante ans, en calculant d'après les anciennes tables de *Mayer*.

Si, au contraire, nous corrigeons l'angle auxiliaire M par nos formules données ci-dessus, nous le trouverons plus grand de 8″, et la distance sera de 24° 54′ 43″ comme d'après le calcul rigoureux.

Ces mêmes considérations peuvent s'appliquer aux distances de la lune aux planètes, genre d'observations que, dans l'état actuel de l'astronomie, on ne sauroit assez recommander aux voyageurs. L'erreur à laquelle exposent les tables de M. Mendoza, devient d'autant plus grande que la distance observée est plus petite, et c'est précisément en mesurant la distance de la lune aux planètes que l'on obtient souvent des angles très-peu considérables; les planètes, à cause de leur éclat, étant susceptibles d'être observées, lorsqu'elles se trouvent dans le voisinage de la lune.

J'ajoute, à la fin de ces discussions, le développement numérique de l'erreur de la table auxiliaire. Je présente deux calculs dont l'un a été fait rigoureusement d'après la formule de M. *Delambre*, et l'autre d'après les tables nautiques de M. *Mendoza*; l'erreur de la longitude est de 1′ 40″ en temps. En général, pour éviter les erreurs que nous venons de développer, on pourroit ajouter aux tables de M. *Mendoza* une nouvelle table relative à la *correction* de l'angle auxiliaire M; étendre et rendre plus exacte la table X, qui donne l'angle auxiliaire pour la réfraction moyenne; et substituer à la table V, qui est empruntée du 1.er Vol. des Observations de *Greenwich*, publié en 1776, la table donnée dans la Connoissance des Temps, 1810, p. 155, et qui est construite d'après la formule de M. La Place.

Haut. app. observée de la ☽ = 23° 0′ = *a*	par. hor. ☽ = 60′ 0″	correct. atmosphériq. 1,1	
de l'étoile 28° 10′ = *b*	vraie haut. ☽ 23° 52′ 44″	☽ R. 2′ 30″	✱ R. 1′ 59″
Distance appar. 25° 10′ = *d*	vraie haut. ✱ 28° 8′ 1″	*p.* de la haut.	55′ 14″
S = 76° 20′	(A + B) = 52° 0′ 45″		52′ 44″
½ S = 38° 10′			

α. D'après la Formule de M. Delambre.

	Log. cos. ½ S + D = 9.895.5422		
	Log. cos. ½ S − D = 9.988.7239		
	Log. cos. ...... A = 9 961.1377		
	Log. cos .... B = 9.945.3949		
	Log .... 2 = 0,301.0300		
cos. *a* = 9.964.0261	0.091.8287		
cos. *b* = 9.945.2609	9.909.2870	cos. (A + B) = − 0,6154893	cos. D = 0,9060559
	0.182.5417	nombre.... = + 1,5224452	D = 24° 54′ 43″½

β. D'après les Tables de M. Mendoza.

	Hauteur apparente de ✱..	28° 10′			
	Hauteur apparente de ☽..	23° 0′			
	Somme des haut. apparentes	51° 10′	N.° 1,	137.6738 209	p. 158
aux argum. 12′ 40″ p. 23, table X.	Comp. correction de ✱..	58′ 1″			
	Corr. de la haut. de la ☽..	52′ 44″			
	Somme des hauteurs vraies	53° 0′ 45″	N.° 2,	161.5432 58	p. 142
	Distance apparente....	25° 10′ 0″	N.° 3,	110.0403 304	p. 86
		Somme.......		409.3144	
			24° 55′ =	409.3078	p. 85
				66 = 33″	
	Donc la distance vraie........			24° 55′ 33″	

L'inconvénient d'exprimer les distances par les cosinus, peut augmenter lorsqu'il s'agit des distances des planètes au soleil et aux étoiles, et lorsqu'on ne tient pas compte des dernières décimales des logarithmes. C'est à tort, je crois, que les voyageurs ont négligé jusqu'ici ces distances, dont un savant navigateur danois, le chevalier de Löwenörn, a reconnu la grande utilité, dans le voyage qu'il a fait aux Antilles en 1781. Il trouva [1] par ce moyen la longitude de son vaisseau à trois minutes de temps près, même en calculant d'après les tables anciennes de Halley et de Lambert. Aujourd'hui, les lieux géocentriques des planètes peuvent être déterminés avec une exactitude suffisante, d'après les excellentes

[1] Bugge, Observationes, p. XI. M. *Horner* qui accompagna M. Krusenstern, pendant son voyage autour du monde, a confirmé l'opinion émise par M. Löwenörn. Zach Monatliche Correspondenz für 1805.

tables de MM. Delambre, Bouvard et Lindenau; et il seroit à désirer que, pour l'usage des voyageurs, l'on annonçât d'avance, dans toutes les Ephémerides, les distances des planètes à la lune. M. de Zach [1] a prouvé que l'on peut prendre des distances non seulement de Venus à la lune, mais aussi de Venus au soleil; et que les distances mesurées par différens observateurs exercés, ne diffèrent pas entre elles de plus de cinq secondes.

On a agité récemment la question si les navigateurs, pour déterminer leur longitude, peuvent se servir, avec succès, des distances des étoiles à la lune, ou si ces distances ne doivent être considérées que comme un moyen auxiliaire, lorsqu'on n'a pas pu prendre des distances de la lune au soleil. Comme dans le cours de cet ouvrage je présente un grand nombre d'observations de distances de la lune aux étoiles, je me permettrai quelques remarques sur un objet qui intéresse également les progrès de la géographie et ceux de l'astronomie nautique.

J'ai calculé, avec un soin particulier, une série de distances de la lune aux étoiles, que M. de Humboldt avoit prises pendant son séjour à Cumana; les résultats de ces observations ne différoient que de sept à dix minutes en arc de la longitude qui avoit été déduite d'un grand nombre de distances de la lune au soleil, d'éclipses de satellites de Jupiter, et d'autres moyens purement astronomiques.

M. *Ferrer*, observateur très-habile, a obtenu, dans les années 1807 et 1808, à l'île de Cuba, quinze séries de distances de la lune au soleil, et dix-neuf séries de distances de la lune aux étoiles. Regardant les distances des étoiles comme plus sûres que celles du soleil, il ne se servit que des premières pour déterminer la longitude de la Havane. Après les avoir calculées avec toute l'exactitude possible[2], en ayant égard à la température, à la pression barométrique et à l'aplatissement de la terre, M. Ferrer obtint des résultats partiels, qui ne s'écartoient du terme moyen tiré des dix-neuf séries de distances de la lune aux étoiles que de $+41'',6$ et $-25'',4$ en temps. La

[1] Geographische Ephemeriden, Band IV, S. 477.

[2] M. Ferrer a emprunté la position des étoiles, du catalogue de Maskelyne, et les longitudes de la lune, des tables de Bürg, telles qu'elles ont été publiées par le bureau des longitudes. Les astronomes françois n'admettant pas la correction équinoxiale donnée par Maskelyne, nous pensons que M. Ferrer n'auroit pas dû l'appliquer, comme il l'a fait, dans son calcul. En ayant égard à cette circonstance, la différence diminue de deux minutes, et ne sera plus que d'une demi-minute en arc.

moyenne des observations d'étoiles donna, pour la longitude de la Havane, $5^h\ 39'\ 2'',7$; ce qui ne diffère que de $2\frac{1}{2}$ minutes en arc de la longitude qu'on doit regarder aujourd'hui comme la plus exacte.

L'usage des montres marines n'étant pas général, et les bons chronomètres étant encore très-rares, l'observation des distances de la lune aux étoiles est d'un grand secours pour les navigateurs; elle leur offre même un avantage particulier que ne donnent point les distances de la lune au soleil; savoir, la compensation des erreurs constantes des sextans. Il est vrai que les erreurs de la division de l'instrument, de la perpendicularité des miroirs, et du parallélisme de leurs surfaces, peuvent se vérifier à terre, avant le départ; mais la plupart des observateurs ne font point ces vérifications avec toute l'exactitude requise.

Si l'on compare, le même jour, la lune avec des étoiles occidentales et orientales, presque toutes les erreurs du sextant se détruisent mutuellement: ce moyen peut aussi s'appliquer aux distances de la lune au soleil; mais, dans ce cas, il faut le plus souvent attendre douze à quinze jours: l'erreur de l'instrument peut avoir changé dans cet intervalle, et la compensation des erreurs ne produit tout son effet que lorsque le voyageur est resté dans le même endroit, ou qu'il peut indiquer avec précision la différence de longitude qui existe entre le premier et le second lieu de son observation.

C'est précisément parce que l'observation des angles entre la lune, les étoiles et les planètes, procure des avantages réels à la navigation, qu'il est d'une grande importance de perfectionner les tables de M. Mendoza. On peut observer la lune plus près des étoiles que du soleil, et, dans ce cas, l'angle M (*l'angle auxiliaire de M. Mendoza*) exerce le plus d'influence sur la distance géocentrique.

Comme la formule fondamentale de Mendoza est exacte, et que l'erreur ne se trouve que dans l'application numérique de l'expression $\cos. M = \frac{\cos. A \cos. B}{2 \cos. a \cos. b}$, c'est-à-dire dans la construction de la table auxiliaire pour cet angle, on conçoit que les autres tables ne doivent subir aucun changement; il seroit à désirer cependant que quelqu'un se chargeât de calculer, en parties décimales de secondes, les valeurs de l'angle M, d'après la réfraction moyenne de M. La Place, et qu'on déterminât la variation de cet angle pour chaque hauteur de la lune et de l'étoile [1], et pour chaque changement de seconde, relativement au facteur

[1] Pour les planètes dont la parallaxe varie considérablement, il faudroit appliquer d'autres corrections.

de la correction C, afin qu'on pût trouver, sans beaucoup de calcul [1], l'angle $M \pm 0{,}575$ (tang. $A\,\Delta A$ + tang. $B\,\Delta B$).

Ces tables seroient aussi d'une égale utilité pour la formule de Borda, et pour celle qui a été donnée par M. Delambre.

Nous avions :

$$\cos. D = \frac{2\cos.\frac{1}{2}S\cos.(\frac{1}{2}S - D)\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b} - \cos.(A+B)$$

$$\frac{2\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b} = N, \text{ et on a}$$

$$\cos. D = \left(\cos.\tfrac{1}{2}S\cos.(\tfrac{1}{2}S - D)\right)N - \cos.(A+B).$$

Pour éviter toute interpolation, il faut faire A + B tels que leur somme soit exprimée par un nombre rond de degrés et de minutes.

Soit, par exemple :

$$\begin{array}{ll}
D = 25^\circ\ 10' & \\
a = 23^\circ\ \ 0' & B = 23^\circ\ 52'\ 44'' \\
b = 28^\circ\ 10' + 15'' & A = 28^\circ\ \ 8'\ \ 1'' + 15'' \\
\hline
S = 76^\circ\ 20' + 15'' & A + B = 52^\circ\ \ 1'\ \ 0''
\end{array}$$

$$\begin{array}{lll}
\frac{1}{2}S = 38^\circ\ 10'\ 7{,}5 & Lg.\ \cos. & 9{,}895.5298 \\
\frac{1}{2}S - D = 13^\circ\ \ 0'\ 7{,}5 & Lg.\ \cos. & 9{,}988.7202 \\
\text{des tables} & Lg.\ N = & 0{,}298.2756 \\
\hline
 & & 0{,}182.5256
\end{array}$$

[1] Les tables de MM. Delambre et Zach donnent le coëfficient de la correction atmosphérique, ou le facteur par lequel il faut multiplier les réfractions moyennes. Soit ce facteur = C, nous aurons $\rho' = (57''\ \text{cotang.}\ A)\,C$ et $\rho = (57''\ \text{cotang.}\ B)\,C$

$\Delta\rho' = \Delta A = (C-1)\,57''\ \text{cotang.}\ A$
$\Delta\rho = \Delta B = (C-1)\,57''\ \text{cotang.}\ B.$ (ou plus exactement $(C-1)\,57''$ cotang. a; mais l'erreur est absolument insensible).

Substituons ces valeurs dans l'expression $\Delta M = 0{,}575\,(\text{tang.}\ A\,\Delta A + \text{tang.}\ B\,\Delta B)$, nous obtiendrons

$\Delta M = 0{,}575\left((C-1)\,57'' + (C-1)\,57\right) = 0{,}575\left(114''(C-1)\right)$

$\Delta M = 65'',55\,(C-1);$

$$\begin{array}{rl}
\cos.\frac{1}{2}S\cos.(\frac{1}{2}S - D)\,N = & 1{,}522389 \\
\cos.(A+B) = & 0{,}615432 \\
\hline
\cos. D = & 0{,}906957 \qquad D = 24^\circ\ 54'\ 43''\tfrac{1}{2}.
\end{array}$$

Lorsque les distances mesurées sont petites, de 10° par exemple, on aura un peu plus de peine à trouver, avec la précision nécessaire, l'arc au moyen du cosinus, à moins qu'on n'ait à sa disposition des tables de logarithmes très-étendues. Dans ce cas, on pourra se servir de la formule que je donne dans le deuxième volume de cet Ouvrage (p. 318).

$$\cos. D = \cos.(A - B) - \frac{\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b}\left(\cos.(a-b) - \cos. d\right) \text{ d'après Dunthorne,}$$

$$1 - 2\sin.^2\tfrac{1}{2}D = 1 - 2\sin.^2\tfrac{1}{2}(A-B) - \left(\frac{\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b}\,2\sin.\frac{(d-a+b)}{2}\sin.\frac{(d+a-b)}{2}\right)$$

$$\sin.^2\tfrac{1}{2}D = \sin.^2\tfrac{1}{2}(A-B) + \frac{\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b}\left(\sin.\frac{(d-a+b)}{2}\sin.\frac{(d+a-b)}{2}\right).$$

M. Levêque [1] a proposé, il y a quinze ans, de calculer des tables auxiliaires pour la formule de Dunthorne. Dans un Mémoire que ce savant a publié sur les distances lunaires, il donne à la méthode de Dunthorne la préférence sur les autres formules, et il désire qu'on construise une table qui donne les logarithmes de $\frac{\cos. A\cos. B}{\cos. a\cos. b}$ de 10 en 10′ de la hauteur de la lune. M. Levêque avoit travaillé lui-même à la construction de cette table auxiliaire ; mais des circonstances particulières l'ont empêché de l'achever. Il ignoroit sans doute que M. Pibo Steenstra [2], examinateur de la marine à Amsterdam, avoit déjà publié, dix ans auparavant, les logarithmes de Dunthorne, calculés de 10′ en 10′ de hauteur.

Ces mêmes logarithmes auxiliaires ont été calculés, pour la troisième fois, par M. Reincke [3], directeur des canaux à Hambourg : sans connoître la formule de Dunthorne, il en avoit trouvé une semblable qu'il envoya, en 1786, à M. Maskelyne, pour la présenter au bureau des longitudes de Londres. Il est presque superflu d'ajouter que l'astronome royal reconnut aussitôt l'identité des deux formules.

[1] Connoissance des Temps pour l'an VI, p. 290 et suiv.

[2] *Benodigde Tafels.*

[3] *Anweisung aus einer beobachteten Monds-Distanz die Länge zu finden.* (Zach, Monathliche Correspondenz, Band X, S. 164).

M. Reincke publia sa méthode, en 1803, avec des tables auxiliaires pour la valeur de $\frac{\cos. A \cos. B}{\cos. a \cos. b}$. Dans ces tables, il faut soustraire le nombre du logarithme $\cos. (a-b) - \cos. d$; tandis que, dans les tables angloises, ce nombre doit être ajouté au logarithme. Il paroît que les savans qui se sont occupés de cet objet ont oublié que ces logarithmes, calculés pour une certaine température et pour une certaine pression de l'air, ont besoin de correction lorsqu'on en fait usage pour une température et une pression différentes.

En Hollande, les commissaires de l'amirauté, Jan Hendrick van Swinden, Pieter Nieuwland, Gerard Hulst van Keulen, ont publié, en 1789, un mémoire sur la détermination des longitudes, au moyen des distances, dans lequel se trouve [1] une méthode de Dunthorne, corrigée (*verbeterde manier van Dunthorne*), que je ne dois pas passer sous silence.

Ces savans font $A - B = P$; $a - b = Q$

$$\frac{\cos. A \cos. B}{\cos. a \cos. b} = N,$$

d'où résulte :

$$\sin.^2 G = \sin. \tfrac{1}{2} (d + Q) \sin. \tfrac{1}{2} (d - Q) N$$
$$\cos.^2 \tfrac{1}{2} D = \cos. (\tfrac{1}{2} P + G) \cos. (\tfrac{1}{2} P - G).$$

Van Swinden et Nieuwland, dans la huitième table de leur collection [2], donnent les logarithmes (N) de Dunthorne, calculés pour la réfraction moyenne de Bradley. Leur troisième table contient la réfraction d'après Bradley et d'après Bouguer, pour les zones tempérées et pour la zone torride. En admettant cette différence de réfraction, il faudroit aussi calculer des logarithmes pour chaque zone. C'est le dénominateur de N qui reste constant, et non le numérateur, A et B devant être déduits de a et b.

D'après l'ensemble de ces considérations, il paroît démontré que, dans la plupart des cas, il n'est pas sans danger pour la navigation de faire usage de l'angle auxiliaire M, et d'employer les valeurs $\frac{\cos. A \cos. B}{\cos. a \cos. b}$ telles qu'on les trouve rapportées dans les ouvrages que nous venons de citer. La grande perfection de nos tables du soleil et de la lune, d'après lesquelles le calculateur tient compte jusqu'à des fractions de secondes, impose la loi aux astronomes d'être très-

[1] *Verhandling over het bepaalen der Lengte op zee*, etc., II édit., 1789, p. 163.

[2] *Verzameling van Tafeln, der dienste ter zeelieden*, p. 22.

exacts dans le développement numérique des expressions analytiques : car dans l'application, il est indifférent que les erreurs proviennent des distances observées, ou des distances calculées par les tables de la lune.

Dans tout ce qui précède, nous avons supposé l'observateur placé au niveau de la mer; examinons maintenant le cas où le voyageur prend les distances dans des régions très-élevées, par exemple, sur le dos des Cordillères, parcourues par M. de Humboldt. La parallaxe étant déterminée par la distance qu'il y a de l'observateur au centre de la terre, elle doit changer si l'observateur s'élève au-dessus du niveau de l'Océan, puisque c'est pour ce niveau seul que la parallaxe moyenne a été calculée. Les villes de Quito, Santa-Fe, Mexico et plusieurs autres points, dont la position a été déterminée par des distances lunaires, sont élevées, au-dessus du niveau de l'Océan, de plus de 1200 à 1500 toises : nous prouverons que cette élévation doit nécessairement influer sur la distance apparente des astres.

Soit R′ le demi-diamètre de la terre qui correspond au lieu de l'observation, et R celui qui correspond au niveau de la mer; soit π, la parallaxe horizontale de la lune sous l'équateur, on aura pour la parallaxe π' d'un autre lieu $= \frac{R' \pi}{R}$; par conséquent, $\Delta \pi' = \frac{\Delta R' \pi}{R}$, et assez exactement $\Delta \pi' = \frac{\Delta R' \pi}{5270000}$; $\Delta R'$ étant exprimé en toises: de sorte que, pour Quito, le changement de la parallaxe horizontale et de la distance géocentrique sera de 1″,7 : celui de la longitude s'élèvera, selon les circonstances, à trois ou quatre secondes en temps. Pour juger de ce changement, il suffit de rappeler que l'angle à la lune est

$$\cos. L = \frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d \cos. a}.$$

L'influence de la parallaxe sur la distance géocentrique est $= \pi' \cos. L \cos. a$, par conséquent

$$\Delta \pi' = \left(\frac{\sin. b - \cos. d \sin. a}{\sin. d}\right) \left(\frac{\Delta R' \pi}{5270000}\right).$$

Examinons maintenant l'influence de l'aplatissement de la terre sur les résultats obtenus au moyen des distances lunaires. Soit, comme ci-dessus, p la parallaxe de la lune sous l'équateur, e l'aplatissement de la terre, ϕ la latitude du lieu de l'observation; la parallaxe horizontale de ce lieu sera $p\,(1 - e \sin.^2 \phi)$. Il faudra, d'après Borda, calculer la distance géocentrique D, au moyen de la parallaxe

$p + pe \sin.^2 \varphi$, et y ajouter la quantité algébrique $2pe \sin. \varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \sin. M \cot ang. d\right)$. Au lieu de suivre cette règle, les astronomes se contentent de calculer la distance géocentrique D′ avec $p - pe \sin.^2 \varphi$, et négligent la quantité de $2pe \sin. \varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \sin. M \cot ang. d\right)$.

Pour prouver combien cette méthode est sujette à erreur, nous déterminerons la valeur de D ∽ D′ :

$$D - D' = -V 2pe \sin.^2 \varphi + 2pe \sin. \varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \sin. M \cot ang. d\right),$$

$$\text{ou } V = \left(\frac{\sin. b}{\sin. d} - \cot ang.\ d \sin. a\right);$$

$$\text{par la raison que } -\Delta p \left(\frac{\sin. b}{\sin. d} - \cot ang.\ d \sin. a\right) = \Delta D.$$

Par conséquent, chaque fois que l'angle L, formé, au centre de la lune, par la verticale de la lune et par sa distance à l'astre, est un angle aigu, on obtiendra une distance trop grande, parce qu'on a pris la parallaxe horizontale trop *petite* de $2pe \sin.^2 \varphi$. Voyons maintenant si cette erreur se trouve compensée, lorsqu'on néglige la seconde partie. La valeur de $\frac{\sin. N}{\sin. d}$ est positive lorsque la déclinaison du soleil est boréale; elle est négative lorsque cette déclinaison est australe; sin. M cotang. d est négatif, si la déclinaison de la lune est australe, d n'étant pas plus grand que 90°; la même quantité est au contraire positive, si la déclinaison est boréale, d étant plus grand que 90°. L'angle L, de même que $V 2pe \sin.^2 \varphi$, sera tantôt positif, tantôt négatif. On ne doit donc pas compter sur des compensations qui, le plus souvent, n'ont pas lieu.

Supposons, par exemple, que, le 14 janvier 1791, à une heure du matin, on ait mesuré des distances de la lune à Aldebaran. Soient $M = 14° 30'$, $p = 54'$ $22''$, $d = 24°$. En faisant $\varphi = 40°$ nord, on trouvera, par un premier aperçu, D ∽ D′ = 7″, quantité dont la distance géocentrique sera trouvée trop grande si l'on calcule d'après la méthode ordinaire, en employant seulement la parallaxe horizontale du lieu de l'observation. Cette négligence produit, par conséquent, sur la longitude, une erreur de quatorze secondes en temps, ou de trois minutes et demie en arc. Dans cet exemple nous avons supposé l'aplatissement de la terre de $\frac{1}{322}$.

D'après la théorie de M. La Place [1], l'inégalité du mouvement lunaire en latitude et en longitude, fixe cet aplatissement à $\frac{1}{304,6}$ et à $\frac{1}{305,05}$. Les expériences du pendule donnent pour résultat moyen $\frac{1}{332}$; ce qui s'accorde très-bien avec les phénomènes de la précession et de la nutation, qui indiquent que l'aplatissement de la terre, supposée elliptique, ne peut pas être au-dessous de $\frac{1}{247,7}$; mais il ne faut pas confondre l'aplatissement général avec l'aplatissement particulier, et c'est cependant de ce dernier, si difficile à connoître [2], dont on devroit tenir compte dans le calcul des observations lunaires.

La grande opération que MM. Delambre, Mechain, Arago et Biot ont exécutée en France et en Espagne [3], donnent, pour les 45° de latitude, l'aplatissement de l'ellipsoïde osculateur de $\frac{1}{150}$ à $\frac{1}{148}$. Les nouvelles mesures faites en Angleterre par un excellent observateur, M. Mudge, semblent indiquer des anomalies de figures extraordinaires. Ces mesures [4] donnent un aplatissement de $\frac{1}{55}$; celles qu'on a exécutées aux Indes orientales [5] fixent l'aplatissement à $\frac{1}{306}$. Il faut supposer des erreurs bien considérables dans la détermination des amplitudes des arcs, pour trouver de l'accord entre ces résultats. En substituant, dans l'exemple que nous avons cité plus haut, l'aplatissement de $\frac{1}{150}$ à celui de $\frac{1}{300}$, l'erreur de longitude s'élèveroit à 8′ en arc, quantité qui surpasse celle des tables lunaires les plus récentes. Je regarde comme très-probable que l'*aplatissement général* du sphéroïde terrestre s'éloigne peu de $\frac{1}{304}$: mais j'ai cru devoir faire sentir combien il seroit important de connoître avec exactitude, dans divers lieux de la terre, la valeur de l'*aplatissement local*.

Nous discuterons ici les circonstances dans lesquelles l'observateur peut diminuer l'influence de ce dernier élément sur la longitude du lieu. Nous venons de trouver :

[1] *Expos. du Système du Monde*, T. II, p. 67 et 185.

[2] *L. c.*, T. I, p. 112. *Zach*, *Bibl. Brit.*, 1810.

[3] *La Place*, *Mécanique céleste*, T. II, p. 143. *Le Gendre*, *Nouvelles Méthodes pour déterminer les orbites des comètes*, p. 78.

[4] *Philos. Trans. for the year* 1803, T. II, p. 383.

[5] Connoissance des Temps, 1810, p. 386. *Voyez* aussi un savant Mémoire de M. de Lindenau, sur l'utilité des mesures des degrés terrestres, dans *Zach*, *Mon. Corr.*, B. XIV, S. 113.

$$D - D' = -V\, 2pe \sin.^2\varphi + 2pe \sin\varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \text{cotang. } d \sin. M\right),$$

ou

$$D - D' = -(\cos. L \cos. a)\, 2pe \sin.^2\varphi + 2pe \sin.\varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \text{cotang. } d \sin. M\right).$$

Les quantités M et N varient si peu dans l'intervalle de quelques heures, que $2pe \sin.\varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \text{cotang. } d \sin. M\right)$ ne change pas de signe; si toutefois ce changement a lieu, le dernier terme est si peu considérable qu'on peut le considérer comme zéro. Le signe de $V\, 2pe \sin.^2\varphi$ est déterminé par la nature de l'angle L, qui, en peu d'heures, peut devenir obtus d'aigu qu'il étoit. Il faut examiner, avant tout, si le second membre de l'équation $D - D'$ devient positif ou négatif, et se rappeler qu'en employant, d'après la méthode de Borda, la quantité $p + pe \sin.^2\varphi$, la distance géocentrique devient plus petite par l'introduction de la partie $pe \sin.^2\varphi$ qui dépend de l'aplatissement de la terre, chaque fois que l'angle L formé à la lune est aigu. D'après cela, on distinguera facilement les cas où la première et la seconde partie auront le même signe, et où par conséquent il ne faudra pas les négliger. Par exemple, si $2pe \sin.\varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \text{cotang. } d \sin. M\right)$ est positif, il est avantageux que L soit aussi positif ou un angle aigu. Si, au contraire, cette quantité devient négative, il est à désirer que l'angle à la lune soit obtus. Lorsque enfin cette même quantité disparoît entièrement, il faut, ou mesurer les distances, L étant presque égal à un angle droit, ou bien il faut mesurer deux séries de distances; de sorte que L, dans la première observation, soit d'une autre espèce que dans la seconde. On pourra se servir de cette même méthode pour diminuer l'influence de la réfraction.

Je sais que ces règles ne sont pas toujours applicables, lorsqu'il s'agit de distances fort grandes. Mais, dans ce cas, il faut recourir à d'autres mesures dans lesquelles l'influence de l'excentricité produit un effet contraire: souvent même il peut arriver que l'angle L ayant changé d'espèce, on est obligé d'observer la lune près de l'horizon, de sorte que l'incertitude des tables de réfraction devient plus grande que l'erreur qu'on veut éviter. Si, au contraire, la distance des astres n'est pas très-considérable, et que la lune soit près du méridien, on pourra le plus souvent employer avec succès les règles que nous avons données plus haut.

Supposons que, le 9 décembre 1791, on ait pris des distances de la lune à Pollux: soit pour cette époque, $d = 40°$, M 17°,8 nord, $p = 54'\, 5''$, les temps de l'observation, 9^h et 15^h, sous les 40° de latitude nord; $c = \frac{1}{300}$, on aura

$$2pe \sin.\varphi \left(\frac{\sin. N}{\sin. d} - \text{cotang. } d \sin. M\right) = +\, 0{,}25 \times 21'',64 = +\, 5'',4.$$

La première partie de l'équation qui exprime la valeur de $D - D'$ étoit pour 9^h: + 1'',9; pour 15^h: − 3'',5; par conséquent, l'influence de l'aplatissement de la terre sur la distance étoit, à 9^h, de 7'',3; et à 15^h, de 1'',9. Si, dans ce calcul, nous nous étions servi, d'après la méthode ordinaire, de la quantité $p - pe \sin.^2\varphi$, l'erreur de la distance géocentrique se seroit élevée à 9''.

On voit, d'après ces considérations, combien il seroit avantageux pour l'observateur d'avoir des tables qui facilitassent le calcul de l'aplatissement; la construction de ces tables seroit très-facile d'après la formule que nous avons donnée plus haut. Pour le soleil, ces tables devroient être divisées en deux parties; la première donneroit la valeur de $\frac{\text{cos. distance pol. } \odot}{\sin. d}$, et la seconde, la valeur de $\frac{\text{cos. dist. pol. } \mathfrak{C}}{\text{tang. } d}$. Pour les étoiles, on construiroit des tables à double entrée, qui auroient M et d pour argument: car la distance polaire des étoiles change trop peu dans un grand nombre d'années, pour que, dans ce cas, on ne puisse la regarder comme constante. Une troisième table donneroit les valeurs de $pe \sin.^2\varphi$. Toutes ces tables qui n'occuperoient pas six pages, pourroient être imprimées à la suite des tables de la lune.

Il me reste à parler de l'influence qu'exerce, sur le calcul des longitudes, l'ellipticité apparente du soleil et de la lune, considérée comme effet de la réfraction. Cette influence est peu considérable, mais encore trop grande pour être entièrement négligée. Soit δ, le demi-diamètre horizontal de l'astre; $\Delta \rho$, la diminution du demi-diamètre vertical [1]; i, l'inclinaison sur l'horizon, au point où l'on observe le contact, et nous aurons pour le demi-diamètre $\delta = \delta\, (1 - \Delta\rho \sin.^2 i)$.

[1] M. Delambre appelle $\Delta\rho$ l'aplatissement. En effet, si l'on substitue φ à i, et e à $\Delta\rho$; δ qui est le demi-diamètre horizontal du soleil ou de la lune, se trouve déterminé par l'équation $R' = R\,(1 - e \sin.^2\varphi)$.

Sous les tropiques, où il arrive souvent qu'une ligne tirée par les centres du soleil et de la lune passe très-près du zénith, i sera ordinairement très-grand. A des hauteurs moins considérables, telles que de 12 à 15°, la correction due à l'aplatissement s'élèvera à 4 à 5″, et devra d'autant moins être négligée, qu'il existe des tables auxiliaires qui donnent cette réduction du diamètre, sans assujétir à des calculs pénibles.

J'ai averti plus haut que chaque distance que M. de Humboldt a mesurée entre la lune et le soleil ou les étoiles, a été réduite séparément au centre du sphéroïde terrestre. Je n'ai point employé les petits artifices par lesquels on cherche à mettre les observations dans un jour plus favorable; je ne les ai pas combinées par groupes, je n'ai pas même séparé les distances orientales des distances occidentales. Voici les raisons qui m'ont déterminé à en agir ainsi :

Comme les observations lunaires faites au sextant sont indépendantes entre elles, chacune est propre à donner un résultat de longitude ; et lorsque toutes sont également bonnes, il faut s'en tenir à la moyenne arithmétique. J'ai commencé par prendre provisoirement la moyenne de toutes les observations que le journal n'indiquoit pas comme *mauvaises*, afin de connoître s'il y en avoit qui s'éloignassent trop du résultat général, déduit de toutes les observations. De cette manière, j'ai pu reconnoître les résultats douteux. Toutes les autres observations qui approchoient du terme moyen, et qui s'en éloignoient peu, soit par excès, soit par défaut, je les ai considérées comme bonnes, et je les ai fait concourir à la détermination de la longitude du lieu.

M. David, astronome à Prague, employa une méthode particulière, au moyen de laquelle il croit pouvoir distinguer parmi un grand nombre d'observations celles qui méritent le plus de confiance : il calcule les distances par les tables de la lune; il compare ces distances avec celles que l'observation lui donne, et il choisit ensuite les distances observées qui s'accordent le mieux avec les distances calculées [1]. J'avoue que je ne conçois pas l'avantage que doit offrir cette méthode : elle renferme un cercle vicieux, parce qu'elle suppose la connoissance de la longitude du lieu. Si les distances ont été calculées d'après les tables corrigées, en admettant une fausse longitude, les distances observées les plus exactes seront naturellement celles qui s'accorderont le moins avec les

[1] *Geographische Breite und Länge von Schluckenau*, S. 43 et suiv.

tables. M. David, d'après cette méthode, trouve pour sa longitude, en trois jours consécutifs, 14′ 50″, 14′ 51″, et 14′ 54″; mais aussi avoit-il supposé 14′ 51″, longitude que lui avoit donnée une occultation d'étoile.

M. Maskelyne, si je ne me trompe, a été le premier qui ait conseillé de séparer, dans le calcul des longitudes, les distances occidentales des distances orientales, pour faire disparoître les erreurs qui proviennent de la division et d'une fausse détermination de la collimation. Cette méthode n'est avantageuse que lorsqu'il est question d'un seul et même instrument. Si le grand miroir est prismatique, l'erreur qui résulte du défaut de parallélisme croît avec la grandeur de l'angle; et il sera d'autant plus dangereux de combiner une petite distance avec une grande, que le miroir sera plus prismatique. En ce cas, on parvient à faire disparoître l'erreur de collimation, mais on court risque d'obtenir un résultat qui s'éloigne considérablement de la vérité. L'observateur, il est vrai, peut vérifier le parallélisme des surfaces du grand miroir, mais cette vérification n'est pas aisée à faire, et demande des attentions minutieuses.

En prenant des distances orientales et occidentales, il est nécessaire de choisir les angles égaux autant que possible, de combiner ces distances deux à deux, et de s'arrêter à la moyenne des résultats combinés. La méthode employée communément par les navigateurs et par les astronomes qui voyagent par terre, est diamétralement opposée aux règles que nous venons de prescrire. Ils combinent sans choix des séries de distances orientales et occidentales, en supposant que la moyenne, tirée d'un grand nombre de distances, grandes et petites, n'est point affectée des erreurs de l'instrument. En parcourant les relations du voyage de Cook, de Vancouver, et de plusieurs navigateurs françois, on trouve combinés des résultats de longitude obtenus avec quatre ou cinq instrumens différens.

L'inégalité du mouvement de la lune s'oppose aussi jusqu'à un certain point à l'effet des compensations qui sont produites par la combinaison des distances orientales et occidentales. Soit x, l'erreur totale de l'instrument, λ et λ', deux longitudes déduites des angles orientaux et occidentaux; et nous aurons: $\lambda + \alpha x = \lambda' - \beta x$; par conséquent, comme $m = \frac{n\beta}{\alpha}$, la longitude corrigée sera

$$\lambda + \left(\frac{\lambda' \backsim \lambda}{n+m}\right) n = \lambda' - \left(\frac{\lambda' \backsim \lambda}{n+m}\right) m.$$

Comme le mouvement horaire de la lune est de $29'\frac{1}{2}$ à $38'\frac{1}{2}$, on conçoit facilement que $\frac{\lambda' \backsim \lambda}{2}$ peut différer de $\frac{\lambda' \backsim \lambda}{(n+m)} n$ de 3 à 4' en arc.

Pour déterminer à la fois l'effet total des erreurs d'un sextant, M. *Van Beck Calkoen*[1] propose de mesurer la distance angulaire de deux étoiles, de laisser l'alidade à la même place, et d'attendre que le disque de la lune soit en contact avec celui du soleil ou avec une étoile, au milieu du champ de la lunette. « Si le sextant, observe l'astronome hollandois, est divisé avec le soin que l'on reconnoît dans tous les sextans de Ramsden, de Stancliff et de Throughton, on peut considérer, comme la somme des erreurs de l'instrument, la différence trouvée entre la distance calculée de deux étoiles et la distance observée. » M. Troughton[2] se sert du même moyen pour vérifier les cercles de réflexion; il assure que les distances observées des étoiles s'accordent presque toujours, à quatre secondes près, avec celles qu'indique le catalogue de M. Maskelyne. Lorsqu'on est à terre, on peut mesurer ces distances avec assez d'exactitude; mais sur mer, l'opération offre beaucoup de difficultés à cause de la *déviation*.

Les sextans de Ramsden[3], dont MM. de Zach, Humboldt et Tralles se sont servi dans leurs opérations, sont d'une construction si solide, que l'erreur de collimation ne change souvent pas de 8 ou 10″ pendant l'espace de quelques mois. On ne sauroit cependant assez recommander aux astronomes, munis d'instrumens de réflexion, d'examiner, comme l'a toujours fait M. de Humboldt, avant ou après chaque observation, par la mesure du disque solaire, le parallélisme du miroir. Les erreurs qui résultent du défaut de parallélisme sont proportionnelles aux inclinaisons des surfaces. Ainsi on peut calculer, pour le sextant dont on se sert, une table qui indique, pour chaque angle et pour chaque minute d'inclinaison, la correction qu'il faudra faire aux angles observés.

On pourroit même introduire, dans le calcul des distances, des équations de condition pour l'erreur de collimation et pour la forme prismatique des miroirs, et les comprendre sous la forme $L \pm m X \pm m \alpha Y$. On pourroit former autant d'équations qu'il seroit nécessaire pour déterminer X et Y; mais ce procédé suppose que la division

[1] *Zeemanns Handleiding tot het Gebruick van den sextant of octant*, p. 9.

[2] *Zach, Monathliche Correspondenz*, B. II, S. 212.

[3] *Ramsden* assure que plusieurs sextans de sa construction n'avoient pas changé d'erreur de collimation pendant tout le cours d'une navigation aux Grandes Indes. *Bohnenberger, Ortsbestimmung*, S. 147.

du limbe soit parfaitement exacte, condition qui ne peut être vérifiée qu'autant qu'on est déjà sûr de l'erreur résultant du parallélisme des surfaces du miroir, ou qu'on mesure des angles dont on connoît rigoureusement la grandeur.

Il est des observateurs qui ne connoissent d'autres moyens pour faire disparoître le *défaut de parallélisme du grand miroir*, que de combiner des distances orientales et occidentales, d'égale grandeur. Les erreurs étant proportionnelles aux inclinaisons des surfaces, il suffit de prendre, dans la sixième table de Borda, le nombre de secondes, et de les ajouter, comme coëfficiens, à l'inclinaison inconnue y; par ce moyen, w et w' étant les angles observés, et α et β, leurs coëfficiens correspondans, on aura:

$\lambda + \alpha y = \lambda' + \beta y$, et pour la longitude corrigée $= \lambda + \left(\frac{\lambda - \lambda'}{\beta - \alpha}\right) \alpha$.

En combinant les angles orientaux avec les angles occidentaux, il faut, dans la supposition que le miroir soit prismatique, les prendre deux à deux, et répartir la différence d'après la formule que nous venons de donner. Dans tous les cas, ce procédé suppose que les distances calculées ne soient pas affectées des erreurs des tables du soleil et de la lune, à moins qu'on ne veuille s'exposer à attribuer des différences qui résultent de l'imperfection des tables aux erreurs de l'instrument: il y a plus encore, il se sera passé au moins six jours entre la mesure des distances orientales et occidentales du soleil et de la lune, et, dans cet intervalle, l'erreur des tables de la lune peut avoir changé de signes. Sur mer, il est en outre nécessaire de pouvoir indiquer exactement combien le vaisseau a changé de longitude, pendant l'espace de temps écoulé entre les observations faites à l'est, et celles faites à l'ouest du soleil. Toutes ces circonstances rendent l'application de cette méthode assez difficile. Je conseillerois plutôt de vérifier les distances par les mesures prises avec le cercle de Borda dans une même direction, en combinant, toutes les fois que cela est possible, les plus petits angles mesurés avec les plus grands.

Comme le moyen de vérifier le parallélisme des surfaces du miroir, en l'ôtant de son châssis et en le retournant, n'est pas d'une exécution facile, on pourroit, au lieu de détacher le miroir, prendre un angle d'environ 130°, et le mesurer par parties. Au premier angle de 65°, par exemple, 1' d'inclinaison produiroit une différence de 135″; au second, l'erreur ne seroit que de 15″. Si les surfaces des miroirs sont parallèles, il faut que la somme des deux angles partiels soit égale à l'angle obtus de 130°; en formant des équations de condition, on trouvera facilement l'inclinaison des surfaces. Le procédé connu sous le nom du *tour de l'horizon*, produit le même effet.

2. ÉCLIPSES DU SOLEIL, ET OCCULTATIONS DES ÉTOILES.

Quoique les anciens [1] eussent observé que le soleil étoit plutôt éclipsé dans les contrées orientales que dans celles qui sont situées vers l'occident, ils n'avoient pourtant pu tirer aucun parti de la connoissance de ce phénomène, à cause de la complication des calculs parallactiques. *Kepler* [2] démontra le premier de quelle importance étoient les éclipses du soleil pour le perfectionnement de la géographie. Il observa, à Gratz, en Styrie, l'éclipse du 7 mars 1598, et publia dès lors une méthode particulière pour faire usage de ce genre d'observations. C'est probablement à cause de la difficulté que présente la méthode de Kepler, que l'exemple donné par ce grand astronome ne fut presque pas suivi jusqu'au commencement du dix-huitième siècle, où *Jean Dominique* et *Jacques Cassini* [3] publièrent des méthodes de projection propres à simplifier les calculs parallactiques. *La Hire*, dans ses tables astronomiques, proposa des méthodes graphiques semblables à celles de Dominique Cassini. *Grischow* [4] a le mérite d'avoir appliqué le premier la théorie à des observations réelles; il déduisit, en 1750, d'une occultation d'Antares, la différence des méridiens entre Paris et Berlin. En 1763, *Lalande* publia, dans les Mémoires de l'Académie des sciences [5], une méthode perfectionnée propre à déterminer rigoureusement les longitudes géographiques par l'observation des éclipses du soleil. Avant cette époque, ces phénomènes et les occultations d'étoiles ne furent que rarement calculés, et Lalande a contribué singulièrement aux progrès de la géographie, en engageant les astronomes et les voyageurs à employer un genre d'observations qui fournit le moyen le plus sûr de déterminer la longitude des lieux.

Le père *Hell* [6] avança que les éclipses des satellites de Jupiter étoient préférables aux éclipses du soleil, à cause de l'imperfection des tables lunaires et solaires; mais *Lexell* [7], membre de l'Académie de Pétersbourg, indiqua des moyens pour

[1] *Hipparque*, voyez *Strabo*, Tom. I, p. 18. Édit. Siebenkees.

[2] Ad Vitellionem paralipomena, etc., p. 393. Tabulæ Rudolphinæ, c. 16, c. 32, in proemio, p. 176. Conférez Connoissance des Temps pour l'an VI, et Philosophical transactions for the jear 1771, p. 437 et suiv.

[3] Mémoires de l'Académie des sciences pour 1700, p. 103; pour 1705, p. 194.

[4] Mémoires de math. et physiques, Tom. I, p. 539.

[5] Mémoires de l'Académie des sciences pour 1763, p. 100.

[6] *Ephemerides astronomicæ anni* 1764, p. 189.

[7] *Novi Commentarii Academiæ Petropolitanæ*, Tom. XV, p. 590 et suiv. *Bode, astronomisches Jahrbuch für* 1776, S. 174.

corriger, par les observations mêmes, les élémens des calculs. Depuis ce temps, les méthodes fondées sur les calculs parallactiques ont été généralement adoptées, et les géomètres et les astronomes les plus célèbres ont tâché de les simplifier [1]. Soit (Tab. I, figure 2), z, le zénith de l'observateur; p, le pole de l'équateur; e, celui de l'écliptique : qu'on prolonge $e\,p$ jusqu'en 0° de l'Écrevisse, et en 0° du Capricorne; et comme $e\,z$ = la hauteur du Nonagésime, $z\,e\,p$ exprime la distance du Nonagésime, soit à 0° de l'Écrevisse, soit à 0° du Capricorne.

Pour résoudre le triangle $z\,p\,e$, nous connoissons $e\,p$ = l'obliquité de l'écliptique, $p\,z$ = la hauteur de l'équateur pour le lieu de l'observation, et l'angle $e\,p\,z = a$, la distance angulaire entre l'ascension droite du milieu du soleil, et 0° du Capricorne ou de l'Écrevisse; nous aurons :

$$\text{cos. } e\,z = \text{cos. } p\,z \text{ cos. } e\,p + \text{sin. } p\,z \text{ sin. } e\,p \text{ cos. } e\,p\,z$$

$$\text{sin. } z\,e\,p = \frac{\text{sin. } p\,z \text{ sin. } e\,p\,z}{\text{cos. } b},$$

ou bien, nommant ϕ' la latitude géocentrique du lieu; e, l'obliquité de l'écliptique; b, la distance du Nonagésime [2] au zénith :

$$\text{sin. } b = \text{sin. } \phi' \text{ cos. } e + \text{cos. } \phi' \text{ sin. } e \text{ cos. } e\,p\,z$$

$$\text{sin. } z\,e\,p = \frac{\text{cos. } \phi' \text{ sin. } e\,p\,z}{\text{cos. } e\,z},$$

d'où l'on déduira facilement la longitude L du Nonagésime.

Soit B, la latitude vraie de la lune; B′, sa latitude apparente; D, son diamètre vrai; D′, son demi-diamètre apparent; d, la distance vraie au Nonagésime; π, la parallaxe horizontale sous l'équateur, $\pi' = \rho\pi$ la parallaxe horizontale pour le lieu de l'observation, ρ étant le rayon du lieu de l'observation; nous aurons :

$$\text{sin. de la } \textit{parallaxe de longitude} = \text{sin. } \lambda = \frac{\text{sin. } \pi' \text{ cos. } b \text{ sin. } (d+\lambda)}{\text{cos. B}},$$

$$\text{tang. B}' = \frac{\text{tang. B sin. } (d+\lambda)}{\text{sin. } d} - \frac{\text{tang. } b \text{ sin. } \lambda}{\text{sin. } d};$$

$$\text{sin. D}' = \frac{\text{sin. D. sin. } (d+\lambda) \text{ cos. B}'}{\text{cos. B sin. } d}. \quad [3]$$

[1] *Euler*, *Lagrange*, *Mayer*, *Du Séjour*, *Lexell*, *Delambre*, *Cagnoli*, *Tempelhoff*, *Schulze*, *Lambert*, *Klügel*, *Olbers*, *Bessel*, *Gerstner*, *Henry*, *Bohnenberger*, *Rhode*, *Kästner et Wurm*.

[2] Pour les tables auxiliaires propres à faciliter le calcul du Nonagésime, voyez *Kepler*, *Tabulæ Rudolphinæ*; *Riccioli*, *Geographia reformata*; *Leadbeater*, *Uranoscopia*; *Lalande*, Astronomie, et plusieurs volumes de la Connoissance des Temps; *Maskelyne*, *Astronomical Observations*, Vol. I; *Levêque*, *Tables générales de la hauteur et de la longitude du Nonagésime, publiées en* 1776; *Wurm*, *Anleitung zur Parallaxen Rechnung*, 1804

[3] Ces trois formules ont été démontrées par M. *Gerstner*, dans les *Ephemerides de Bode*, pour 1792, p. 194.

On peut se dispenser de calculer le Nonagésime, en déterminant les parallaxes directement par les élémens géocentriques, comme l'a prouvé M. *Bohnenberger*[1]; mais de toutes les méthodes, la plus facile et la plus élégante est celle qui a été publiée par M. *Olbers*[2], en 1805; nous ne saurions la recommander assez à ceux qui s'occupent des calculs parallactiques.

Après avoir déterminé, au moyen de ces formules, les longitudes, les distances polaires, et les diamètres apparens des astres, l'on trouvera facilement la différence des longitudes apparentes. Désignons la distance polaire apparente de la lune par δ, celle de l'astre éclipsé par δ', la distance des centres par Δ'; et faisant, pour abréger le calcul, $\delta + \delta' + \Delta = \sigma$, nous aurons:

$$\sin.^2\left(\frac{\Delta^0}{2}\right) = \frac{\sin.(\sigma+\delta)\sin.(\sigma-\delta)}{\sin.\delta\,\sin.\delta'},$$

ou, si l'on veut,

$$\Delta^{0\,2} = \frac{\left(\Delta^0 + (\delta \backsim \delta')\right)\left(\Delta^0 - (\delta \backsim \delta')\right)}{\sin.^2\left(\frac{\delta+\delta'}{2}\right)}.$$

Cherchons maintenant à trouver la *différence des longitudes vraies*: soit $\leftmoon$ la longitude *vraie*; $\leftmoon'$, la longitude *apparente* de la lune; $\lambda\leftmoon$, sa parallaxe de longitude; S, la longitude *vraie* de l'astre éclipsé; S', sa longitude *apparente*; λS, sa parallaxe de longitude. La longitude apparente de la lune, lors du commencement de l'éclipse, étant plus petite que celle de l'astre occulté, nous aurons:

$$S - \leftmoon = S' - \leftmoon' + \lambda\leftmoon - \lambda S = \Delta^0 \pm (\lambda\leftmoon - \lambda S),\ \textit{pour le commencement},$$

$$\text{et}\ \ldots\ldots\ldots\ldots\ldots\ \Delta^0 \mp (\lambda\leftmoon - \lambda S),\ \textit{pour la fin}.$$

On prendra le signe supérieur, quand la lune se trouvera à l'est du Nonagésime. Soit encore τ, le temps *moyen* de l'observation; m, le facteur par lequel l'arc de l'écliptique qui reste à parcourir, se trouve réduit en temps, et nous aurons pour le temps de la conjonction T,

si le temps est déduit de l'observ. du commencem.^{t} $\tau' + m'\left(\Delta^0 \pm (\lambda'\leftmoon - \lambda' S)\right) = T'$;

si le temps est déduit de l'observation de la fin $\tau'' - m''\left(\Delta^{0''} \mp (\lambda''\leftmoon - \lambda'' S)\right) = T''$.

[1] *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung*. S. 361.

[2] Bode, astronomisches Jahrbuch für 1808. S. 196.

Il faut prendre le signe supérieur si la lune se trouve à l'est du Nonagésime. Le nombre d'*indices* marque ce qui appartient à la première observation et à la seconde.

En supposant les observations exemptes d'erreurs, les temps de conjonction, déduits du commencement et de la fin, doivent être exactement les mêmes : si l'on trouve des différences, elles doivent être attribuées aux élémens employés. Les observations elles-mêmes présentent des moyens pour découvrir les petites erreurs qui peuvent avoir été commises dans la détermination de la parallaxe, de la latitude et du demi-diamètre de la lune et de l'astre occulté.

Supposons la correction de la latitude vraie de la lune $= \Delta B$, celle de sa parallaxe horizontale $= \Delta\pi$, celle de son demi-diamètre $= \Delta D$; la correction de la latitude de l'astre éclipsé $= \Delta\beta$, celle du demi-diamètre $= \Delta d$; nous aurons, en différenciant les équations données ci-dessus:

$$\Delta T' = \ \ m'\Delta\left(\Delta^{0'} + (\lambda'\leftmoon - \lambda' S)\right)$$

$$\Delta T'' = -m''\Delta\left(\Delta^{0''} - (\lambda''\leftmoon - \lambda'' S)\right).$$

Supposons le lieu apparent de la lune plus près du pole boréal de l'écliptique, que celui de l'astre éclipsé; faisons de plus les distances des centres, $D + d = \alpha$, la différence des distances polaires $= \gamma$; nous aurons:

$$\Delta(\Delta^0) = \left(\frac{\alpha}{\Delta^0}\right)\Delta\alpha - \left(\frac{\gamma}{\Delta^0}\right)\Delta\gamma;$$

mais

$$\Delta\lambda\leftmoon = \left(\frac{\lambda\leftmoon}{\pi}\right)\Delta\pi,\ \text{et}\ \Delta(B' \backsim B) = \left(\frac{(B' \backsim B)}{\alpha}\right)\Delta\pi,$$

et

$$\Delta B' = -\left(\frac{B' \backsim B}{\pi}\right)\Delta\pi;$$

par conséquent,

$$\Delta T' = m'\left(\frac{\alpha'}{\Delta^0}\right)\Delta D + m'\left(\frac{\alpha'}{\Delta^{0'}}\right)\Delta d \mp m'\left(\frac{\gamma'}{\Delta^{0'}}\right)\Delta B \pm m'\left(\frac{\gamma'}{\Delta^{0'}}\right)\Delta\beta$$
$$\pm m'\left(\frac{\gamma'}{\Delta^{0'}}\right)\frac{(B' \backsim B)'}{\pi}\Delta\pi + \left(\frac{m'\lambda'\leftmoon}{\pi}\right)\Delta\pi + m'\left(\frac{3\,\alpha'}{11\,\Delta^{0'}}\right)\Delta\pi$$

$$\Delta T'' = -m''\left(\frac{\alpha''}{\Delta^{0''}}\right)\Delta D - m''\left(\frac{\alpha''}{\Delta^{0''}}\right)\Delta d \pm m''\left(\frac{\gamma''}{\Delta^{0''}}\right)\Delta B \mp m''\left(\frac{\gamma''}{\Delta^{0''}}\right)\Delta\beta$$
$$\mp m''\left(\frac{\gamma''}{\Delta^{0''}}\right)\frac{(B' \backsim B)''}{\pi}\Delta\pi - \left(\frac{m''\lambda''\leftmoon}{\pi}\right)\Delta\pi - m''\left(\frac{3\,\alpha''}{11\,\Delta^{0''}}\right)\Delta\pi.$$

Les coëfficiens ΔD, Δd, $\Delta \pi$, λ_3, et $(B - B')$ étant regardés comme *positifs*, de manière que ΔB et $\Delta \beta$ indiquent une diminution de la distance des astres, au pole boréal de l'écliptique; on obtiendra, en retranchant ces deux équations l'une de l'autre :

$$\Delta T' - T'' = (v' + v'')\,\Delta D + (v' + v'')\,\Delta d - (w' + w'')\,\Delta B + (w' + w'')\,\Delta \beta + \Big((x' + x'') + (y' + y'') + (z' + z'') \Big)\,\Delta \pi.$$

C'est au moyen de cinq équations de cette forme qu'on trouvera les valeurs des coëfficiens indéterminés. Mais comme il est infiniment rare que l'on puisse trouver *cinq* observations *complètes*, et faites dans différens lieux de la terre, on ne pourra point déterminer toutes les corrections qui doivent être appliquées aux élémens empruntés des tables astronomiques. Généralement il suffira de connoître, par trois observations, la correction *de la somme des demi-diamètres* des astres éclipsés, de même que celle *de la différence de leurs distances polaires.*

Soit, par conséquent, $D + d = S$, $B' - \beta = D$, $\frac{m' + m''}{2} = m$, nous aurons :

$$\Delta T' - \Delta T'' = (m x)\,\Delta S + (m y)\,\Delta D + (m z)\,\Delta \pi,$$

équation dans laquelle

$$x = \frac{\alpha'}{\Delta o'} + \frac{\alpha''}{\Delta o''}, \quad y = \mp \frac{\gamma'}{\Delta o'} \mp \frac{\gamma''}{\Delta o''},$$

$$z = \left(\pm \left(\frac{\gamma'}{\Delta o'}\right) \frac{(D')}{\pi'} + \frac{\lambda' c}{\pi'} + \frac{3\alpha'}{11\,\Delta o'} \pm \left(\frac{\gamma''}{\Delta o''}\right) \frac{D''}{\pi''} + \frac{\lambda'' c}{\pi''} + \frac{3\alpha''}{11\,\Delta o''} \right).$$

C'est à tort que le troisième terme $\frac{3\alpha}{11\,\Delta o}$, qui dépend de la parallaxe, a été négligé jusqu'ici, comme je l'ai fait voir dans cet ouvrage, Vol. I, p. 75. Avec le changement de la parallaxe de la lune, le demi-diamètre se trouve changé aussi, le dernier étant fonction de la parallaxe. Il paroît que c'est *Lexell*[1] qui le premier a négligé ce terme. Un astronome distingué[2] observe que la différentielle du demi-diamètre de la lune pouvoit être rendue dépendante de la parallaxe; mais il seroit nécessaire, pour cela, que l'on connût rigoureusement le demi-diamètre de la lune; ce qui n'est point le cas, comme M. *Triesnecker*[3] l'a déjà prouvé, et comme je l'ai trouvé en calculant des occultations dans lesquelles l'étoile passoit près du centre de la lune.

[1] Commentarii Academiæ Petropolitanæ, Tom. XV, p. 590 et suiv.

[2] *Zach*, *Monathliche Correspondenz*, *für* 1808, august, S. 130.

[3] Ephemerides astronomicæ anni 1806.

Lorsque trois équations sont données, on en déduira facilement les valeurs de x, y et z. Cependant, le commencement et la fin d'une éclipse seront très-rarement observés en *trois lieux différens*, et avec assez d'exactitude pour pouvoir déterminer les coëfficiens. Si le nombre des observations est au-dessus de trois, on peut les combiner entre elles de différentes manières; mais les résultats de ces combinaisons seront rarement satisfaisans. Il faut, de plus, pour obtenir des valeurs exactes des coëfficiens x, y et z, que les observations soient faites dans des lieux très-éloignés les uns des autres. Dans ce cas, ils sont affectés par l'*aplatissement local*, qu'il faut supposer être le même sous différens parallèles.

Quoi qu'il en soit, si les élémens, déduits de l'observation, diffèrent beaucoup de ceux que présentent les tables actuelles, c'est au calculateur à juger si la correction doit être appliquée en entier, et s'il est probable que les tables puissent être en erreur d'une quantité aussi considérable que celle qui résulte du calcul. Dans ce cas, il est impossible de donner des règles certaines : il faut s'en rapporter au tact et à l'expérience de l'astronome.

Voici les différences que, dans l'état actuel de l'astronomie, on trouve entre les élémens dont la valeur a été fixée par les observateurs les plus célèbres.

Demi-Diamètre du Soleil.

Le diamètre apogée du soleil est, d'après *Bradley*, de 15′ 44″,0; et d'après *Mayer*, de 15′ 46″,9 : *Lacaille* le fixe à 15′ 47″,2; *Le Gentil*, à 15′ 47″,1; *Lalande*, à 15′ 45″,5; *Maskelyne*, à 15′ 44″,6; *Triesnecker*, à 15′ 44″,55; *Camerer*, à 15′ 46″,9; *Delambre*, à 15′ 45″,5; *Piazzi*, à 15′ 45″,33; *Litrow*, à 15′ 45″,08[1].

Il y a encore beaucoup de doutes sur la quantité de l'*inflexion* des rayons solaires, que quelques astronomes emploient dans les calculs des éclipses. Pour mesurer cette *inflexion*, il faudroit connoître exactement le diamètre vrai du soleil. *Euler*[2] la regarde comme l'effet de l'atmosphère lunaire; et *Dionis du Séjour*[3] a calculé, avec un soin particulier, les observations de deux éclipses presque totales du soleil, qui eurent lieu en 1764 et 1769, pour examiner si le diamètre

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences, pour* 1752, p. 240 *et* 440, *pour* 1760; p. 48. *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1796, p 340. *Zach*, *Monathliche Correspondenz*, *junius* 1809.

[2] *Mémoires de l'Académie de Berlin*, *pour* 1748, p. 203.

[3] *Traité analytique*, T. I, p. 394.

du soleil, tel qu'on le supposoit alors dans les tables, s'accordoit avec la durée des éclipses : il trouve que, pour faire cadrer les durées calculées avec les observations, il faut retrancher trois secondes et demie du demi-diamètre du soleil, indiqué dans les tables de *Lalande*. *Reggio* [1], dans son traité *de veris solis et lunæ diametris in calculo solis et siderum eclipsium adhibendis* [2], diminue de 6″½ le diamètre du soleil, de même que celui de la lune. *Lemonier* assure avoir trouvé 12″ à 15″ pour l'effet de l'atmosphère de la lune; tandis que *Lalande*, par deux éclipses centrales, ne trouve que 3″ de différence. MM. *Triesnecker* et *Wurm* négligent entièrement, dans leurs calculs parallactiques, les effets de l'*inflexion* et de l'*irradiation* : ils supposent le demi-diamètre du soleil de 15′ 44″,5. *Monteiro de Rocha* [3] croit que l'irradiation n'a pas lieu; mais les raisons qu'il allègue en faveur de son opinion, sont très-peu concluantes. Un problème aussi important que celui de l'existence de l'*irradiation*, méritoit d'être résolu par des observations directes. Ce travail a été entrepris par un savant dont les recherches intéressent également les progrès de l'optique et ceux de l'astronomie. M. *Arago* a trouvé, par des mesures extrêmement délicates et faites au micromètre prismatique, que des disques très-lumineux n'ont pas d'irradiation sensible. M. *Piazzi* [4] remarque qu'en employant dans le calcul des éclipses une correction dépendante de l'inflexion des rayons, il a quelquefois trouvé que les temps de la conjonction, déduits du commencement et de la fin de l'éclipse, s'accordent un peu mieux entre eux; mais il ajoute que tout aussi souvent il a obtenu des résultats plus satisfaisans, en n'ayant point égard à l'*inflexion* des rayons. Quant à moi, je n'ai jamais employé cette correction dans les calculs nombreux que je présente dans cet ouvrage.

Demi-Diamètre de la Lune.

Mayer [5] supposa le demi-diamètre de la lune de 16′ 23″,72, la parallaxe horizontale, sous l'équateur, étant de 60′ 0″; *Lalande* [6] diminua le demi-diamètre d'*une demi-seconde*. M. *Bürg* [7] le trouve de 16′ 22″,52, et

[1] *Ephemerides astron. Mediolanenses anni* 1776.
[2] *Astronomie*, T. II, p. 1395, §. 1508. *Connoissance des Temps pour l'an* VII, p. 203.
[3] *Eph. astr. de Coimbra*, Vol. IV, p. LXXVI.
[4] *Della specola*, *Libro sesto*.
[5] *Tabulæ motuum solis et lunæ* 1770, p. LXXV.
[6] *Mémoires de l'Académie des sciences, pour* 1788, p. 189.
[7] *Ephemerides astronomicæ anni* 1795, p. 405.

M. *Triesnecker* [1] le fixe à 16′ 22″,47. Le premier résultat se fonde sur de nombreuses occultations d'étoiles; le second a été déduit d'observations faites au micromètre. M. *Ferrer* [2], en calculant plusieurs éclipses du soleil et des occultations d'étoiles, trouve, pour le demi-diamètre de la lune, 15′ 31″,99, la parallaxe étant de 57′ 1″; par conséquent, 16′ 20″,75, pour 60′ de parallaxe équatoriale.

Parallaxe horizontale de la Lune sous l'Équateur.

Lalande [3] diminua, le premier, de 6″, la parallaxe horizontale adoptée par *Mayer*; il déduisit ce résultat d'observations correspondantes de la lune faites à Berlin et au cap de Bonne-Espérance. MM. *Bürg* et *Triesnecker* [4], par différentes méthodes, trouvèrent qu'il faut retrancher 10″ de la parallaxe de la lune, indiquée dans les tables de Mayer.

Suivant M. *La Place* [5], la constante équatoriale est de 57′ 0″, résultat qui s'accorde parfaitement avec celui trouvé par Bürg et Triesnecker. M. *Burckhardt* [6], dans les recherches qu'il a faites sur la parallaxe lunaire, tâche de prouver que le résultat tiré de la théorie mérite la préférence sur les observations, et que ce résultat ne peut pas être en erreur de 0″,7. Il trouve, pour la constante équatoriale, 56′ 59″,3. Cependant, les différences entre les tables et la théorie peuvent, dans des circonstances bien rares, s'élever à 7″ ou 10″. C'est pour cette raison qu'en 1806, j'ai construit des tables lunaires, dont les équations, pour *la latitude* et *la parallaxe*, sont déduites de la seule théorie donnée par l'illustre auteur de la Mécanique céleste [7].

Latitude de la Lune.

Les équations de la latitude données par *Mayer* et *Mason* s'écarteront rarement de plus de 12″ des observations, pourvu que l'on corrige l'inclinaison

[1] *Ephemerides astronom. anni* 1796, p. 340.
[2] *Transactions of the American Philosophical Society*, Vol. VI, part. II, p. 299.
[3] *Mémoires de l'Académie des sciences, pour* 1751, 1752, 1753, 1756 et 1788.
[4] *Zach, Geographische Ephemeriden*, *Band* I, *S.* 60. *Tabulæ lunares auctore Triesnecker*, dans les *Ephemerides anni* 1803. *Zach, Monathliche Correspondenz*, 1804, *september.*
[5] *Mécanique céleste*, T. I, p. 120; T. III, p. 286.
[6] *Connoissance des Temps pour l'an* XV, p. 368.
[7] *IV ter Supplement-Band zu Bode's astron. Jahrbüchern*, *S.* 1–66.

de l'orbite lunaire. M. *Bürg* a donc conservé ces équations dans ses tables envoyées au bureau des longitudes de France; mais M. *La Place* [1] a publié, depuis, des équations pour la latitude de la lune, déduites de la seule théorie de la gravitation universelle. Ce grand géomètre croit qu'il est plus sûr de s'en tenir aux résultats de l'analyse, qu'à des observations difficiles à combiner. MM. *Delambre* et *Bürg* sont du même avis [2]; et M. *Triesnecker* [3], par de nombreux calculs d'occultations d'étoiles, trouve des équations de la latitude, qui s'accordent très-bien avec les résultats théoriques publiés par M. La Place.

Les astronomes les plus célèbres sont moins d'accord sur un autre élément également important pour la détermination de la latitude de la lune; je veux dire, sur la *longitude du nœud*. M. *Bürg* l'admet, pour 1802, de 0ˢ 5° 24′ 27″,1; M. *Triesnecker*, de 0ˢ 5° 23′ 43″,3; M. *Bouvard* [4], par un grand nombre d'observations, de 0ˢ 5° 22′ 49″,8.

Les différences s'élèvent, par conséquent, jusqu'à *une minute et demie*, ce qui peut changer la latitude de la lune de 8″, si cet astre se trouve près de ses nœuds. Si l'on ajoute à cela que la longitude peut être en erreur de 10″, il en résulte que les latitudes calculées d'après les tables de M. *Bouvard* et de M. *Triesnecker*, peuvent varier de *neuf secondes*. Cependant, M. *Bürg* n'estime le *maximum* de l'erreur, dans la latitude de la lune, qu'à 5″ ou 6″; M. *de Lindenau* l'évalue à 8″.

De plus, M. *Bouvard* augmente de *deux minutes* le mouvement séculaire du nœud, adopté par M. *Bürg*, dans ses tables lunaires. Dans l'espace d'un siècle, on trouvera déjà une différence de *onze secondes* dans la latitude de la lune, calculée d'après les tables de M. Bürg, ou les élémens donnés par M. Bouvard. Ce point mérite d'être examiné avec le plus grand soin.

Diamètres des Planètes supérieures [5].

Mars.

M. *Rochon* [6] trouva, en 1777, le diamètre de Mars de 10″,2 (la planète étant dans sa distance moyenne à la terre). M. *Herschel* [1], d'après trois observations, le fixe à 8″,943; M. *Schröter* [2], par des mesures micrométriques, à 9″,91; M. *Triesnecker* [3], par la durée de son entrée au disque de la lune, à 9″,156; *Lalande* [4], par la même observation, à 7″,1; *Köhler* [5], par plusieurs observations faites au moyen d'un micromètre, à 9″,0964.

Jupiter.

M. *Rochon* [6] trouva, par son micromètre de cristal de roche, pour le diamètre équatorial de Jupiter, lors de sa distance moyenne au soleil, 37″,7; *Köhler* [7] fixe cette quantité à 35″,282 et à 35″,874; M. *Schröter* [8], à 35″,162; M. *de Zach* [9], par la durée du passage de la planète au méridien, à 37″,418, et par l'observation de l'occultation du 23 septembre 1795, à 37″,721; M. *Wurm* [10], par l'occultation du 7 avril 1792, à 35″,940; *Fixlmillner* [11], par une occultation, à 35″,711. M. *Bouvard* [12], dans ses tables de Jupiter, suppose le diamètre de cette planète de 38″,232. Le terme moyen de ces différentes déterminations est de 35″,6; les écarts s'élèvent à 2″½ autour de la moyenne.

Saturne.

Le diamètre équatorial de Saturne (la planète étant dans sa distance moyenne au soleil) est, d'après les observations de M. *Rochon* [13], de 16″,9; d'après M. *de Zach* [14], de 13″,10; et d'après M. *Bugge* [15], de 9″,48 à 13″,09; M. *Herschel* [16], par des mesures faites au moyen d'un micromètre, fixe le

[1] *Mécanique céleste*, T. III, p. 283.

[2] *Tables astronomiques; introduction. Zach, Monathliche Correspondenz, für* 1804, *september*, S. 233.

[3] *Tabulæ lunares* 1803.

[4] *Supplément aux Tables de la lune de M. Bürg*, Table I.

[5] *Voyez* un excellent Mémoire de M. *Wurm*, *sur les diamètres des Planètes*, dans le *II.ᵉ Supplement-Band zu Bode astron. Jahrbüch* rc. Je me borne à citer les résultats des observations les plus récentes.

[6] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 1392.

[1] *Philosophical Transactions, for the year* 1784, p. 233.

[2] *Bode astron. Jahrbuch, für* 1802, S. 104.

[3] *Zach, Geog. Ephemeriden*, B. IV, S. 394.

[4] *L. citato* B. II, S. 255.

[5] *L. citato* B. II, S. 494.

[6] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 1393.

[7] *Bode astron. Jahrbuch, für* 1793, S. 129; *für* 1796, S. 177.

[8] *L. c., für* 1790, S. 195.

[9] *L. c., für* 1795, S. 249, *für* 1799, S. 133.

[10] *II.ᵉ Supplement-Band zu Bode's astron. Jahrbüchern*, S. 9.

[11] *Bode astron. Jahrbuch, für* 1791.

[12] *Tables de Jupiter*, table XLVII.

[13] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 1393.

[14] *Bode astron. Jahrbuch, für* 1793, S. 95

[15] *L. c.*, S. 96.

[16] *L. c.*, S. 246.

diamètre de Saturne à 20″,56; tandis que M. *de Zach* [1], par ses dernières observations, ne le trouve que de 15″,6. M. *Calandrelli* s'arrête à 16″,1; et *Cesaris*, à 21″,0 [2].

Quant aux erreurs de la latitude des planètes, calculée par les tables, on peut s'attendre à trouver des différences de 8″ entre l'observation et le calcul. Il en est de même des latitudes des étoiles; il n'en existe qu'un très-petit nombre, dont la latitude est sûre à 1″ ou 2″.

Si les étoiles occultées se trouvent près des Colures des tropiques, l'on ne peut souvent pas répondre de 4″, parce que, dans cette position, l'obliquité de l'écliptique exerce sa plus grande influence sur la latitude calculée des astres.

Il résulte donc de toutes ces discussions que, dans les calculs parallactiques, les erreurs des élémens tirés des tables peuvent atteindre les valeurs suivantes:

Pour la correction du demi-diamètre du soleil, 2″
du demi-diamètre de la lune, 2″
du diamètre de *Mars*...... 1″
du diamètre de *Jupiter*...... 2″ à 3″
du diamètre de *Saturne*...... 4″ à 5″.
de la parall. horiz. de la lune, 3″
de la latitude de la lune, 5″ à 8″.

Si, dans les calculs parallactiques, la valeur des corrections surpasse les limites indiquées, on aura lieu de croire que les observations qui ont fourni les équations, ne sont pas exemptes d'erreurs, plutôt que de chercher la cause des différences dans l'état actuel de nos tables astronomiques.

Mais ce n'est pas seulement l'incertitude des élémens, c'est l'observation elle-même qui offre de grandes difficultés à surmonter. Les montagnes très-élevées que l'on observe au bord de la lune, peuvent cacher une étoile plusieurs secondes de temps avant qu'elle s'occulte derrière le vrai disque de la lune. L'observation la plus curieuse de ce genre a été faite à Dantzick, par *Koch* [3], le 7 mars 1794. Cet observateur habile a vu disparoître Aldebaran trois fois pendant l'espace de 12 ou 15″ : des observations dans lesquelles l'étoile rase pour ainsi dire le bord de la lune, sont peu propres à déterminer

[1] *Zach, Monathliche Correspondenz, für* 1800, *julius*, S. 69.
[2] *Efemeridi de Milano*, 1799.
[3] *Bode astron. Jahrbuch, für* 1797, S. 168.

avec exactitude les longitudes terrestres; mais les inégalités du bord de la lune peuvent avancer ou retarder de plusieurs secondes de temps l'immersion ou l'émersion, même lorsque l'étoile passe tout près du centre de la lune; et cette différence n'est malheureusement pas la même pour tous les lieux de la terre. M. *Triesnecker* [1], à Vienne, a vu une étoile, de la constellation des Gémeaux, se cacher derrière une montagne de la lune, tandis que M. *Bode* et moi, à l'observatoire royal de Berlin, nous en observâmes l'immersion au *bord vrai*. MM. *Schröter* et *Bessel* [2] ont vu, le 16 juin 1806, trois montagnes de la lune devant le disque du soleil; la plus grande de ces montagnes avoit une hauteur de 3″,972, ou de 0,972 milles géographiques ou de 3697 toises. MM. *Herschel* et *Schröter* [3] ont fait des observations analogues lors de l'éclipse de soleil du 5 septembre 1793.

Ces inégalités du bord de la lune, ces échancrures observées par M. Schröter [4], exposent d'autant plus à l'erreur, qu'il est très-difficile d'en tenir compte dans le calcul parallactique. Les astronomes, loin d'évaluer la hauteur apparente des montagnes de la lune, souvent n'indiquent pas même si l'immersion s'est faite dans un point où le bord n'offroit aucune inégalité. Les erreurs seront d'autant plus grandes que des *plateaux* élevés peuvent se projeter de manière qu'il est presque impossible de savoir si l'étoile s'est occultée derrière le vrai bord.

Pour calculer des observations d'éclipses du soleil, il faut connoître les demi-diamètres des deux astres. M. *de Lindenau* [5] trouve, par de nombreuses observations de MM. *Maskelyne* et *Piazzi*, que le demi-diamètre polaire du soleil surpasse de 2″,4 son demi-diamètre équatorial. D'après cette considération, il faudroit calculer d'avance la *latitude héliographique* du point qui, lors du commencement ou de la fin de l'éclipse, se trouve en contact optique avec le disque de la lune, pour déterminer le diamètre elliptique du soleil, correspondant à cette latitude, et qui peut varier considérablement pour différens lieux de la terre. M. Delambre [6] observe que les différences trouvées entre le diamètre vertical et le diamètre horizontal du soleil, ne résultent peut-être

[1] *Bode astron. Jahrbuch für* 1810, S. 191.
[2] *L. c., für* 1809, S. 195.
[3] *Philosophical Transactions for the year* 1794, p. 39 et 262.
[4] *Selenotopographische Fragmente, Abschnitt* I; *Abtheilung* IV.
[5] *Zach, Monathliche Correspondenz* 1809, *junius*, S. 529.
[6] *Ibid.*, 1810, S. 198.

que de la circonstance que les astronomes de Greenwich n'ont pas ajouté aux distances zénithales la demi-épaisseur du fil. Mais les observations de M. Piazzi, corrigées de l'épaisseur du fil, présentent aussi une différence de 2″.

En déterminant la longitude de Wiborg, par les observations de l'éclipse du soleil du 17 août 1803, j'ai trouvé qu'un changement d'une *seule seconde* dans la valeur du demi-diamètre des astres produisoit une différence de 30″ en temps dans la longitude terrestre. Tout ce que nous venons de dire sur la figure du disque solaire, peut aussi s'appliquer à l'aplatissement des planètes.

Celui de Jupiter [1] fut trouvé par *Pound* de $\frac{1}{10}$ à $\frac{1}{14}$, par *Short* de $\frac{1}{14}$, par *Cassini* de $\frac{1}{11}$. MM. *Herschel* et *Bugge* l'évaluent à $\frac{1}{15}$. M. *Wurm* fixe, d'après les observations de *Newton*, de *Zach* et de *Cassini*, le petit axe de Jupiter à 0,92341; le grand axe étant = 1. *Clairaut* le trouve de 0,900; M. *La Place* le fait de 0,9286992, conformément à la théorie de la gravitation universelle. M. *de Zach* s'arrête à 0,94213; ce nombre est le résultat d'une mesure héliométrique [2].

Saturne est aplati comme Jupiter, mais l'anneau qui l'environne rend très-difficile l'observation d'une occultation de Saturne par la lune, et, dans le calcul parallactique, on néglige l'aplatissement de la planète. Quant aux autres planètes, il faut déterminer leurs rayons elliptiques, correspondans au point de leurs disques, qui entre en contact avec le bord de la lune.

Une illusion optique assez singulière fait quelquefois paroître l'étoile, pendant plusieurs secondes de temps, collée sur le disque de la lune, avant que l'immersion ait lieu. Lorsque ce phénomène se présente à la fois à tous les observateurs, il ne change en rien les différences de longitude déduites des observations correspondantes. *La Hire* attribuoit ce phénomène à un cercle de *dissipation* qui entoure le vrai disque de la lune, tandis que *Grimaldi* le regardoit comme l'effet d'une *diffraction des rayons*. *Newton* et *Delisle* ont confirmé la première opinion [3]; mais M. *Soldner* [4] a tâché de prouver que le phénomène observé

[1] *Bode astron. Jahrbuch für* 1793, S. 98. *Astronomie par Lalande*, T. III, §. 3344. *Philosophical Transactions for the year* 1784, p. 233.

[2] *II.ter Supplement-Band zu Bode's astron. Jahrbüchern*, S. 14. *Connoissance des Temps*, pour 1792. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1799, S. 133.

[3] *Grimaldi physico-mathesis de lumine*, 1655. *Newton*, *optice*, p. 112. *Smith a compleat system of optiks*, T. I, p. 251.

[4] *Bode astron. Jahrbuch für* 1804, S. 170.

par *Feuillée* et *la Hire* [1], est dû plutôt ou à une *diffusion* des rayons, ou à l'atmosphère de la lune dont *Euler* [2] avoit tâché de prouver l'existence. M. *Schröter* [3] a vu plusieurs fois Aldebaran collé sur le disque de la lune. L'observation étoit favorisée par la circonstance que la lumière rougeâtre de cette étoile se détache de la lumière plus blanchâtre de la lune.

M. *Flauguergues* [4] a proposé une équation particulière, relative à la propagation successive de la lumière. Il a cru que, dans le calcul des occultations d'étoiles, il faudroit tenir compte du temps que la lumière emploie pour venir de la lune à la terre. Mais MM. *de Zach* et *Wurm* [5] ont déjà fait voir que cette propagation successive n'a aucune influence sur la détermination des longitudes, parce qu'elle affecte toutes les observations de la même manière.

Le père *Fixlmillner* [6], astronome de Cremsmünster, a employé, dans le calcul des éclipses et des occultations d'étoiles, les lieux géocentriques du soleil et des étoiles, dégagés de l'aberration et de la nutation. M. *Triesnecker* [7] observe avec raison que cette innovation peut causer de graves erreurs.

Nous avons indiqué plus haut comment, au moyen de trois équations de la forme $\alpha x + \beta y + \gamma z = A$, on parvient à trouver les valeurs des trois coëfficiens indéterminés. Si l'on a un certain nombre d'équations n, et si l'on veut les combiner $\frac{n.\overline{n-1}.\overline{n-2}}{1.2.3}$ fois, il est assez rare que l'on obtienne des résultats satisfaisans. Généralement on est obligé de se contenter de la détermination d'un ou de deux coëfficiens, en supposant exempte d'erreurs la parallaxe de la lune. En calculant la longitude de *Madrid*, par l'observation d'une éclipse de soleil, faite, le 16 juin 1806, dans cette ville, à *Munich* et à *Utrecht*, j'ai trouvé les trois équations suivantes:

$$-8'',6 + 6{,}10\,x + 4{,}84\,y - 1{,}66\,z = 0$$
$$-5'',6 + 6{,}20\,x + 5{,}14\,y - 1{,}82\,z = 0$$
$$-2'',6 + 4{,}94\,x + 2{,}17\,y + 0{,}04\,z = 0$$

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences*, pour 1699, p. 78 et 152. *Journal d'Observations*, etc., du père *Feuillée*, T. I, p. 233; T. II, p. 543.

[2] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, pour 1748, p. 103.

[3] *Bode astron. Jahrbuch für* 1796, S. 193.

[4] *II.ter Supplement-Band zu Bode astron. Jahrbüchern*, S. 72.

[5] *L. c.*, S. 73.

[6] *Decennium astronomicum. Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1790, p. 400.

[7] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1795, p. 330 et suiv.

par conséquent, $x = 18''$, $y = -34''$, $z = -32''$, trois corrections des élémens du calcul, qui sont beaucoup trop grandes pour que l'on puisse les adopter.

En supposant x et $z = 0$, nous aurons pour y les valeurs suivantes : $+ 1'',8 + 1'',1 + 1'',2$; ou bien en supposant y et $z = 0$, l'on aura, pour x : $+ 1'',4 + 0'',9 + 0'',6$. Les deux hypothèses donnent le même résultat pour la longitude de Madrid.

Les observations de l'éclipse de soleil du 5 septembre 1793 fournissoient les équations suivantes :

Les observations faites à *Berlin*, $3'',67 + 4{,}428\,x - 0{,}269\,y + 1{,}222\,z = 0$
à *Harefield*, $3'',34 + 4{,}486\,x - 0{,}779\,y + 1{,}431\,z = 0$
à *Wang*, $4'',79 + 4{,}428\,x - 0{,}309\,y + 0{,}485\,z = 0$

En adoptant les trois équations, nous trouvons $x = -1'',37$, $y = 0'',58$, $z = 2'',29$.

Si, au contraire, on vouloit déterminer les coëfficiens par trois observations faites à *Lilienthal*, à *Christiansund* et à *Copenhague*, l'on auroit les trois équations suivantes :

$$8'',93 + 4{,}43\,x - 0{,}39\,y + 1{,}17\,z = 0$$
$$-15'',23 + 4{,}42\,x + 0{,}02\,y + 0{,}79\,z = 0$$
$$-19'',52 + 4{,}42\,x - 0{,}04\,y + 0{,}89\,z = 0$$

Les valeurs des coëfficiens indéterminés, déduites de ces dernières équations, s'accordent très-mal avec celles que nous avons trouvées par les trois premières, et cependant nous n'avons aucune raison de donner la préférence aux observations de *Berlin*, *Harefield* et *Wang*, toutes ayant été indiquées comme *bonnes*.

Je pourrois multiplier beaucoup ces exemples; mais ceux que nous venons d'indiquer suffisent pour prouver que la méthode de déterminer la valeur de trois coëfficiens, par autant d'équations, ne peut être que *très-rarement* employée avec succès, et que généralement il est plus prudent de se borner à la détermination des coëfficiens x ou y. On pourroit découvrir, il est vrai, l'erreur de la latitude de la lune, par des observations faites au méridien, pour éliminer le coëfficient de y. Mais si, par cette opération, l'équation $\alpha\,x + \gamma\,z$ ne se réduit pas à *zéro*, on est sûr que la parallaxe et le demi-diamètre de la lune ont besoin de correction, et que l'erreur de la latitude de la lune n'a point encore été déterminée avec assez d'exactitude. Il faudra donc commencer par chercher de nouveau cette latitude, en

employant la parallaxe et le diamètre corrigés; puis on introduira la correction de latitude y dans les équations, et l'on trouvera, pour la seconde fois, des valeurs de x et z : si l'équation ne se réduit pas encore à zéro, on sera obligé de recommencer une troisième fois les calculs, et l'on continuera ainsi jusqu'à ce que l'on trouve un résultat satisfaisant. Ce procédé est très-compliqué, et présente des difficultés qu'il n'est pas aisé de surmonter.

Dans les recherches que j'ai faites sur la géographie de la partie occidentale de l'Allemagne, j'ai tâché de déterminer exactement la longitude du château de *Weissenstein*, près de Cassel, une des stations des opérations géodésiques de M. *de Zach*. M. *de Schmettau* a observé, au Weissenstein, outre les signaux à poudre, l'éclipse de soleil du 17 août 1803 [1]. Les observations correspondantes faites à *Paris*, donnent, pour la longitude de *Weissenstein*, $28'\,14'',89 - 0{,}363\,x - 0{,}487\,y - 0{,}073\,z$. Les coëfficiens de x et y étant encore très-considérables, j'ai cherché à détruire leur influence; j'ai soumis au calcul les observations faites à *Lilienthal*, et j'ai trouvé, pour la longitude,

$$28'\,11'',98 + 0{,}351\,x + 0{,}439\,y + 0{,}180\,z$$
$$28'\,14'',89 - 0{,}363\,x - 0{,}487\,y - 0{,}073\,z$$

Longitude de *Weissenstein*, $28'\,13'',44 - 0{,}006\,x - 0{,}024\,y + 0{,}053\,z$

Il en résulte que les valeurs les plus grandes de x, y et z, n'ont changé en rien la véritable longitude de *Weissenstein*; aussi s'accorde-t-elle fort bien avec les résultats des signaux à poudre, qui donnèrent $28'\,15'',3$ [2]. M. *Triesnecker* fixe cette longitude à $28'\,14'',4$; et M. *Wurm*, à $28'\,13'',6$ [3].

Cette même éclipse me donna, pour la longitude de *Ratisbonne*, les résultats suivans : en comparant l'observation faite à *Ratisbonne*, avec celle

de *Lilienthal*, $38'\,50'',86 + 0{,}649\,x + 0{,}831\,y - 0{,}438\,z$
de *Prague*, $38'\,55'',14 + 0{,}167\,x + 0{,}222\,y - 0{,}086\,z$
de *Cremsmünster*, $38'\,54'',10 - 0{,}084\,x - 0{,}124\,y + 0{,}051\,z$

on obtient, par les deux dernières observations, pour la longitude de *Ratisbonne*, $38'\,54'',62 + 0{,}041\,x + 0{,}049\,y - 0{,}018\,z$. On voit par là qu'on s'exposeroit à des erreurs plus graves, en comparant l'observation de *Ratisbonne* à celle de Lilienthal, qu'en la comparant aux autres observations correspondantes.

[1] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1803, oct., S. 352.
[2] *L. c.*, *für* 1804, oct., S. 293.
[3] *L. c.*, *für* 1805, oct., S. 352. *Ephemerides astronomicæ anni* 1806, p. 270.

Il est bien difficile de donner des règles générales pour la méthode à suivre
dans les calculs parallactiques : il faut examiner soigneusement les circonstances
particulières dans lesquelles les observations correspondantes ont été faites; il
faut considérer surtout l'influence de l'aplatissement local. Dans tous les cas,
il sera utile de faire un calcul préalable, pour voir si les valeurs de x, y et z
peuvent changer considérablement la différence de longitude. Il suffira ordi-
nairement de calculer les observations faites au nord et au sud du parallèle
du lieu dont on veut déterminer la longitude.

Les erreurs des élémens n'influeront que très-peu sur le résultat des calculs
parallactiques, si les lieux dans lesquels les observations ont été faites, quoique
très-éloignés en longitude, sont à peu près placés sous le même parallèle. En
déterminant la longitude de *Valence*, en Espagne, je l'ai trouvée, par des
observations correspondantes faites dans cette ville et à Paris, de $11' 3'',1$
$- 0,631\,x - 1,050\,y + 0,310\,z$. Comme la valeur des coëfficiens x et y auroit
pu changer cette longitude de *dix secondes*, j'ai soumis au calcul des obser-
vations correspondantes faites à Palerme par M. Piazzi, et j'ai trouvé, pour
la longitude de Valence, $11' 2'',41 + 0,099\,x + 0,079\,y - 0,311\,z$, en supposant
la longitude de Palerme de $44' 6''$. Posons $x = 4''$, $y = 8''$ et $z = 2''$; la
longitude de Valence ne changera que d'*une seconde et demie*, même dans
le cas peu probable que toutes les erreurs conspirent dans le même sens:
cependant la distance de Palerme et de Valence est d'environ 260 lieues, et
la différence des latitudes de 3° 22'. L'observation de Vienne, comparée à
celle de Paris, offre l'équation suivante pour la différence des méridiens:
$56' 13'',76 - 0,027\,x - 0,039\,y - 0,258\,z$. Dans ce cas, les erreurs des élémens
n'ont aucune influence sensible sur la longitude [1].

Cette manière de combiner les observations faites sur le même parallèle,
présente encore un autre avantage très-essentiel. On sait que les mesures des
arcs du méridien paroissent indiquer que les degrés de latitude n'appartiennent
pas au même sphéroïde, mais qu'elles indiquent des aplatissemens très-différens.
Nous serons donc obligés de supposer, pour chaque parallèle, un aplatissement
particulier, lorsqu'il s'agit de calculer des observations dépendantes de la figure
de notre planète. La grandeur de ces aplatissemens locaux n'étant pas connue
par des observations suffisamment exactes, il est utile de combiner des

[1] L'observation de M. Delambre donne $56' 9'',46$ pour la longitude de *Vienne*; résultat qui ne s'écarte
que d'une *demi-seconde* de la véritable longitude de cette capitale.

observations faites sur des parallèles très-rapprochés les uns des autres; car les
irrégularités de la figure de la terre auront d'autant moins d'influence sur les
résultats de longitude, que la différence de latitude sera moindre entre les
lieux d'observation. Souvent, sans avoir recours à des observations correspon-
dantes, on peut se servir des circonstances d'une seule observation complète,
pour détruire les erreurs des tables. Par exemple, l'éclipse de soleil, observée
à Lilienthal, le 17 août 1803, donna, en la comparant à l'observation de
Vienne, pour la différence de méridiens, les résultats suivans:

Par l'observation du commencement,	$29' 52'',89 - 0,492\,x - 0,769\,y + 0,459\,z$
de la fin..........	$29' 52'',65 + 0,687\,x + 0,887\,y - 0,511\,z$
Terme moyen, *Lilienthal* à l'O. de *Vienne*,	$29' 52'',77 + 0,098\,x + 0,059\,y - 0,026\,z$
Lilienthal à l'E. de *Paris*,	$26' 17'',23 - 0,098\,x - 0,059\,y + 0,026\,z$

Les méthodes par lesquelles on tâche de corriger les erreurs des élémens,
sont d'autant plus difficiles à employer, que les observations d'occultations et
d'éclipses n'ont pas toujours toute l'exactitude requise. L'immersion d'une
étoile à la partie non éclairée de la lune, peut être observée à une demi-
seconde près; mais les erreurs s'élèvent à plusieurs secondes, lorsque l'occul-
tation a lieu au bord éclairé. Comme il est très-difficile de déterminer d'avance
le point auquel se fait l'émersion de l'étoile, M. *Darquier* [1] a proposé de
monter la lunette sur une machine parallactique, et de disposer l'instrument
de manière que l'étoile, avant l'immersion, suive le fil équatorial. Les
éclipses du soleil offrent les mêmes incertitudes. Il est presque impossible
d'observer le premier contact optique des limbes, et l'on ne reconnoît géné-
ralement l'entrée du disque lunaire que par une échancrure sur le disque solaire,
qui est plus ou moins grande, selon la bonté des instrumens employés. Le
chevalier de *Louville* [2], et récemment encore MM. *David* et *Heinrich* [3],
assurent avoir vu que, quelques minutes avant le commencement de l'éclipse,
« l'atmosphère s'obscurcissoit sensiblement vers le point du disque solaire où

[1] *Histoire céleste de Lalande*, T. I, p. 410.

[2] *Mémoires de l'Académie des sciences*, pour 1715, p. 94. « L'on s'apercevoit, dit-il, très-sensiblement « qu'à mesure que quelque endroit du soleil s'approchoit du bord oriental de la lune, il pâlissoit « considérablement, et *sembloit annoncer par avance qu'il alloit s'éclipser.* »

[3] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1803, *oct.*, S. 338. *Triesnecker*, *astronomische Beobachtungen*, 2.ter *Sammlung*, S. 17.

le premier contact optique devoit se faire, de sorte qu'il étoit facile d'y diriger l'œil et de saisir exactement le moment où les deux limbes se touchoient. » D'autres observateurs, également habiles, ne font pas mention de ce phénomène extraordinaire; tous s'accordent cependant à admettre [1] que, même dans les circonstances les plus favorables, le commencement d'une éclipse de soleil ne peut guère être observé qu'avec l'exactitude de $4''$ ou $5''$ en temps.

Ces considérations tendent à prouver qu'il est bien difficile de réunir des observations complètes propres à corriger les élémens du calcul parallactique. Il faut se contenter le plus souvent de déduire les longitudes géographiques soit des immersions, soit des émersions seules, en supposant exacte la parallaxe de la lune, telle qu'elle est donnée par la théorie de M. La Place.

Il me reste à rendre compte des moyens employés pour corriger les résultats du calcul parallactique, dans les cas où l'on ne peut se procurer des observations correspondantes complètes. Ces moyens se réduisent aux trois points suivans :

1.° *Déterminer la latitude de la lune, en connoissant, par des observations de passage, l'erreur de sa longitude, calculée d'après les tables.*

Soit le temps de la conjonction de la lune et de l'astre éclipsé, tel qu'il résulte de la comparaison de la longitude corrigée de la lune et de la longitude connue de l'étoile et du soleil, $= T$; et le temps de la conjonction calculé par l'observation de l'immersion ou de l'émersion, $= \tau \pm \beta y$, nous aurons :

$$T = \tau \pm \beta y \quad \text{et}$$
$$y = \frac{T \backsim \tau}{\beta}.$$

On obtiendra des résultats assez exacts, si la longitude de l'étoile éclipsée est suffisamment connue, et si la valeur de β est considérable. Comme il est difficile de déterminer au mural la hauteur absolue à $2''$ ou $3''$ près, on est en droit de prendre la moyenne des résultats obtenus par ces deux méthodes. Le demi-diamètre de la lune, x, est souvent difficile à déterminer : car ce n'est qu'au temps de la pleine lune, qu'on observe directement l'ascension droite du centre de la lune. Dans tout autre temps, il faut

[1] M. Maskelyne a l'habitude d'appliquer au calcul du commencement d'une éclipse de soleil une correction de $5''$, qu'il appelle correction du contact optique. Voyez aussi *Hell, Ephem. astr. anni 1765*, p. 281.

emprunter des tables le demi-diamètre, pour en déduire l'ascension droite du centre.

2.° *Déterminer la latitude de la lune, ayant observé les immersions ou les émersions de deux étoiles.*

Les catalogues d'étoiles donnent la différence de longitudes des étoiles occultées. Cette différence, réduite en temps $= \Delta T$, doit être, en tenant compte des inégalités du mouvement de la lune, égale à la différence des temps de la conjonction de ces étoiles avec la lune. Les observations donnent, pour la différence des temps de la conjonction, $\tau'' - \tau' + \beta'' y - \beta' y$; par conséquent,

$$y = \frac{\Delta T - (\tau'' - \tau')}{(\beta'' - \beta')}.$$

M. Ellicot observa à Lancaster, en Pensylvanie, les immersions de Maya et de Taygeta des Pléiades. Je me suis servi de cette occultation pour déterminer la longitude de la Havane, où MM. de Humboldt, Galiano et Robredo ont fait un grand nombre d'observations. J'ai trouvé le temps de la conjonction pour Maya : $\tau' = 9^h\, 37'\, 38'',8 - 0,198\, y$; pour Taygeta, $\tau'' = 9^h\, 50'\, 52'',70 - 1,278\, y$. Les tables donnent $\Delta \tau = 13'\, 6'',45$; donc

$$y = \frac{13'\, 6'',45 - 13'\, 8'',50}{1,08} = -2'',0.$$

Cette méthode sert aussi à corriger le demi-diamètre de la lune.

3.° *Déterminer la correction de la latitude de la lune, lorsque plusieurs observations ont été faites dans des lieux dont la différence des longitudes est connue.*

Soit la différence des méridiens des lieux où les observations ont été faites $= D$; nous aurons :

$$y = \frac{\Delta - (T - \tau)}{(\beta' - \beta)},$$

expression dans laquelle T et β' se rapportent au lieu le plus oriental. Pour pouvoir employer cette méthode avec succès, il faut que le temps soit très-exactement connu, et que les deux lieux d'observations soient situés sous des parallèles très-différens, pour que les coëfficiens de β' et β aient des valeurs très-différentes. En calculant l'occultation d'Aldébaran, du 21 octobre 1793, j'ai trouvé, par des observations faites à Paris et à Palerme,

$$T = 18^h\, 55'\, 21'',39 + 0{,}091\, y,\ \tau = 17^h\, 51'\, 10'',32 + 1{,}024\, y,\ \Delta = 44'\, 6'';$$

par conséquent, $y = \dfrac{44'\, 6'',0 - 44'\, 11{,}07}{-0{,}933} = +\, 5'',45.$

En déterminant la longitude de Valence, par l'observation de l'immersion de π ♏ du 17 juillet 1804, comparée à celle de Prague, je l'ai trouvée de $11'\, 5'',64 + 0{,}842\, y$. Comme le coëfficient de y est encore assez grand pour rendre douteuse la longitude de 6″ à 7″, j'ai tâché de découvrir la valeur de y. Aucune observation n'ayant été faite le même jour au méridien, j'ai calculé l'observation correspondante de Vienne, et j'ai obtenu les résultats suivans :

$$T = 10^h\, 49'\, 40'',33 + 2{,}133\, y,\ \tau = 10^h\, 41'\, 52'',29 + 2{,}442\, y,\ \Delta = 7'\, 50'';$$

par conséquent, $y = \dfrac{7'\, 50'' - 7'\, 48'',04}{-0'',309} = -\, 6'',3.$

La véritable longitude de Valence est donc 11′ 0″,3, ou 11′ 1″,2 en faisant la réduction à la cathédrale; résultat qui s'accorde, à *une demi-seconde* près, avec celui tiré des opérations géodésiques de *Méchain*.

La même méthode sert à corriger le demi-diamètre et la parallaxe de la lune; mais il sera prudent de ne développer que la valeur du coëfficient qui a la plus grande influence sur la longitude du lieu dont on veut fixer la position. On pourroit, il est vrai, déterminer, par trois équations, les valeurs des coëfficiens x, y et z; mais les observations et les différences des méridiens offrent rarement assez d'exactitude pour que l'on puisse employer ce moyen.

En parlant du calcul des observations sujettes à la parallaxe, j'ai passé sous silence les méthodes analytiques de Du Séjour qui, malgré leur élégance, offrent cependant peu d'avantage aux calculateurs. Elles exigent une attention pénible à l'égard des signes, et ne présentent aucun de ces moyens de vérification partielle qui rassurent dans des calculs longs et compliqués. *Tempelhoff*[1] publia aussi, en 1772, une *méthode analytique* pour calculer les observations d'éclipses de soleil et d'occultations d'étoiles. On trouve, d'après ses formules, deux valeurs pour le temps de la conjonction des astres, dont l'une est absolument *fausse;* c'est au calculateur à les distinguer

[1] *Genaue Berechnung der Sonnenfinsternisse und Bedeckungen der Sterne vom Monde*, 8.° 1772. *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1781, S. 150 et suiv.; *für* 1783, S. 125.

l'une de l'autre. Les méthodes analytiques d'*Euler*[1], de MM. *La Grange*[2], *Goudin*[3], *Chabrol* et *Schubert*[4], servant à réduire au centre de la terre les observations sujettes aux parallaxes, offrent les mêmes difficultés que celles de Du Séjour : elles ne laissent rien à désirer sous le rapport de l'exactitude, mais le calculateur préfère les méthodes trigonométriques.

En déduisant les longitudes terrestres des observations d'occultations d'étoiles ou des éclipses de soleil, il s'agit de déterminer la position géocentrique de la lune par rapport à l'astre éclipsé. Toutes les coordonnées peuvent servir à atteindre ce but. *Kepler* employa la différence de longitude de la lune et de l'astre occulté. *Grischow*, *Lalande*, *Lexell*, *Wurm* et *Triesnecker*, suivirent l'exemple de ce grand astronome, en rapportant la conjonction des astres à *l'écliptique*. Dans la méthode connue sous le nom de *méthode de Gerstner*, l'on rapporte le temps de la conjonction de la lune et de l'astre éclipsé à *l'équateur*. D'autres astronomes, et récemment encore M. *Cagnoli*[5], rapportent la position de la lune et celle de l'astre éclipsé, non à l'écliptique, mais à *l'horizon*, en calculant leur distance apparente, vue de la surface de la terre. Ils commencent par déterminer cette distance pour un lieu dont la longitude est exactement connue, et ils en concluent la correction des tables; puis ils calculent la distance apparente pour le lieu dont on cherche à fixer la position. Si la distance est égale à la somme des diamètres apparens, la *longitude supposée* n'aura besoin d'aucune correction; dans le cas contraire, il faut, en employant des équations différentielles, changer cette *longitude supposée*, jusqu'à ce que l'on trouve une harmonie parfaite.

Les astronomes ne sont pas d'accord sur la manière de calculer le temps de la conjonction de la lune et de l'astre occulté. *Grischow*[6] et *Lalande*[7] supposent la parallaxe et le demi-diamètre de la lune exempts d'erreur; ils calculent d'abord le changement de la longitude et la latitude apparente de la lune pendant les temps de l'immersion et de l'émersion, c'est-à-dire (Tab. I, fig. 3) gi et $la = gf - il$, et $fa = gi$ cos. lat. de la lune. Puis, ils déterminent l'angle afl,

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, pour 1747, p. 175.

[2] *Bode astronomisches Jahrbuch für* 1781, S. 31; *et pour* 1782, S. 16.

[3] *Œuvres mathématiques de Goudin. Connoissance des temps pour l'an* XV, p. 487.

[4] *Schubert's Astronomie, Band II*, et surtout *Bode's astron. Jahrbuch für* 1803, S. 139.

[5] *Cagnoli, méthodes pour calculer les longitudes géographiques, etc.*, 1789, à Vérone. Voyez aussi *Trigonometria piana e sferica*, *edit.* II.°, §. 1622.

[6] *Mémoires de mathématiques et physique*, T. I, p. 539.

[7] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 1972 et suiv.

ou l'inclinaison de l'orbite apparente lors du temps de l'immersion, de même que le côté *fl*. Avec ce côté et la distance apparente des centres, ils trouvent les valeurs des angles *slf* et *esl*, et enfin le côté *se*, ou la *distance de la lune à la conjonction apparente*. En appliquant la parallaxe de la longitude de la lune à cette distance divisée par le cosinus de la latitude apparente, l'on obtient le temps de la conjonction vraie comptée sur l'écliptique. Un calcul analogue pour l'observation de l'émersion peut servir à vérifier celui qu'on a fait pour l'immersion. Je dis expressément, *vérifier*; car si aucune erreur ne s'est glissée dans le calcul de la première observation, il faut que les temps de la conjonction déduits de l'immersion et de l'émersion soient absolument les mêmes, quelque mauvaises que les observations puissent être. C'est justement cette dernière circonstance qui présente un grand désavantage dans la méthode suivie par Lalande. En calculant d'après cette méthode, l'on ne peut distinguer aucunement les observations bonnes des observations mauvaises; et si l'une des deux est douteuse, le temps de la conjonction devient également incertain. M. *Lalande* s'est aperçu lui-même de cet inconvénient : il conseille [1] de calculer, pour le temps de la conjonction, la latitude de la lune *hk*, telle qu'elle résulte des observations de l'immersion et de l'émersion. Si cette latitude est trouvée la même par plusieurs observations faites dans différens lieux de la terre, on aura lieu de croire que les observations sont bonnes. Cette règle ne servira pas toujours pour éviter les erreurs. Les observations complètes pèchent ordinairement dans le même sens, surtout celles qui ont été faites au bord éclairé de la lune : l'on observe l'immersion trop tôt et l'émersion trop tard; de sorte que les latitudes *h k* peuvent s'accorder très-bien ensemble, quoique les diverses observations desquelles ces latitudes sont déduites, soient affectées d'erreurs très-considérables. De plus, la vérification proposée est impraticable pour des observations isolées et faites dans des lieux dont la position géographique n'est pas suffisamment connue. L'exemple suivant servira à justifier ce que je viens d'avancer sur la méthode de *Lalande*.

M. *de Lecoq* [2] observa, à *Minden*, le 25 février 1799, l'occultation de δ ♏ pour en déduire la longitude de cette ville. M. *Henry* [3], à Pétersbourg, trouva par la méthode de *Lalande*, le temps de la conjonction, par l'immersion,

[1] *Bode's astronomisches Jahrbuch*, *II.ter Supplement-Band*, S. 201.

[2] *Zach*, *Geographische Ephemeriden*, *Band III*, S. 520.

[3] *Bode astron. Jahrbuch für* 1803, S. 234.

18h 12′ 23″,4; par l'émersion, 18h 12′ 23″,7; ces deux conjonctions donnent, pour la longitude de Minden, 26′ 34″,9 en temps à l'est de Paris. M. *Triesnecker* [1] trouve cette longitude, par une autre méthode, de 25′ 40″,1 par l'immersion, et de 26′ 27″,7 par l'émersion. M. *Wurm* [2] la fixe à 25′ 41″,2 + 0,391 y, et 26′ 27″,6 — 0,203 y. Les coëfficiens de y étant ici très-petits, il faut qu'une des observations soit douteuse. L'émersion se fit au bord obscur de la lune; elle mérite sans contredit la préférence, et donne la longitude de Minden de 26′ 27″,7, ou 7″,7 plus grande que celle déduite des opérations géodésiques de M. Lecoq. Si, en deux lieux de la terre, l'on n'a observé que l'immersion ou l'émersion, la méthode de Lalande ne peut pas être appliquée du tout, à moins qu'on ne veuille calculer par les tables l'inclinaison de l'orbite apparente de la lune. Lalande [3] conseille, dans ce cas, de déterminer, par les *tables corrigées*, la distance apparente des deux astres, et de la comparer avec la distance *observée*, pour en conclure la longitude. Si ces deux distances ne s'accordent pas, la longitude supposée sera *fausse*, et il faudra recommencer le calcul.

Cette méthode, qui a beaucoup d'analogie avec celle des distances, et qui ne jette aucun jour sur l'erreur des élémens employés, offre peu d'avantage. Si, lors de l'occultation, l'orbite apparente de la lune est peu inclinée vers le plan de l'écliptique, les petites *distances apparentes* de la lune à l'astre changent très-inégalement; de manière qu'il ne suffit pas de prendre des parties proportionnelles pour interpoler les distances observées : on se verra obligé de calculer une troisième distance apparente, pour pouvoir employer les *secondes différences*. Il est des cas où ce calcul d'une troisième distance pourra être négligé; mais il sera toujours beaucoup plus avantageux de réduire au centre de la terre la distance observée; car on calcule avec moins de peine, par les tables, la distance géocentrique correspondante, que l'on ne change une distance géocentrique en une distance apparente.

Lexell [4], membre de l'académie de Pétersbourg, a élevé le calcul parallactique au plus haut degré d'exactitude. Ce savant, aussi bon géomètre que calculateur infatigable, rapporte les positions de la lune et de l'astre éclipsé à l'écliptique;

[1] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1801, p. 358.

[2] *Zach*, *Geographische Ephemeriden*, *Band* IV, S. 498.

[3] *Astronomie*, T. II, §. 1988, 2.e édit. Dans ce cas on pourroit aussi se servir de la *méthode des azimuts* proposée par Lalande, pour calculer la distance apparente des astres.

[4] *Commentarii Academiæ Petropolitanæ*, T. XV, p. 600 et suiv. *Bode astron. Jahrbuch für* 1776, S. 176.

mais la méthode qu'il emploie, diffère essentiellement de la méthode du *Nonagésime*, suivie par Lalande et par la plupart des astronomes. Il se sert de la parallaxe de hauteur de la lune et de l'angle que forment au centre de la terre le cercle vertical et le cercle de la latitude. Cet angle (que l'on a coutume de nommer l'*angle parallactique*) donne les parallaxes de longitude et de latitude. *Lexell* détermine l'*angle parallactique* par la somme ou la différence de l'*angle de position* et d'un autre angle formé par le cercle vertical et le cercle de déclinaison. M. *Feer* [1] a proposé une méthode d'après laquelle on trouve l'*angle parallactique*, sans le diviser en deux parties. Cette méthode qui a été perfectionnée par M. Wurm [2], se réduit, à ce qu'il me semble, à calculer l'angle parallactique et la hauteur de la lune, par la hauteur du *Nonagésime*, par sa distance à la lune, et par la latitude de cet astre. Ne vaudroit-il pas mieux déterminer directement les parallaxes de longitude et de latitude par la méthode ordinaire du Nonagésime, que par des détours et des calculs compliqués? Je passe sous silence les belles formules de M. Bohnenberger [3], d'après lesquelles on trouve aussi les parallaxes sans connoître le *Nonagésime*, et la méthode élégante que M. Olbers [4] a proposée récemment, et qui est d'une simplicité très-remarquable.

En 1788, l'Académie royale de Copenhague proposa un prix pour la solution de la question suivante : *Desideratur methodus, hucusque cognitis expeditior et facilior, longitudines geographicas ex observatis eclipsibus solis et fixarum à luna occultationibus computandi.* Ce prix a été accordé au Mémoire de M. Cagnoli, imprimé, en 1789, sous le titre de *Méthode pour calculer les longitudes géographiques d'après l'observation d'éclipses de soleil et d'occultations d'étoiles.* M. Cagnoli commence par calculer la longitude apparente de la lune et de l'astre éclipsé, en employant la méthode ordinaire du *Nonagésime;* il détermine ensuite, à l'aide de l'angle parallactique, la hauteur de la lune et son demi-diamètre apparent. Lorsque l'observateur a fait des mesures au moyen du micromètre, il faut calculer en outre l'angle formé par le vertical avec la ligne qui joint les centres, afin de pouvoir évaluer l'effet de la réfraction. Cette distance apparente doit être égale à celle que l'on

[1] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1788, S. 186. Cette méthode de M. Feer me paroît identique avec celle employée par *Raccard*, dans son traité : *Beobachtung der grossen Sonnenfinsternisse vom* 1.ᵉʳ *april* 1764.

[2] *Ibidem, für* 1794, S. 147.

[3] *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung, etc.*, S. 351.

[4] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1808, S. 196.

a observée; si elle ne l'est pas, il faut changer la longitude supposée jusqu'à ce que les deux distances s'accordent parfaitement ensemble. Ce procédé est précisément le même que celui proposé par *Mayer* [1], pour réduire les distances géocentriques en distances apparentes, au moyen de la longitude et de la hauteur du *Nonagésime*. M. *Cagnoli* regarde les parallaxes et le demi-diamètre des astres comme exempts d'erreur, et ne s'occupe qu'à déterminer les corrections de la longitude et de la latitude supposées : il reproche à l'ancienne méthode du Nonagésime l'embarras des équations des parallaxes pour le sphéroïde aplati, et il affirme que personne avant lui n'a pensé à lever cette difficulté [2]. Nous devons faire observer ici que, long-temps avant M. Cagnoli, Mayer avoit publié une méthode par laquelle on débarrasse le calcul des éclipses de ces équations particulières des parallaxes, en corrigeant la latitude par l'angle de la verticale, avant de déterminer la hauteur et la longitude du Nonagésime [3]. Les formules données par *Euler* [4], *Lexell* [5] et M. *Delambre* [6], offrent le même avantage; quant à la correction des élémens du calcul, la belle méthode d'*Euler* [7] l'emporte évidemment sur celle de Cagnoli.

M. *Klügel* [8] a proposé de donner une nouvelle forme au calcul parallactique. Il commence par réduire au centre de la terre la distance observée des deux astres; puis il trouve, par cette distance géocentrique, le temps de la conjonction rapporté à l'écliptique de la manière suivante : soit (Tab. I, fig. 4), A, l'astre supposé immobile; E, le pole de l'écliptique; L M, l'orbite géocentrique de la lune; L et M, les points où se trouve la lune lors du temps de l'immersion et de l'émersion de l'astre A. Comme on connoît les deux distances géocentriques observées A L et A M, les deux distances polaires de la lune E M et E L, et la distance polaire de l'astre A, on cherchera, par E M, E L et M E L, l'angle E L M; on y ajoutera l'angle A L M, calculé par les trois côtés du triangle M L A, et l'on obtiendra l'angle E L A. L'analogie sin. A E : sin. A L = sin. A L E : sin. A E L fait connoître l'angle A E L. On réduit cet angle en temps au moyen du

[1] *Methodus longitudinum promota, etc.*, p. 13.

[2] *Méthode pour calculer les longitudes*, p. 13.

[3] *Commentarii Soc. reg. Göttingensis*, T. II, p. 167.

[4] *Acta Academiæ Petropolitanæ pro* 1779, Pars I, p. 242. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1783, S. 4.

[5] *Commentarii Academiæ Petropolitanæ*, T. XV, p. 590. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1777, S. 152.

[6] *Vetenscaps Academiens nya handlingar för år* 1788, p. 81.

[7] *Collectio omnium observationum quæ occasione transitus Veneris per solem anno* 1769 *institutæ fuerunt*, p. 355.

[8] *Bode astron. Jahrbuch für* 1802, S. 93.

mouvement horaire de la lune; et, après l'avoir ajouté au moment où la lune étoit en contact avec l'astre A, on trouve le temps de la conjonction de ces deux astres. Si l'on n'a observé que l'immersion ou l'émersion seules, l'on cherche dans le premier cas l'angle AEL, par les trois côtés AE, EL et AL; dans le second cas, on calculera l'angle MEA par les trois côtés ME, AE et MA. Cette méthode, proposée par M. *Klügel*, fait connoître exactement les erreurs de la longitude et de la latitude déduites des tables astronomiques; mais elle exige une attention minutieuse à cause de la multiplicité des triangles qu'il faut résoudre, et elle n'est guère plus courte que les méthodes anciennes usitées parmi les astronomes.

Jean Bernoulli [1], directeur de l'académie de Berlin, avoit commencé à construire des tables propres à faciliter le calcul des éclipses et des occultations. M. Pfaff [2], professeur d'astronomie à Dorpat, a annoncé qu'il avoit entrepris le même travail. Je pense que le calcul direct est plus simple et plus exact que celui que l'on feroit au moyen de ces tables auxiliaires.

On a reproché à toutes les méthodes de calcul parallactique que nous venons d'indiquer, d'exiger la connoissance préalable de la longitude du lieu, pour trouver la distance de la lune au Nonagésime. On leur reproche en outre de supposer exacte la latitude de la lune, et que, pour réduire cette latitude à un lieu quelconque de la terre, il faut connoître sa position géographique. Pour vaincre ces difficultés, M. *Carlini* [3], un des astronomes de l'observatoire de Milan, a proposé une nouvelle méthode qui n'exige pas la connoissance de la longitude de la lune, et dans laquelle la latitude de cet astre n'influe que très-peu sur le résultat du calcul. M. Carlini se sert de la méthode du Nonagésime, mais il détermine les parallaxes pour la partie du disque de la lune, qui est en contact optique avec l'étoile : la longitude et la latitude de ce point du limbe sont égales à celles de l'étoile éclipsée, et ces dernières sont les mêmes pour tous les lieux où les observations correspondantes ont été faites. Or, c'est au moyen des parallaxes calculées et des distances des centres observées que l'on trouve la position géocentrique de la lune lors du temps de l'occultation. Deux ou plusieurs observations faites dans des lieux différens, feront donc connoître

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin*, pour 1788 et 1789, p. 290.

[2] *De tubo culminatorio Dorpatensi brevis narratio; accedunt formulæ et tabulæ in usum astronomorum. Dorpatiæ* 1808.

[3] *Methodo facile per calcolare le occultazioni delle stelle sotto la luna*, dans les *Ephémérides de Milan* pour 1809, p. 89. *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1808, *december*, S. 528.

la différence de leur longitude. M. Carlini suppose, comme exempts d'erreurs, les demi-diamètres et la parallaxe des astres, et il détermine, pour un lieu dont la longitude est exactement connue, les corrections de la longitude et de la latitude de la lune.

Quelque intéressantes que soient ces nouvelles formes de calcul, il paroît cependant que les reproches faits à l'ancienne méthode du Nonagésime ne sont pas entièrement fondés. Lalande et d'autres astronomes supposent, dans leurs méthodes, que les demi-diamètres, les parallaxes des astres et la durée de l'éclipse ou de l'occultation sont exempts d'erreurs. Faisons ces mêmes suppositions dans la méthode du *Nonagésime*, et nous trouverons, si le temps de la conjonction des deux astres est exprimé,

par $T' + \beta' y$ pour l'immersion,
par $T'' - \beta'' y$ pour l'émersion,

que le temps de la conjonction vraie est:

$$T' + \beta' \left(\frac{T'' - T'}{\beta' + \beta''}\right)$$

c'est-à-dire que nous ne pouvons pas adopter un autre temps de conjonction, que celui où la latitude de la lune s'accorde avec la durée observée de l'occultation, ou avec la partie de l'orbite de la lune parcourue par cet astre depuis le commencement jusqu'à la fin de l'observation. En employant par conséquent une latitude quelconque, l'observation elle-même indiquera celle qu'il faut adopter pour que les deux temps de la conjonction, T′ et T″, soient précisément égaux. Cette latitude ne dépendra donc nullement de la longitude géographique du lieu où l'observation a été faite, mais seulement de la durée observée de l'occultation. En suivant la méthode ordinaire, on peut obtenir des valeurs très-grandes pour β' ou pour la correction de la latitude supposée; mais, dans ce cas, l'une ou l'autre de ces deux observations est inexacte. Le reproche que l'on a fait ordinairement à la méthode du Nonagésime n'est fondé que lorsque l'observation calculée est incomplète. Alors il faut également connoître la latitude de la lune, et, du moins par approximation, la longitude du lieu de l'observation, pour déterminer la latitude pour l'instant de l'immersion ou de l'émersion. Mais, dans ce même cas, les autres méthodes ne peuvent pas être appliquées du tout, parce qu'elles demandent également que l'observation soit complète.

Après avoir indiqué comment on rapporte la position de la lune et de l'astre éclipsé à l'*horizon* et à l'*écliptique*, jetons un coup-d'œil sur une méthode élégante [1], dans laquelle les positions de la lune et de l'étoile sont réduites à l'équateur. M. *Gerstner*, professeur de mathématiques à Prague, a proposé, en 1795, de calculer le temps de la conjonction des astres en *ascension droite* et non en longitude, comme on le fait communément. Malgré la grande simplicité de calcul qu'offre cette méthode, elle a été très-peu suivie jusqu'ici. Lalande [2] la regarda même comme une innovation d'autant plus inutile, que la forme de nos tables astronomiques demande l'emploi de la méthode du Nonagésime.

Ce fut vraisemblablement *Gersten* [3], professeur de mathématiques à l'université de Giessen, qui proposa le premier de calculer les éclipses de soleil et les occultations d'étoiles, en employant les ascensions droites et les déclinaisons des astres : il a donné des exemples de calcul dans un mémoire qui porte pour titre : *Methodus nova calculi eclipsium terræ specialis, vel quoruncunque occursuum lunæ cum stellis tam errantibus quam inerrantibus.* D'après cette méthode, on commence par calculer les ascensions droites et les déclinaisons apparentes de la lune, en se servant de l'angle que forme au centre de la terre le cercle de déclinaison avec le cercle vertical; puis on cherche la distance apparente des centres de la lune et de l'astre éclipsé. Ce procédé est presque identique avec celui de M. *Cagnoli;* mais la méthode de *Gersten*, qui fournit des résultats également exacts, est beaucoup plus expéditive que celle de l'astronome italien.

Trois ans plus tard, *Léonard Euler* [4] publia un mémoire sur le calcul *des longitudes des lieux par l'observation d'occultations des étoiles fixes par la lune*, dans lequel il rapporte aussi à l'équateur la position vraie de cet astre. On doit regretter que les formules analytiques données par ce grand géomètre soient si compliquées, et qu'elles demandent une attention minutieuse pour l'emploi des angles auxiliaires. M. *Gerstner* de Prague a le mérite d'avoir le premier rendu facile l'emploi de la méthode de calculer les conjonctions en ascension droite. Les formules qu'il a publiées [5] pour cet effet, réunissent l'exactitude mathématique à la simplicité la plus grande. M. *Wurm* [6], qui a appliqué la

[1] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1798, S. 128 et suiv.
[2] *Zach, Geographische Ephemeriden, Band* III, S. 302.
[3] *Philosophical Transactions for the year* 1744, p. 22 et suiv.
[4] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin, pour* 1747, p. 178.
[5] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1798, S. 174.
[6] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1800, S. 213.

méthode de *Gerstner* à l'occultation de 1 δ et 2 δ du Taureau, par la lune, qui eut lieu le 14 mars 1796, a fait voir, dans un mémoire particulier, qu'elle lui avoit épargné la solution de 81 triangles, dont il auroit dû s'occuper en suivant la méthode du Nonagésime. J'ai trouvé le même avantage en calculant les observations de l'occultation de l'épi de la Vierge du 30 mars 1801. Si l'on n'a à calculer qu'une ou deux observations, la nouvelle méthode n'est pas préférable à l'ancienne, parce que, dans la première, il faut faire un calcul provisoire pour les ascensions et les déclinaisons de la lune, nos tables astronomiques ne donnant immédiatement que la longitude et la latitude de cet astre. Si, au contraire, le nombre des observations est au-dessus de deux ou trois, l'avantage est du côté de la méthode des ascensions droites. De plus, les catalogues d'étoiles n'offrant pas les longitudes, mais les ascensions droites, la méthode de Gerstner peut devenir très-utile à ceux qui s'occupent du calcul des éphémérides. En déterminant d'avance les positions apparentes de la lune par rapport à l'équateur, on trouvera, le catalogue à la main, les étoiles qui seront éclipsées. L'objection que les résultats des deux méthodes ne peuvent être comparés entre eux, me paroît peu fondée. On réduira facilement la conjonction des astres en ascension droite, à celle en longitude, comme le fait M. *Monteiro da Rocha* [1] dans son mémoire *sur les éclipses*. D'ailleurs, il ne s'agit pas de comparer les temps de la conjonction, mais les résultats des longitudes géographiques; et peu importe d'après quelle méthode ces derniers ont été obtenus.

3. Passages des Planètes inférieures sur le disque du soleil.

Quoique les passages des planètes sur le disque solaire n'offrent pas des résultats aussi exacts que ceux tirés de l'observation des occultations d'étoiles et des éclipses de soleil, on peut les regarder néanmoins comme un moyen très-important pour déterminer la longitude d'un lieu. Le mouvement des planètes inférieures est très-lent, surtout lorsqu'elles se trouvent près du nœud descendant. Les passages observés près de ce nœud ne sont pas aussi utiles pour les progrès de la géographie que les passages qui ont lieu dans le voisinage du nœud ascendant, où, pour *Mercure*, le mouvement devient deux

[1] *Ephemerides astronomicas de Coimbra para o anno de* 1804; p. 238. *Mémoires sur l'astronomie pratique, par M. da Rocha, traduits du portugais par M. Mello*, p. 57. *Connoissance des Temps pour l'an* 1809, p. 466.

fois plus rapide. Les observations faites à la fin du dix-septième et au commencement du dix-huitième siècle présentoient très-peu d'accord, et ce n'est que depuis les deux derniers passages de Vénus que les astronomes ont appris à saisir le véritable contact optique intérieur des limbes du soleil et de la planète.

Le père *Hell* indiqua le premier que l'instant le plus important de l'observation est la *rupture du filet de lumière* à la sortie de la planète : il croit[1] que ce phénomène peut être observé à 5″, et, dans des circonstances favorables, à 2 ou 3″ près. *Lalande*[2] assure que l'on ne peut pas se tromper de plus d'une ou de deux secondes de temps. Nous ne discuterons pas ici si cette disparition du filet de lumière a lieu au moment du *véritable contact optique* : la solution de ce problème intéresse plus l'astronomie physique que la géographie; il suffit, pour obtenir des résultats de longitude, que les astronomes aient observé le même phénomène.

Si l'on considère que *Mercure*, lors de son passage près du nœud descendant, se meut huit fois plus lentement que la lune, et que le commencement d'une éclipse de soleil peut être observé 5″ trop tard, on ne doit pas être surpris de voir que l'on puisse se tromper de 20″ à 40″ de temps sur le *premier contact extérieur* de la planète, surtout en se servant de lunettes qui grossissent peu. C'est pour cette raison que je donne la préférence aux observations des contacts intérieurs, lorsque la durée observée de l'entrée ou de la sortie s'éloigne trop de la durée calculée par les tables. Le *second contact extérieur* peut être observé à 5″, peut-être même à 3″ près.

M. *Delambre* a publié un mémoire rempli de recherches intéressantes à l'occasion du passage de Mercure, du 7 mai 1799; il a appliqué ses formules à la détermination de la longitude de Berlin; il la trouve de 43′ 34″ par l'observation de l'entrée, et de 44′ 24″ par celle de la sortie[3]. Comme ce résultat ne sauroit donner beaucoup de confiance en une méthode dont Hell, Lalande et d'autres astronomes célèbres ont fait de si grands éloges, je me permettrai quelques observations à ce sujet. Le passage de Mercure se fit près du nœud descendant, où le mouvement est extrêmement lent. Le temps étoit nébuleux à Paris; MM. *Bouvard* et *Méchain* différoient, pour le premier contact extérieur,

[1] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1765. *Observatio transitus Veneris*, *etc.*, *die* 3 *junii* 1769, *facta à Hell*, p. 68.

[2] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 2141, 2.e édit.

[3] *Mémoires de l'Institut*, T. III, p. 444.

de 39″ de l'observation de M. *Delambre*; pour le moment du second contact intérieur, les astronomes françois différoient entre eux de 28″[1]. Comme les observations faites à Paris n'étoient pas accompagnées de circonstances favorables, M. *Triesnecker*[2] ne prit pour terme de comparaison que les observations du contact intérieur à la sortie faites à Gotha, à Vienne et à Bude, et trouva la longitude de Berlin de 44′ 9″,1, c'est-à-dire seulement de 0″,9 plus petite que celle qui résulte de mes dernières recherches sur de nombreuses observations d'occultations d'étoiles[3]. M. *Ferrer*[4] trouva la longitude de Berlin, par le même passage, de 44′ 10″,0; d'autres résultats tirés de ces observations s'accordoient également bien. J'ai calculé le passage de Mercure, du 9 novembre 1802; il m'a fourni des résultats qui ne s'éloignent que de 1′ à 4″ en temps de la vraie longitude des observatoires les plus célèbres de l'Europe.

Pour réduire au centre de la terre les observations des passages, j'ai choisi la méthode ordinaire du Nonagésime; j'ai déterminé le temps auquel les deux astres avoient la même longitude géocentrique ; il m'a paru préférable de suivre une méthode uniforme pour toutes les observations sujettes aux parallaxes. D'autres astronomes calculent les effets produits par les parallaxes sur les temps des contacts apparens, pour obtenir les temps des contacts géocentriques. La différence de ces derniers temps est la différence des longitudes des lieux où les observations ont été faites. *Euler*[5], *Lexell*[6], *Planmann*[7], M. *Flauguergues*[8], et M. *Delambre*[9] ont donné des formules propres à dégager les observations de l'influence des parallaxes.

Les observations de passage offrent le grand avantage, que l'incertitude des élémens du calcul n'influe que très-peu sur l'exactitude des résultats. L'effet des parallaxes des planètes inférieures n'étant que très-petit, et le mouvement des planètes étant très-lent, leur position rapportée au cercle de latitude et à l'écliptique sera presque la même pour tous les lieux de la terre. Les

[1] *Zach*, *Geographische Ephemeriden*, *Band* IV, S. 171.

[2] *Ibidem*, S. 452.

[3] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1809, S. 222.

[4] *Transactions of the American Philosophical Society*, Vol. VI, P. II, p. 228.

[5] *Collectio omnium observationum quæ occasione transitus Veneris per solem institutæ sunt*, *etc.*, p. 342.

[6] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1778, S. 157.

[7] *Nova acta Academiæ Upsaliensis*, T. V, p. 200.

[8] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1794, S. 130. *III.ter Supplement-Band zu Bode's Jahrbüchern*, S. 76.

[9] *Mémoires de l'Institut*, *etc.*, T. III, 392.

coëfficiens des corrections de la latitude et des demi-diamètres, qui dépendent de cette position, auront presque la même valeur, et ne changeront par conséquent pas sensiblement la différence des temps de la conjonction vraie du soleil et de la planète. Il n'en est pas de même des éclipses du soleil et des occultations d'étoiles. La grande parallaxe de la lune change rapidement la position relative de cet astre et de l'étoile éclipsée : l'éclipse peut être totale pour un lieu de la terre, tandis que pour un autre elle n'est que partielle. Ici le contact optique se fait au nord du centre de la lune, là il se fait au sud de ce centre. Il en résulte que les corrections des élémens auront des valeurs très-différentes pour différens lieux de la terre, de sorte qu'ils changent de beaucoup la différence calculée des méridiens.

En déterminant la longitude du Callao de Lima, par l'observation du passage de Mercure, que M. de *Humboldt* y a faite le 9 novembre 1802, j'ai commencé par réduire vingt-une observations correspondantes à l'observatoire de Paris : puis, pour juger de l'influence qu'ont les erreurs des élémens sur la longitude, j'ai différencié les temps de la conjonction trouvée pour Paris et Callao. J'ai obtenu de cette manière pour la différence des méridiens D :

$(T'' - \tau'') + 0{,}0116\, x \odot + 0{,}0116\, x ☿ - 0{,}0575\, y ☿ - 3{,}8320\, z \odot + 3{,}8320\, z ☿$; or, la parallaxe de Mercure étant égale à *la parallaxe du soleil* divisée par la distance de Mercure à la terre, $z ☿$ sera $= 1{,}48\, z \odot$; par conséquent, $(T'' - \tau'') + 0{,}0116\, x \odot + 0{,}0116\, x ☿ - 0{,}0575\, y ☿ + 1{,}8370\, z \odot = \mathrm{D}$.

Comme la parallaxe du soleil est connue à 0″,3 près, la correction z ne pourra pas excéder cette valeur. La correction de la latitude y a été déterminée par de bonnes observations faites au méridien ; mais, en supposant même qu'elle soit incertaine de 10″, on trouvera pourtant que tous les élémens du calcul n'ont pas, sur la longitude de Callao, une influence qui excède *une seconde* de temps. Les corrections des demi-diamètres x peuvent être regardées comme nulles.

Nous avons développé plus haut que les différentes suppositions d'aplatissement général, et surtout l'incertitude de l'aplatissement local ou particulier, influent puissamment sur les résultats des observations d'occultations et de distances lunaires. Cette influence est heureusement beaucoup moins grande dans les observations des passages. Les parallaxes de longitude et de latitude dépendent du rapport des deux axes de la terre, parce que la parallaxe horizontale

d'un lieu, l'angle de la verticale, et la longitude géocentrique sont déterminés par ce rapport. Il en résulte que la longitude et la hauteur du *Nonagésime* sont aussi modifiées par l'aplatissement de la terre. Soit le rapport des axes de la terre $= \frac{n}{m}$; la latitude géographique observée $= \varphi$; la latitude corrigée $= \varphi'$; la distance du *Nonagésime* au zénith $= b$; la distance de l'astre au *Nonagésime* = long. * — long. Nonagésime $= d$; la latitude apparente de l'astre $= \beta$, nous aurons :

$$\text{tang. } \varphi' = \frac{n^2}{m^2} \text{ tang. } \varphi; \text{ par conséquent,}$$

$$\Delta\varphi' \text{ sécante}^2 \varphi' = \frac{2n}{m} \text{ tang. } \varphi \, \Delta\left(\frac{n}{m}\right), \text{ ou } \Delta\varphi' = \left(\frac{n}{m}\right) \text{ sin. } 2\varphi \, \Delta\left(\frac{n}{m}\right),$$

φ et φ' étant peu différens l'un de l'autre : la longitude du Nonagésime et sa distance au zénith changent avec l'angle de la verticale. L'on cherchera donc un angle auxiliaire a par $\text{sin. } a = \frac{\text{sin. } e \text{ sin. P}}{\text{cos. } b}$ [1]; et on obtiendra :

$$\Delta b = \text{cos. } a \, \Delta\varphi' \text{ et } \Delta \text{ long. du } \textit{Nonagésime} = \Delta l = \frac{\text{sin. } a}{\text{cos. } b} \, \Delta\varphi',$$

Δl aura le même signe que $\Delta\varphi'$ si l'ascension droite du milieu du ciel est entre 0° et 90° et entre 270° et 360° [2].

Nous avons de plus : $\lambda = \pi \text{ cos. } b \text{ sin. } (d + \lambda) \text{ sécante B}$,

$$\text{B} - \beta = p = \pi \text{ sin. } b \text{ cos. } \beta - \pi \text{ cos. } l' \text{ cos. } b \text{ sin. } \beta + \ldots\ldots$$

Ces expressions, à la vérité, ne sont pas rigoureusement exactes ; mais pour le résultat de nos recherches, elles pourroient l'être beaucoup moins encore. En les différenciant par rapport à b et $(d + \lambda) = l'$, et en mettant $\Delta l = \Delta l'$, nous aurons :

$$\Delta\lambda = \mp \pi \text{ cos. } b \text{ sécante B cos. } l' \, \Delta l - \pi \text{ sin. } l' \text{ sin. } b \text{ sécante B } \Delta b$$

$$\Delta\lambda = (\mp \pi \text{ sécante B cos. } l' \text{ sin. } a - \pi \text{ sécante B sin. } l' \text{ sin. } b \text{ cos. } a) \, \Delta\varphi,$$

$$\Delta\lambda = \pi \text{ sécante B } (\mp \text{cos. } l' \text{ sin. } a - \text{sin. } l' \text{ cos. } a \text{ sin. } b) \left(\frac{n}{m} \text{ sin. } 2\varphi\right) \Delta\left(\frac{n}{m}\right). \quad \text{(I)}$$

ou *la variation de la parallaxe de longitude dépendante du changement de l'angle de la verticale.*

[1] Nous avons vu plus haut comment cet angle P a été déterminé.

[2] MM *Calandrelli* et *Conti* ont donné des équations pour la variation de b et l, mais leurs formules sont assez compliquées. *Opusculi astronomici*, p. 157.

Cherchons maintenant la variation de la parallaxe de latitude; nous avons.

$$\Delta p = (\pi \cos. \beta \cos. b)\, \Delta b + (\pi \sin. \beta \cos. b \sin. l')\, \Delta l + (\pi \sin. \beta \cos. l' \sin. b)\, \Delta b$$

$$\Delta p = (\pi \cos. \beta \cos. b \cos. a + \pi \sin. \beta \cos. l' \sin. b \cos. a + \pi \sin. \beta \sin. l' \sin. a)\, \Delta \varphi'$$

$$\Delta p = (\pi \cos. \beta \cos. b \cos. a)\, \Delta \varphi' + \pi \sin. \beta (\cos. l' \cos. a \sin. b + \sin. l' \sin. a)\, \Delta \varphi'.$$

Posons sin. b cotang. $l' =$ tang. W, nous aurons:

$$\sin. l' (\sin. a + \text{cotang.}\, l' \cos. a \sin. b) = \frac{\sin. l'}{\cos. W} (\sin. a \cos. W + \cos. a \sin. W)$$

$$= \frac{\sin. l' \sin. (W + a)}{\cos. W};$$

par conséquent,

$$\Delta p = (\pi \cos. \beta \cos. b \cos. a) \left(\frac{n \sin. 2\varphi}{m}\right) \Delta \left(\frac{n}{m}\right) + \pi \sin. \beta \left(\frac{\sin. l' \sin. (W+a)}{\cos. W}\right) \left(\frac{n \sin. 2\varphi}{m}\right) \Delta \left(\frac{n}{m}\right). \quad \text{(II)}$$

ou *la variation de la parallaxe de latitude dépendante du changement de l'angle de la verticale.*

Pour les éclipses du soleil, l'on pourra négliger le second terme de cette équation, la latitude apparente de la lune, β, n'étant alors que peu considérable. Reste à chercher les variations des parallaxes, qui proviennent *de la variation de la parallaxe horizontale* ou de $\Delta \pi$; nous avons:

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{\pi} \Delta \pi \text{ et } \Delta p = \frac{p}{\pi} \Delta \pi;$$

mais d'après *Euler*[1], $\pi = \pi' \left(1 - \left(1 - \frac{n}{m}\right) \sin.^2 \varphi\right)$; par conséquent,

$$\Delta \pi = (\pi' \sin.^2 \varphi)\, \Delta \left(\frac{n}{m}\right),$$ π' étant la parallaxe horizontale sous l'équateur, et

$$\Delta \lambda = \frac{\lambda}{\pi} (\pi' \sin.^2 \varphi)\, \Delta \left(\frac{n}{m}\right),$$ ou bien, parce que π et π' diffèrent fort peu l'un de l'autre:

$$\Delta \lambda = (\lambda \sin.^2 \varphi)\, \Delta \left(\frac{n}{m}\right). \quad \text{(III)}$$

$$\Delta p = (p \sin.^2 \varphi)\, \Delta \left(\frac{n}{m}\right). \quad \text{(IV)}$$

[1] *Acta Academiæ Petropolitanæ pro* 1779, *Pars* II.

Nommons les coëfficiens de $\Delta \left(\frac{n}{m}\right)$ contenus dans la première et la seconde équation, X et Y; nous aurons:

$$\Delta \lambda = \left(\lambda \sin.^2 \varphi + \frac{n X}{m}\right) \Delta \left(\frac{n}{m}\right)$$

$$\Delta p = \left(p \sin.^2 \varphi + \frac{n Y}{m}\right) \Delta \left(\frac{n}{m}\right).$$

Soit maintenant le coëfficient de la correction de la latitude $= \alpha'$; le facteur qui change en temps l'arc parcouru par la lune $= m'$, nous aurons, pour la *variation du temps de la conjonction* T':

$$\Delta T' = \alpha' \Delta p + m' \Delta \lambda.$$

Pour appliquer ces formules à un exemple numérique, je choisirai l'observation de la fin de l'éclipse du soleil du 17 août 1803, faite à l'école militaire de *Paris*, par M. *Burckhardt*. Cet astronome y observa la fin à $19^h\, 49'\, 58'',16$, temps moyen. Nous trouvons, pour ce moment, la longitude de la lune $4^s\, 23^\circ\, 2'\, 36''$; celle du *Nonagésime* $= 2^s\, 24^\circ\, 19'\, 15''$, et par conséquent $d = 58^\circ\, 43'\, 21''$; la parallaxe horizontale $\pi = 54'\, 54'',70$; la parallaxe de longitude $\lambda = +\, 42'\, 43'',35$, et $d + \lambda = l' = 59^\circ\, 26'\, 23''$; la parallaxe de latitude $p = 23'\, 41'',14$. L'angle P étoit de $172^\circ\, 13'$, et *l'angle auxiliaire a* de $3^\circ\, 25'$. D'après ces données, le temps de la conjonction est $20^h\, 34'\, 7'',63$, en supposant l'aplatissement de la terre de $\frac{1}{334}$. Voyons maintenant quel auroit été le temps de la conjonction, si le rapport des axes ou $\frac{n}{m}$ eût changé de $\Delta \left(\frac{n}{m}\right)$.

Pour la *parallaxe de longitude*:

λ = 2563",3 = log. 5.40881 log. cos. l' = 9.70635 log. sin. l' = 9.93502
Log. sin.² φ = 9.75558 log. sin. a = 8.77585 log. cos. a = 9.99922
1453" = log. 3.16239 log. 8.48218 log. sin. b = 9.63185
(I) = −0,03035 Log. 9.56609
(II) = −0,36821 (II) = −0,36821
X = −0,39856 Log. X = 9.6005 (*neg.*)
Log. $\frac{333}{334}$ = 9.9987
Log. sin. 2φ = 9.9961
Log. π = 3.5178 sécante B = 1;
− 1298" = log. 3.1131

$$\Delta = (+1453''-1298'')\ \Delta\left(\frac{n}{m}\right) = 155''\ \Delta\ \left(\frac{n}{m}\right).$$

Pour la *parallaxe de latitude :*

$p = 1421''$ log. $= 3.15260$ log. $\pi = 3.5178$

log. sin. ¹ $\varphi = 9.75358$ log. cos. $b = 9.9566$

$+\ 806''$ log. $= 2.90618$ log. cos. $a = 9.9992$; cos. $B = 1$;

$+\ 2972'' =$ log. 3.4730

$$\Delta p = (806'' + 2972'')\ \Delta\left(\frac{n}{m}\right) = 3778''\ \Delta\left(\frac{n}{m}\right).$$

Les grandes opérations géodésiques exécutées en France donnent, pour l'aplatissement de la terre, $\frac{1}{148}$. Pour ramener les parallaxes calculées pour un sphéroïde aplati de $\frac{1}{114}$, au rapport des axes de $\frac{147}{148}$, nous aurons :

$\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$

$= 0{,}9932432 - 0{,}9970057 = -0{,}0037625$; par conséquent :

$\Delta\lambda = 155'' \times -0{,}0037625 = -0'',58$ et $\lambda = +\ 42'\ 43'',35 - 0'',58 = +\ 42'\ 42'',77$

$\Delta p = 3778'' \times -0{,}0037625 = -\ 14'',22$ et $p = 23'\ 41'',14 - 14'',22 = 23'\ 26'',92.$

Le coëfficient de la correction de latitude étoit $2{,}117 = \alpha'$; le facteur m' $= 2{,}113$; $T' = 20^h\ 34'\ 7'',6$ ¹ : donc le temps de la conjonction de la lune et du soleil, en supposant un aplatissement de $\frac{1}{148}$, sera :

$$20^h\ 34'\ 7'',6 - 14'',22 \times 2{,}117 - 0'',58 \times 2{,}113 = 20^h\ 33'\ 36'',3.$$

En calculant directement ce temps de la conjonction, j'ai trouvé, à un *quart de seconde* près, le même résultat que par mes formules différentielles.

Un calcul analogue m'a donné, pour le temps de la conjonction à l'observatoire de Palerme, $21^h\ 17'\ 57'',3$, et pour la différence des méridiens entre cette ville et Paris, $44'\ 21''$. En supposant l'aplatissement de la terre de $\frac{1}{114}$, j'ai trouvé $15''$ en temps de moins, ou $44'\ 6'',1$. Ce dernier résultat est précisément celui que l'on a adopté jusqu'ici pour la véritable longitude de Palerme. Cette harmonie prouveroit en faveur de l'aplatissement de $\frac{1}{114}$, si la longitude de $44'\ 6''$ ne reposoit pas elle-même sur des observations calculées pour un sphéroïde de $\frac{1}{110}$ à $\frac{1}{114}$. Des comparaisons de ce genre ne peuvent donner des résultats concluans, qu'en se servant d'observations qui sont indépendantes de la figure de la terre.

M. *de Zach* [2] a proposé, en 1786, de déterminer, au moyen du transport

[1] Réduit à l'observatoire impérial.

[2] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1794, S. 202.

du temps, la différence des méridiens de deux lieux très-éloignés l'un de l'autre. En observant dans ces lieux un certain nombre d'occultations d'étoiles, on pourroit en déduire des différences de longitudes calculées d'après plusieurs hypothèses d'aplatissement. L'hypothèse qui s'accorderoit le mieux avec les résultats chronométriques, seroit celle à laquelle il faudroit donner la préférence: mais comme, dans ce genre d'observations, il ne s'agit que d'un très-petit nombre de secondes, il sera assez difficile d'obtenir une grande exactitude. Barcelone et la petite île de Formentera se trouvant liées, par les opérations géodésiques de MM. *Arago* et *Biot*, avec l'observatoire de Paris, et presque sur le même méridien avec lui, on pourroit déterminer chronométriquement la différence des méridiens de Formentera et de Palerme. Soit cette différence des méridiens $= L$, celle qui résulte de l'observation d'une occultation $= L' \pm \alpha\,\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$, nous aurons :

$$\pm\,\alpha\,\Delta\left(\frac{n}{m}\right) = L - L';$$

par conséquent :

$$\Delta\left(\frac{n}{m}\right) = \pm\,\frac{L - L'}{\alpha}$$

et le rapport des deux axes de la terre $= \frac{n}{m} \pm \Delta\left(\frac{n}{m}\right)$, le rapport de $\frac{n}{m}$ étant celui que l'on supposoit dans le calcul. Des observations de culminations de la lune pourroient aussi faire connoître la véritable différence de longitude entre deux observatoires. La parallaxe d'ascension droite de la lune, lors de son passage par le méridien, étant zéro, ce résultat seroit non-seulement indépendant de l'aplatissement de la terre, mais même préférable à des observations chronométriques.

Les formules que nous avons données plus haut sont d'autant plus utiles dans ces recherches que, sans recommencer le calcul, l'on peut trouver de suite quelle auroit été la différence des méridiens pour un aplatissement quelconque. MM. *Bohnenberger* [1] et *Lindenau* [2] ont publié des formules analogues pour $\Delta\lambda$ et Δp; et, pour éviter l'emploi du Nonagésime, ils ne se sont servis que d'élémens géocentriques. Comme il est indispensable de connoître les élémens apparens, j'ai cru pouvoir me servir du Nonrgésime,

[1] *Anleitung zur geographischen Ortsbestimmung*, S. 404.

[2] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1806, *october*, S. 313.

et je me flatte que mes formules offrent plus de facilité au calculateur. Quant à leur exactitude, je puis assurer qu'elles donnent constamment $\Delta\,\lambda$ et $\Delta\,p$ à 0",1 près.

Si l'on veut cependant éviter le calcul du *Nonagésime*, on pourra le faire en se servant de la méthode des ascensions droites, comme nous allons le prouver succinctement. Soit D, l'angle horaire de la lune, ou la différence entre l'ascension droite de cet astre et celle du point de l'équateur, qui, lors du temps de l'observation, passe par le méridien; δ, la déclinaison vraie; δ', la déclinaison apparente de la lune; π, sa parallaxe horizontale; p', la parallaxe d'ascension droite; et $p^{\circ} = \delta' - \delta$, la parallaxe de déclinaison; nous aurons:

$$\sin.\,p' = \frac{\sin.\,\pi\,\cos.\,\varphi'\,\sin.\,(\mathrm{D}+p')}{\cos.\,\delta} \text{ ou assez exactement}$$

$$p' = \pi\,\sin.\,(\mathrm{D}+p')\text{ sécante }\delta\,\cos.\,\varphi'$$

$$\Delta\,p' = -\,\pi\,\sin.\,(\mathrm{D}+p')\text{ sécante }\delta\,\sin.\,\varphi'\,\Delta\,\varphi' \text{ ou}$$

$$\Delta\,p' = -\left(\pi\,\sin.\,(\mathrm{D}+p')\text{ sécante }\delta\,\sin.\,\varphi'\right)\left(\frac{n\,\sin.\,2\,\varphi}{m}\right)\Delta\left(\frac{n}{m}\right);$$

car $\mathrm{D}+p'$ peut être regardé comme constant.

$$p^{\circ} = \pi\,\sin.\,\phi'\,\cos.\,\delta' - \pi\,\cos.\,(\mathrm{D}+p')\,\cos.\,\phi'\,\sin.\,\delta' + \ldots\ldots$$

$$\Delta\,p^{\circ} = \pi\,\cos.\,\delta'\,\cos.\,\phi'\,\Delta\,\phi' + \pi\,\cos.\,(\mathrm{D}+p')\,\sin.\,\delta'\,\sin.\,\phi'\,\Delta\,\phi' \text{ ou}$$

$$\Delta\,p^{\circ} = \left(\pi\,\cos.\,\delta'\,\cos.\,\phi' + \pi\,\cos.\,(\mathrm{D}+p')\,\sin.\,\delta'\,\sin.\,\phi'\right)\left(\frac{n\,\sin.\,2\,\phi}{m}\right)\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$$

δ' étant regardé comme constant. Posons dans cette équation $\cos.\,(\mathrm{D}+p')\,\mathrm{tang.}\,\varphi' = \mathrm{tang.}\,\mathrm{V}$, nous obtiendrons:

$$\cos.\,\phi'\left(\cos.\,\delta' + \mathrm{tang.}\,\phi'\,\cos.\,(\mathrm{D}+p')\,\sin.\,\delta'\right)$$

$$= \frac{\cos.\,\phi'}{\cos.\,\mathrm{V}}\left(\cos.\,\delta'\,\cos.\,\mathrm{V} + \sin.\,\delta'\,\sin.\,\mathrm{V}\right);$$

par conséquent:

$$\Delta\,p^{\circ} = \left(\frac{\pi\,\cos.\,\phi'\,\cos.\,(\delta'-\mathrm{V})}{\cos.\,\mathrm{V}}\right)\left(\frac{n\,\sin.\,2\,\phi}{m}\right)\Delta\left(\frac{n}{m}\right).$$

Pour trouver les variations dépendantes de celle de la parallaxe horizontale, rappelons-nous que

$$\Delta\,p' = (p'\,\sin.^2\,\phi)\,\Delta\left(\frac{n}{m}\right) \text{ et } \Delta\,p^{\circ} = (p^{\circ}\,\sin.^2\,\phi)\,\Delta\left(\frac{n}{m}\right),$$

de sorte que la variation qu'éprouvent les parallaxes d'ascension droite et de

déclinaison, par le changement du rapport des axes, ou par $\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$, sera exprimée par l'équation suivante:

$$\Delta\,p' + \Delta\,p^{\circ} = \left(p'\,\sin.^2\,\phi + \frac{\mathrm{X}'\,n\,\sin.\,2\,\phi}{m}\right)\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$$

$$+\left(p^{\circ}\,\sin.^2\,\phi + \frac{\mathrm{Y}'\,n\,\sin.\,2\,\phi}{m}\right)\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$$

$$\Delta\,\mathrm{T}' = \alpha'\,\Delta\,p^{\circ} + m'\,\Delta\,p'.$$

Dans ces équations, X' et Y' désignent les coëfficiens respectifs de $\frac{n\,\sin.\,2\,\phi}{m}$ dans les équations données pour $\Delta\,p'$ et $\Delta\,p^{\circ}$; α, le coëfficient de la correction de la déclinaison de la lune; et m', le rapport entre le temps et le mouvement relatif des astres. Ces expressions sont même si simples qu'on pourroit facilement les réduire en tables auxiliaires.

Maintenant, pour comparer l'influence de l'aplatissement de la terre sur les résultats tirés de l'observation d'un passage à l'influence qu'exerce cet aplatissement sur les résultats d'une occultation, il faut supposer que la planète et la lune aient la même position par rapport à l'horizon et au soleil. Nos formules font voir que les variations qu'éprouvent les parallaxes de longitude et de latitude par $\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$ sont à peu près proportionnelles aux variations de la parallaxe horizontale de l'astre. Or, la parallaxe horizontale de la lune étant 100 à 300 fois plus grande que celle des planètes inférieures, sa variation dépendante de $\Delta\left(\frac{n}{m}\right)$ sera aussi d'autant plus grande. Il en résulte que, quoique le mouvement de la lune soit beaucoup plus rapide que celui des planètes inférieures, les passages ont le grand avantage sur les occultations et les éclipses, que la figure de la terre influe beaucoup moins sur la différence des méridiens qu'on en déduit. Dans l'exemple que nous avons donné plus haut, la longitude géographique, qui résulte de l'observation d'une éclipse de soleil, se trouvoit changée de 15" en temps, en supposant un aplatissement de $\frac{1}{334}$ au lieu de $\frac{1}{148}$. Si, au lieu de la lune, Mercure avoit été placé entre le soleil et la terre, la variation du rapport des axes terrestres n'auroit pas changé la longitude d'une seconde de temps.

4. Ascensions droites de la lune et angles horaires de cet astre.

Dans la méthode des *distances lunaires*, l'on cherche à déterminer l'angle que forme, au centre de la terre, la lune avec le soleil et les étoiles; dans la méthode que nous allons exposer, on détermine, pour un moment donné, l'angle que forment les astres au pole de l'équateur. Si l'on connoît l'instant auquel, dans un autre endroit, le même angle, ou la même différence d'ascensions droites, a été observé, on trouve, par la différence des temps, la longitude des lieux de l'observation. Deux méthodes conduisent à la résolution de ce problème, celle *des passages* et celle des *hauteurs de la lune*. Dans la première, on observe, soit à la machine parallactique, soit à la lunette méridienne, les passages des astres : dans la seconde, on détermine l'angle horaire de la lune par son élévation au-dessus de l'horizon.

Il paroît que c'est *Jean Krabbe*[1], géomètre allemand, qui, le premier, a proposé de déterminer la longitude géographique des lieux, par l'observation des ascensions droites de la lune. Il n'ajouta à des considérations théoriques que le calcul d'un exemple fictif : le célèbre navigateur anglois, *William Baffin*[2], pendant son voyage aux régions glaciales du nouveau continent, observa le premier, le 9 juillet 1612, à Cookingssound en Grœnlande, le passage de la lune au méridien à $4^h\ 17'\ 24''$, temps vrai. Sachant, d'après les éphémérides de ce temps, que la lune étoit, au méridien à Londres, à $4^h\ 25'\ 34''$, Baffin conclut de son observation qu'il se trouvoit à 60° 30′ à l'ouest de Londres : il remarque en même temps « que ce genre d'observation offre des difficultés assez grandes, mais qu'il donneroit des résultats très-précis, si l'observation étoit faite avec soin, et si les éphémérides étoient exactes. » Trois ans plus tard, le même navigateur fit une nouvelle application de la méthode des passages; il fut très-satisfait des résultats qu'il obtint, et il affirma « que la géographie seroit basée sur des fondemens plus solides si l'on avoit beaucoup d'observations de ce genre faites au cap de Bonne-Espérance, au Japon, à la Nouvelle-Albion et au détroit de Magellan[3]. » Malgré les essais de Baffin, la méthode des ascensions droites fut presque oubliée, jusqu'à ce que *Leadbeater*[4] la proposa de nouveau en 1735; *Bouguer*[5], *Pingré*[6] et

[1] *Neues Astrolabium summt dessen Nutzen und Gebrauch, etc., durch Johannem Krabbium von Münden* 1608. Voyez *Kästner's Geschichte der Mathematik, Band II*, S. 420.

[2] *Purchas his Pilgrims, Part. III.**, p. 831.

[3] *L. c.*, p. 839.

[4] *Uranoscopia*, p. 146. Dans la même année, *La Jonchère* proposa encore, pour résoudre le problème des longitudes, d'observer la lune et les étoiles au moment de leur passage à un fil suspendu verticalement. Voyez *Découvertes des longitudes par La Jonchère.*

[5] *Traité de navigation*, L. IV, Ch. 8.

[6] *État du ciel pour* 1754, p. 153.

M. *Maskelyne*[1] la recommandèrent aux marins. *Edward Pigot*[2] détermina la longitude de York par l'observation des passages de la lune; et récemment encore MM. *de Zach* et *Brühl*[3] ont constaté l'utilité de cette méthode par des observations multipliées. M. *Triesnecker*[4] a calculé avec soin les observations de ce genre faites par le célèbre *Cook*, pendant le cours de ses voyages autour du monde. Il a obtenu des résultats de longitude qui s'accordent, à 1″,5 et 3″ près, avec les observations des occultations d'étoiles, tandis que d'autres méthodes fournissent des résultats qui s'en éloignent de 25″, 40″, et même de 72″ en temps. Enfin, M. de *Lindenau*[5] a discuté, dans un savant mémoire, le degré de confiance que mérite la détermination des longitudes par l'observation des passages de la lune. D'après lui, l'erreur dont une observation isolée peut être affectée, ne s'élève qu'à 15″ de temps, si l'observation a été faite par des astronomes exercés.

Soit, pour un lieu L, l'ascension droite vraie de la lune = R; le temps moyen de l'observation = M : soient, pour un autre lieu L′, situé plus à l'ouest, ces mêmes quantités R′ et M′; le mouvement de la lune en ascension droite, pendant douze heures = *m*; et la différence des méridiens = D; nous aurons :

$$D = \frac{12\,(R'-R)}{m} - (M'-M).$$

On aura observé la même ascension droite de la lune R′

à L à l'instant : $M - \dfrac{12\,(R'-R)}{m}$

à L′ à l'instant M′;

par conséquent,

$$D = \frac{12\,(R'-R)}{m} - (M'-M),$$

ou, en exprimant tout en secondes,

[1] *Nautical Almanac for the year* 1769.

[2] *Philosophical Transactions for the year* 1786, p. 409 et suiv.

[3] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1795, S. 250; *für* 1799, S. 92. Voyez aussi *Vince, a treatise on practical astronomy; Gavin Lowe*, dans *Zach Monathliche Correspondenz für* 1803, *september*, S. 277. *Wollaston fasciculus astronomicus; Makay, the theory and practice of finding the longitude at sea or land; Archibald*, dans les *Transactions of the Irish Academy*, Vol. VI, p. 193.

[4] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1806, p. 291.

[5] *Zach, Monathliche Correspondenz für* 1805, *september.*

$$D'' = 43200'' \left(\frac{(R'-R)''}{m''}\right) - (M'-M)''. \qquad (^1)$$

Pour pouvoir juger de l'exactitude des résultats obtenus par cette méthode, regardons m comme exact, et différencions l'équation par rapport à D, $R'-R$ et $M'-M$; nous aurons :

$$\Delta D = \frac{43200''}{m''} \Delta (R'-R) - \Delta (M'-M).$$

La quantité m atteindra son *maximum*, à peu près à $8^o = 28800''$; par conséquent, $\Delta D = 1{,}5 \Delta (R'-R) - \Delta (M'=M)$. L'ascension droite observée peut être en erreur de $3''$, même si elle a été observée sous des circonstances très-favorables. De plus, il est possible que les deux observations pèchent dans un sens contraire; alors $\Delta (R'-R)$ peut monter à $6''$ en arc, ce qui rendroit la longitude incertaine de *neuf secondes* en temps, et même de $12''$ à $14''$, si le mouvement de la lune est moins rapide. La parallaxe d'ascension droite de la lune étant zéro, lors du passage de cet astre, il est convenable de faire les observations très-près du méridien; alors on évitera l'erreur provenant de l'incertitude qui reste encore sur l'aplatissement de la terre. En comparant la lune avec les mêmes étoiles, on n'aura pas même à craindre de grandes erreurs causées par la position de la lunette méridienne, car il ne s'agit que de connoître la différence des ascensions droites.

La méthode, telle que nous venons de la présenter, ne peut être employée avec succès que sur terre et dans les observatoires munis de lunettes méridiennes. Pour la rendre utile aux navigateurs, et même aux voyageurs qui parcourent le continent, il faut substituer l'observation des hauteurs de la lune à celle des passages. En connoissant la latitude du lieu de l'observation, la déclinaison et la hauteur de la lune, on trouve facilement l'angle horaire de cet astre; et cet angle, comparé au temps de l'observation, donne l'ascension droite. Nous ne discuterons point ici si le landgrave *Guillaume de Hesse* et son astronome *Rothmann* ont eu les premiers l'idée heureuse de déterminer les longitudes géographiques par le moyen des hauteurs lunaires. Le passage

[1] Il sera bon de prendre m à peu près égal à $R'-R$, et de manière que le mouvement de la lune corresponde à l'intervalle des temps des observations.

de la lettre de Rothmann [1], que l'on cite comme une preuve, peut s'appliquer également à l'observation des distances lunaires, ou à celle des passages de cet astre par le méridien. *Abraham de Graaf*, un des géomètres les plus distingués de la Hollande, s'expliqua plus positivement sur la *méthode des hauteurs*, dans un petit traité qui porte pour titre : *Redenering over het vinden der Lengte op zee* (1691 in-4.°). L'astronome anglois, *Leadbeater*, en parla aussi vers le milieu du dernier siècle; mais ce fut *Pingré* [2] qui s'en occupa le premier avec succès. Il exposa comment on peut déterminer l'ascension droite de la lune par l'observation de sa hauteur apparente; et, pour faciliter l'usage de cette méthode, il calcula les angles horaires de cet astre pour le méridien de Paris. Tandis que Pingré recommandoit aux astronomes les hauteurs de la lune comme un nouveau moyen de déterminer les longitudes, *Lacaille* [3] s'opposoit vivement à cette innovation, en assurant que les erreurs de la nouvelle méthode peuvent s'élever, sous de certaines circonstances, à $35^o\ 18'$; étendue en longitude qui égale presque celle de la Méditerranée depuis Cadix jusqu'à Smyrne. Lacaille suppose une incertitude de $2'$ dans la déclinaison de la lune, une erreur de $4'$ dans la latitude du lieu d'observation, et une pareille erreur dans la hauteur de la lune. On ne sauroit disconvenir que ces évaluations ne soient exagérées : la méthode des hauteurs lunaires est moins incertaine que ne l'affirme Lacaille; mais, pour obtenir des résultats suffisamment exacts, il faut supposer ou que trois élémens soient exempts d'erreurs, ou qu'ils agissent de manière que les erreurs partielles se détruisent mutuellement.

Soit la hauteur vraie de la lune $= H$, sa déclinaison $= \delta$, la latitude du lieu $= \varphi$; nous aurons pour t, ou l'angle horaire de cet astre :

$$\cos. t = \frac{\sin. H - \sin. \varphi \sin. \delta}{\cos. \varphi \cos. \delta},$$

et par suite, ascension droite de la lune, $R =$ temps moyen + longitude moyenne

[1] *Tychonis Brahe, Dani, Epistolarum astronomicarum* L. I, p. 30, *editio* 1591 in-4.° *Rothmann* écrit à Tycho de Brahe : « Si eam eclipsim (celle du 7 novembre 1584) observare non potuisti, alia nobis via ingredienda erit, ut differentiam inter meridianos nostrorum locorum nanciscamur; quod commode per lunam fieri posse puto, si eam una et eadem die aut etiam diebus non multum a se distantibus uterque simul diligenter observaverimus. Ita enim separata parallaxi, per motum ex observationibus inventum facile quæsitum patebit. »

[2] *État du ciel pour* 1754.

[3] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1759, p. 63 et suiv.

du soleil $\pm t = T + \odot \pm t$. En différenciant l'équation qui exprime t, par rapport à H, φ et δ, nous obtiendrons :

$$\Delta t = -\left(\frac{\cos. H}{\sin. t \cos. \varphi \cos. \delta}\right) \Delta H + \left(\frac{\text{tang.} \delta - \text{tang.} \varphi \cos. t}{\sin. t}\right) \Delta \varphi$$

$$+ \left(\frac{\text{tang.} \varphi - \text{tang.} \delta \cos. t}{\sin. t}\right) \Delta \delta,$$

et

$$\Delta R = \Delta T + \Delta \odot \pm \Delta t.$$

Il est très-difficile de juger de la valeur des coëfficiens de Δ H, $\Delta \varphi$ et $\Delta \delta$. Nous supposerons $\Delta \varphi$ et Δ H chacun de 15″, si l'observation a été faite au moyen d'instrumens de réflexion. L'erreur de la déclinaison de la lune, ou $\Delta \delta$, peut s'élever à 8″, ou à plus encore, si la longitude du lieu de l'observation est très-incertaine. Je me suis assuré que, pour nos latitudes, et dans les circonstances les plus favorables, le coëfficient de $\Delta \varphi$ sera de 0,75, et celui de Δ H de 1,5. Ces deux coëfficiens, réunis à celui de $\Delta \delta$, changeront facilement l'angle horaire t de 40″ à 45″ en arc. M. *de Lindenau* [1], dans une discussion semblable, a évalué l'incertitude que peuvent causer Δ H et $\Delta \delta$ à 30″ ou 35″. De plus, pour trouver la longitude du lieu de l'observation, il faut prendre dans les tables la longitude vraie de la lune qui peut être en erreur de 10″; et il faut calculer, par la longitude supposée de ce même lieu, la longitude moyenne du soleil qui peut être trop grande ou trop petite de 3″. Il résulte de l'ensemble de ces considérations que la longitude géographique, calculée d'après la *méthode des hauteurs de la lune*, peut être en erreur d'*une minute et demie* en temps.

On pourroit observer qu'il n'est pas probable que cinq erreurs agissent toutes dans le même sens; mais il ne faut pas oublier aussi que nous avons adopté, pour $\Delta \varphi$, Δ H, et $\Delta \delta$, des valeurs plutôt trop foibles que trop fortes. Quant au temps des observations, son influence est telle, que chaque seconde d'erreur change la longitude de 30″ de temps.

Examinons maintenant comment on peut diminuer les erreurs que nous venons d'indiquer. Si les tables de la lune ont été corrigées par de bonnes observations faites au méridien, $\Delta \delta$ peut être regardé comme *zéro ;* il en est de même de l'erreur de l'ascension droite de la lune empruntée de ces mêmes

[1] *Zach, Monathliche Correspondenz für* 1805, *november*, *S.* 549.

tables. Pour diminuer les erreurs qui proviennent de la non-rectification des instrumens, on pourroit observer des hauteurs correspondantes de la lune, afin d'en déduire le temps du passage de cet astre. Cette méthode a été particulièrement recommandée par *Lalande* [1], mais je crains que les calculs pénibles qu'elle exige ne soient un obstacle à son emploi. L'équation suivante donne la correction du temps du passage, dépendante du changement de déclinaison de la lune : pour des déclinaisons *boréales ;*

$$\sin. \frac{\Delta t}{2} = +\left(\text{tang.} \varphi - \cos. t. \text{ tang.}\left(\delta \pm \frac{\Delta \delta}{2}\right)\right) \left\{\frac{\sin. \frac{\Delta \delta}{2} \cos. \left(\delta \pm \frac{\Delta \delta}{2}\right)}{\cos. \delta \sin. \left(t \pm \frac{\Delta t}{2}\right)}\right\}$$

pour des déclinaisons *australes ;*

$$\sin. \frac{\Delta t}{2} = -\left(\text{tang.} \varphi + \cos. t \text{ tang.} \left(\delta \pm \frac{\Delta \delta}{2}\right)\right) \left\{\frac{\sin. \frac{\Delta \delta}{2} \cos. \left(\delta \pm \frac{\Delta}{2}\right)}{\cos. \delta \sin. \left(t \pm \frac{\Delta t}{2}\right)}\right\}$$

M. *de Lindenau* [2] observe avec raison que, lorsque la lune n'est pas entièrement éclairée, on ne peut pas toujours observer le même bord; de sorte que, pour déterminer le temps de son passage, on sera obligé de faire des réductions préalables. Soient H, la hauteur observée de la lune; m et n, la variation des ascensions droites de la lune et du soleil pendant le temps z; nous aurons :

$$\sin. \frac{\Delta t}{2} = \frac{\sin. (\text{semid. } ☽) \cos. (H \pm \text{semid. } ☽)}{\cos. \varphi \cos. \delta \sin. \left(t \pm \frac{\Delta t}{2}\right)}$$

et la variation du temps du passage de la lune $= \left(\frac{15 z}{15 z + m - n}\right) \Delta t.$

Jusqu'ici les astronomes se sont contentés de ces deux corrections des hauteurs correspondantes de la lune; elles ne me paroissent cependant pas suffisantes, parce que le mouvement de la lune n'est pas uniforme pendant l'intervalle des observations faites à l'est et à l'ouest du méridien. Nous savons que le mouvement de cet astre peut changer, dans une heure, de deux secondes et demie. Cette circonstance cause d'autant plus d'erreurs que, pour jouir de l'avantage d'un changement rapide, il faut, dans nos climats, prendre les hauteurs plusieurs

[1] *Astronomie de Lalande*, T. I, §. 937, *II.e édition.*

[2] *Zach, Monathliche Correspondenz für* 1805, *december*, S. 557.

heures avant et après le passage de la lune par le méridien. Posons qu'avant la culmination, la distance zénithale de l'astre soit $= z'\,\alpha$ (Pl. I, fig. 5), et après le passage $= z'\,\beta$, la lune se trouvant en α et β; dans ce cas, l'arc $z\,z'$ sera une portion du méridien, et $z'\,\alpha = z'\,\beta$. Supposons que le mouvement de la lune $= m'$ soit plus lent avant la culmination qu'après, il est évident que la lune se mouvant de β à α, ou de l'ouest à l'est, atteindra la distance zénithale $z'\,\beta$ plus tard que si son mouvement étoit resté tel qu'il étoit avant le passage de cet astre par le méridien. Le cercle de déclinaison de la lune correspondant au milieu des temps observés en α et β, ne coïncidera pas avec le point de l'équateur qui passoit alors par le méridien, même si la déclinaison de l'astre n'avoit pas changé pendant le temps des observations.

Les hauteurs correspondantes de la lune ont encore besoin d'une autre correction dépendante des variations de la parallaxe et de son demi-diamètre : la première peut s'élever à 2″ par heure, et la seconde à 0″,7. Supposons que la parallaxe soit plus grande de $\Delta\,\pi$ lorsque la lune se trouve en β, que lorsqu'elle fut observée en α, alors le demi-diamètre aura augmenté de $\frac{3\,\Delta\,\pi}{11}$. Il en résulte que la hauteur du bord supérieur de la lune auroit été plus petite de $\sin.\ z'\,\beta\,\Delta\,\pi - \frac{3\,\Delta\,\pi}{11}$ que dans le cas où la parallaxe n'auroit pas changé du tout. Comme, pour nos climats, les hauteurs correspondantes de la lune seront prises le plus souvent lorsque l'élévation de l'astre est de 30°, $\Delta\,\pi$ peut s'élever à 15″, et $\Delta\,z'\,\beta = \left(\sin.\,z'\,\beta - \frac{3}{11}\right)\Delta\,\pi$ atteindra 9″. En considérant que le plus grand changement de hauteur est $= -\Delta\,t\ \cos.\ \varphi$, nous trouvons que le temps du passage de la lune peut changer au moins d'une demi-seconde, et que par conséquent son ascension droite changera aussi de 7″ à 8″. On auroit donc commis une erreur de 15″ de temps dans la longitude du lieu, si l'on avoit regardé la parallaxe de la lune comme *constante*. Cette circonstance influe encore d'une autre manière sur le temps du passage, les parallaxes d'ascension droite ne restant pas les mêmes pour les angles horaires égaux observés avant et après le passage de la lune, si la parallaxe horizontale a changé pendant cet intervalle. Plusieurs astronomes [1], en observant des hauteurs correspondantes du soleil, ont eu égard aux variations de la réfraction, dépendantes

[1] M. de Zach, dans sa *Monathliche Correspondenz für* 1804, *märz*, S. 208. M. Flauguergues, dans la *Connoissance des Temps pour l'an* XIII, p. 413; *et pour* 1809, p. 369.

de l'état de l'atmosphère. Cette précaution est surtout nécessaire pour les observations de la lune, parce que leur intervalle est quelquefois de sept heures, et qu'il peut arriver qu'aux temps des quadratures, le soleil se lève ou se couche pendant le temps des observations. C'est précisément vers le lever et le coucher de cet astre que les variations de la réfraction sont les plus considérables. Soit $\Delta\,\rho$, la différence des réfractions observées avant et après le passage de la lune par le méridien; on aura, pour la correction du temps du passage:

$$\frac{\cos.\ \textit{hauteur apparente}\ \partial}{30\ \cos.\ \varphi\ \cos.\ \delta\ \sin.\ t}$$

Pour s'assurer davantage de l'exactitude du résultat de longitude, il sera prudent de prendre en même temps des hauteurs correspondantes d'une étoile qui se trouve assez près de la lune. La différence des temps de leurs passages par le méridien, exprimée en temps sidéral, sera la différence de leurs ascensions droites. Connoissant celle de l'étoile, on trouvera facilement l'ascension droite de la lune et la longitude géographique du lieu, comme nous l'avons vu plus haut. Souvent la position relative des astres est telle, qu'elle diminue l'influence des erreurs qui naissent de l'incertitude sur la latitude du lieu, et de l'imperfection de l'instrument employé.

L'équation suivante, que nous avons trouvée ci-dessus, $\Delta\,t = x\,\Delta\,\mathrm{H} + y\,\Delta\,\varphi + z\,\Delta\,\delta$, prouve évidemment que la différence d'ascension droite entre la lune et un autre astre peut être obtenue avec beaucoup de précision, lorsqu'on observe les deux astres du même côté du méridien. Il sera plus avantageux encore que l'étoile se trouve sur le parallèle de la lune même : dans ces cas, on obtiendra, avec assez de précision, la différence des ascensions droites, quoiqu'il y ait des erreurs dans les valeurs absolues. Si les circonstances ne permettent pas de prendre des hauteurs correspondantes de la lune, ou d'observer en même temps des hauteurs d'étoiles, il sera toujours prudent de prendre les hauteurs simples de la lune des deux côtés du méridien : car alors les coëfficiens de H, φ et δ seront diminués de beaucoup. En effet, nous avons vu plus haut que l'ascension droite de la lune, R, est exprimée par $\mathrm{R} = \mathrm{T} + \odot \pm t$; par conséquent, on obtiendra,

par les angles horaires *orientaux* : $\mathrm{R}' = \mathrm{T}' + \odot' + t' + \Delta\,t'$,

.... *occidentaux* : $\mathrm{R}'' = \mathrm{T}'' + \odot'' - t'' - \Delta\,t''$.

Le nombre des accens indique ce qui appartient à la première ou à la seconde observation. En employant cette dernière méthode, les formules de *Tempelhoff* [1] abrégeront de beaucoup le calcul.

Ces considérations prouvent sans doute que les erreurs de la méthode des hauteurs lunaires ne sont pas aussi grandes que *Lacaille* les supposoit; on voit en outre qu'elles se trouveront considérablement diminuées si, sous les conditions que nous avons énoncées plus haut, l'on observe la différence des ascensions droites entre la lune et les étoiles, au lieu d'observer l'ascension droite absolue de la lune. La méthode des hauteurs n'offre, sans doute, que très-peu d'utilité aux marins; mais, employée avec soin sur le continent, elle peut contribuer beaucoup aux progrès des connoissances géographiques.

5. Hauteurs de la Lune.

Dans le journal de navigation de Callao à Acapulco, dressé au mois de mars 1803, M. *de Humboldt* a discuté les circonstances sous lesquelles il peut être avantageux, sur terre, de déterminer la longitude d'un lieu par l'observation des *déclinaisons de la lune,* lorsque cet astre coupe le plan de l'équateur, époque à laquelle le changement en déclinaison est le plus rapide. Cette méthode, abandonnée à l'oubli, a été essayée en 1806 par M. *Dunbar*, astronome zélé, qui observe sur les bords du Mississipi. J'examinerai ici succinctement le degré de confiance que mérite ce genre d'observations qui, vers le milieu du dernier siècle, a déjà été proposé, tant dans un Mémoire présenté au parlement d'Angleterre, et portant pour titre : *The sailor's proposal* [2], que dans l'Astronomie des marins du père *Pezenas* [3]. M. *Dunbar* [4] observa, au fort Miro, au mois de novembre 1804, la hauteur méridienne de la lune, et en déduisit la déclinaison vraie. La longitude du fort, déterminée par cette observation, ne différa que de 2 à 6 secondes de temps de celle qui avoit été conclue des distances lunaires et du transport du temps. Quoiqu'il soit à supposer qu'une harmonie si grande aura été causée par la réunion de circonstances accidentelles, je crois cependant que

[1] *Bode's astron. Jahrbuch, I.ter Supplement-Band*, S. 214. Voyez aussi les observations de M. Klügel sur la méthode de Tempelhoff dans *Bode's astron. Jahrbuch für* 1801, S. 201; *Bohnenberger*, *Anleitung zur geogr. Ortsbestimmung*, S. 307; *Rhode*, *Parallaxen auf dem Sphäroid*, S. 33; *Wurm*, dans *Bode's astron. Jahrbuch für* 1809, S. 181.

[2] *Leadbeater Uranoscopia* 1735, p. 310.

[3] *Astronomie des marins, etc.*, 1776, *chapitre VI, problème IX*, p. 312.

[4] *Transactions of the American Philosophical Society, etc.*, Vol. VI, p. 277.

l'emploi de la *méthode des déclinaisons lunaires* peut contribuer aux progrès de la géographie; elle est d'autant plus avantageuse, qu'elle ne demande pas des calculs longs et pénibles.

Soit H', la hauteur apparente de la lune; ρ, sa réfraction; π, sa parallaxe horizontale sous l'équateur; π', la parallaxe horizontale, et φ, la latitude pour le lieu où l'observation a été faite; α, l'aplatissement de la terre; A, l'azimuth de la lune : nous aurons, d'après Mayer [1], la parallaxe de hauteur P', par

$$P' = \pi' \cos. H' - \alpha\pi \sin. 2\phi \sin. H' \cos. A,$$

et

$$P' = \pi' \cos. H' - \alpha\pi \sin. 2\varphi \sin. H',$$ si la hauteur de la lune a été prise au méridien même;

par conséquent :

$$\text{la déclinaison vraie de la lune} = (90^\circ - H') + \rho - P' - \phi$$
$$= \text{distance zénithale apparente} + \rho - P' - \phi.$$

Comme les déclinaisons de la lune doivent être observées lorsque cet astre se trouve très-près de l'équateur, les voyageurs qui ne sont pourvus que d'instrumens de réflexion et d'horizons artificiels, ne peuvent pas employer cette méthode dans les régions équinoxiales. Au contraire, dans la zone tempérée, la hauteur H' ne différera pas beaucoup de 45°, et le second terme de la formule $P' = \pi' \cos. H' - \alpha\pi \sin. 2\varphi \sin. H'$ sera à peu près $0,7\,\alpha\pi$. La parallaxe équatoriale de la lune est à peu près connue à 2″ près; ce qui ne suppose qu'une erreur de 1″,5 pour la hauteur de 45° : la réfraction correspondante à cette hauteur, peut être en erreur de la même quantité. En supposant que l'on ait observé la distance zénithale du bord de la lune, au moyen d'un cercle répétiteur, avec l'exactitude de trois secondes, l'on ne pourra pourtant être sûr qu'à cinq secondes près, de la distance zénithale du centre de la lune, parce qu'on observera très-rarement les deux bords à la fois, et qu'il peut y avoir 2″ d'erreur sur le diamètre de la lune. Il en résulte que les élémens de réduction peuvent rendre la déclinaison de la lune incertaine de 8″ à 9″. La variation de la déclinaison de la lune, lorsque cet astre passe par l'équateur, peut s'élever à 15″ dans une minute de temps; neuf secondes d'erreur ne changeront la longitude géographique que de 36″ de temps, si les tables lunaires donnent la vraie déclinaison. Dans le cas où l'on seroit obligé de se contenter de tables lunaires *non corrigées*,

[1] *Tabulæ motuum solis et lunæ, etc.*, p. CII, editio 1770.

cette longitude pourroit être en erreur de $36'' + 32'' = 1' 8''$ de temps; car la déclinaison calculée de la lune peut être inexacte à $8''$ près, comme nous l'avons vu plus haut.

Telles sont les limites d'erreur dont la méthode de déclinaison est susceptible sous les circonstances les moins favorables à l'observation, et lorsque toutes les incertitudes des élémens de réduction agissent dans le même sens sur le résultat. On parvient à détruire une grande partie de ces erreurs, si l'on peut se procurer des *observations correspondantes* faites à peu près sur le même parallèle. Dans ce cas, l'incertitude de la valeur absolue de la parallaxe équatoriale et du diamètre de la lune, de même que celle de la réfraction, disparoissent entièrement : car ce n'est que la différence des déclinaisons observées en deux endroits de la terre que l'on a besoin de connoître pour en déduire celle des méridiens. On peut alors répondre de $3''$ à $4''$ de la différence des déclinaisons, et de $12''$ à $15''$ de la différence de longitude, en supposant que les observations aient été faites par des astronomes exercés et munis de bons instrumens.

J'ai fait l'application de cette méthode à la détermination des longitudes de Greenwich et de Palerme; j'ai trouvé des résultats qui s'accordent à $10''$ près avec la véritable position des deux lieux. Comme cette harmonie très-satisfaisante peut fixer l'attention des astronomes, je consignerai ici le détail des observations et des élémens de réduction. J'aurois désiré calculer un plus grand nombre d'observations; mais je n'ai pu m'en procurer qui eussent été faites à l'époque à laquelle la lune se trouvoit près de l'équateur [1]. J'observe aussi que, le 14 août, les mesures des divisions intérieure et extérieure du mural de Greenwich différoient l'une de l'autre de $3'',5$; tandis qu'elles s'accordoient, le 13 août, à $0'',6$; et le 15 août, à $0'',2$ près. Si les deux dernières observations méritoient la préférence, nous aurions trouvé la longitude au moyen des déclinaisons lunaires, à quatre secondes près.

[1] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1798, S. 101.

Différence des méridiens de Greenwich et de Palerme, déterminée par des observations de la déclinaison de la lune.

A l'observatoire de *Greenwich*, latitude boréale, $51° 28' 40''$.

1794 AOUT.	TEMPS MOYEN.	DISTANCE ZÉNITHALE du bord supérieur DE LA LUNE.	BAROMÈTRE anglois.	THERMOMÈTRE extérieur.	RÉFRACTION d'après LA PLACE.	PARALLAXE de HAUTEUR.
le 13	$14^h\ 36'\ 14'',8$	$55°\ 14'\ 1'',0$	$30'',09$	$54°$	$1'\ 22'',6$	$49'\ 30'',3$
14	$15^h\ 29'\ 58'',8$	$50°\ 0'\ 37'',6$	$29'',90$	$54°$	$1'\ 8'',4$	$45'\ 54'',4$
15	$16^h\ 22'\ 25'',9$	$44°\ 59'\ 2'',7$	$29'',75$	$58°$	$0'\ 56'',8$	$41'\ 57'',7$

A l'observatoire de *Palerme*, latitude boréale, $38° 6'$ [illegible].

1794 AOUT.	TEMPS MOYEN.	DISTANCE ZÉNITHALE du bord supérieur DE LA LUNE.	BAROMÈTRE anglois.	THERMOMÈTRE extérieur.	RÉFRACTION d'après LA PLACE.	PARALLAXE de HAUTEUR.
le 13	$14^h\ 54'\ 14'',7$	$41°\ 55'\ 10'',5$ $\Delta\delta - 14'',5$	$29'',88$	$69°$	$0'\ 50'',16$	$40'\ 14'',6$
14	$15^h\ 27'\ 40'',8$	$36°\ 40'\ 43'',0$ $\Delta\delta - 14'',5$	$29'',82$	$69°,7$	$0'\ 41'',5$	$35'\ 46'',1$
15	$16^h\ 20'\ 29'',1$	$31°\ 37'\ 28'',0$ $\Delta\delta - 12'',6$	$29'',85$	$72°$	$0'\ 34'',2$	$31'\ 5'',4$

Résultats des observations correspondantes de déclinaisons.

AU MOIS D'AOUT 1794.	DIFFÉRENCE DE DÉCLINAISON observée.	CHANGEMENT DE DÉCLINAISON en 1^h de temps.	DIFFÉRENCE des MÉRIDIENS.	VALEUR RELATIVE.
1794, 13 août.	$694'',3$	$750'',0$	$0^h\ 53'\ 32''\frac{1}{2}$	0,83
14	$688'',3$	$742'',0$	$0^h\ 53'\ 49''\frac{1}{2}$	0,82
15	$638'',4$	$691'',0$	$0^h\ 53'\ 29''$	0,77

Terme moyen, $0^h\ 53'\ 37''$

Différence vraie des méridiens, $0^h\ 53'\ 27''$ à $0^h\ 53'\ 28''$.

Dans ce calcul, on suppose les latitudes des lieux d'observations exactement connues, supposition qu'on ne peut faire que pour un très-petit nombre de points sur le globe. En observant en même temps aux deux endroits la hauteur méridienne d'une même étoile, la latitude des lieux n'entre pas comme élément dans la formule, et on pourroit vraisemblablement répondre, à 15″ ou 25″ près, de la différence des méridiens. L'aplatissement de la terre joue un grand rôle dans ce genre d'observations, d'autant plus que, pour les hauteurs méridiennes, son influence atteint le *maximum*. Comme il n'est pas certain que cet aplatissement soit le même sur tous les parallèles, il est à désirer que les observations puissent être faites sous des latitudes peu différentes les unes des autres.

La hauteur méridienne de la lune, observée au moyen d'un sextant, sera le plus souvent incertaine de 10″. Ajoutons à cette quantité encore 5″ pour les erreurs des élémens de réduction; savoir : 3″ pour la parallaxe et la réfraction, et 2″ pour le demi-diamètre de la lune; et nous obtiendrons 15″ pour l'erreur dont la déclinaison de cet astre peut être affectée, si toutes les petites erreurs agissent dans le même sens. Ces erreurs rendront la longitude géographique incertaine à une minute de temps, et même à une minute et demie, si les tables lunaires n'ont pas été corrigées par des observations faites dans un endroit dont la position est exactement fixée. Si l'on a l'avantage de calculer d'après des observations correspondantes, la différence observée des déclinaisons peut être exacte à 10″ ou 13″ près, et la longitude géographique ne restera douteuse que de 40″ à 50″ de temps, en supposant exactes les latitudes des lieux d'observation.

Lorsqu'on a des doutes sur la rectification de l'instrument ou sur la latitude du lieu d'observation, il sera prudent d'observer en même temps la hauteur d'une ou de plusieurs étoiles; la différence des hauteurs méridiennes étant égale à celle des déclinaisons, on en déduira facilement la déclinaison vraie de la lune. L'erreur de longitude sera aussi diminuée de beaucoup, si l'on multiplie les observations de déclinaisons, ou si l'on emploie un *micromètre* pour obtenir de petites différences des hauteurs méridiennes de la lune et des étoiles. Je conseillerois surtout aux voyageurs de prendre, près du méridien, des hauteurs égales des étoiles et de la lune, lors de la culmination de la dernière; la différence entre les temps des observations des hauteurs *égales* donnera la différence de leurs hauteurs méridiennes, et par conséquent celle de leurs déclinaisons. La déclinaison de l'étoile étant connue, l'on connoît aussi celle de la lune. Cette méthode est analogue à celle proposée par *Horrebow*[1]

[1] *Horrebowii opera mathematico-physica*, T. III, p. 351.

et *Hell*[1] qui sert à déterminer la latitude géographique par des hauteurs égales des étoiles, dont l'une passe par le méridien au nord, et l'autre au sud du zénith.

Nous venons de traiter jusqu'ici des moyens employés pour déterminer la longitude des lieux par les distances lunaires, les éclipses de soleil et les occultations des étoiles et des planètes par la lune, les passages des planètes inférieures sur le disque du soleil, les ascensions droites de la lune, ses angles horaires et les différences de sa déclinaison. Examinons maintenant les phénomènes célestes qui ne sont pas affectés de l'effet de la parallaxe.

1. Éclipses de lune.

L'usage des éclipses de lune, dans la détermination des longitudes, remonte aux temps les plus reculés. D'après le témoignage de *Strabon*[2], *Hipparque* observa déjà que, sans la comparaison des éclipses de lune et de soleil, on ne pourroit savoir si un pays est situé à l'est ou à l'ouest de l'autre. *Pline*[3] paroît confirmer cette assertion en disant : « *Hipparchus situs locorum et* « *visus populorum complexus, ævo teste, haud alio modo, quam consiliorum* « *naturæ particeps.* » *Ptolémée*, dans sa Géographie, regarde également les éclipses de lune comme un excellent moyen de déterminer la distance des lieux[4]. C'est en effet par celle qui, onze jours avant la bataille d'Arbèle, inspira tant de terreur aux soldats d'Alexandre[5], que Ptolémée fixa la différence des méridiens entre Alexandrie, Carthage et Arbèle. Les commentateurs de l'Almageste et de la Géographie de Ptolémée suivirent son exemple.

Dans les temps modernes, aucun astronome n'a mieux connu les avantages qu'offrent ces phénomènes pour le perfectionnement des connoissances géographiques, que *Tycho de Brahe* : il insiste sur ce genre d'observations dans toutes ses lettres écrites au landgrave *Guillaume de Hesse* et à *Rothmann* ;

[1] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni 1771. Observatio transitus Veneris anni 1769 facta a Maximiliano Hell*, p. 22. M. Arzberger est parvenu à déterminer, à quelques secondes près, la longitude et la latitude de Cobourg, en ne se servant que d'une lunette propre à observer des hauteurs égales, et d'une montre dont la marche étoit peu uniforme. Voyez son petit Traité : *Versuch einer geographischen Ortsbestimmung ohne Winckelmesser und genaue Uhren*, 1801.

[2] Strabon, L. I, p. 7 (Vol. I, p. 18 de l'édition de Siebenkees). Ὁμοίως τὰς πρὸς ἕω παρακεχωρηκυίας ἢ πρὸς δύσιν μᾶλλον καὶ ἧττον, οὐκ ἂν γνοίη τις ἀκριβῶς, πλὴν ἢ διὰ τῶν ἐκλειπτικῶν ἡλίου καὶ σελήνης συγκρίσεων.

[3] *Plinii Historia naturalis*, L. II, c. 12 (9).

[4] L. I, c. 4.

[5] *Curtius*, IV, 9. *Arrian.* III, 7. *Plutarch. in vita Alexandri Magni*; *Diodorus Siculus*, XVII. *Plinius*, *H. N.* II, 72.

il dit avoir demandé aux astronomes d'Italie, d'Espagne et de Pologne, des observations correspondantes : « *ut ex iis et illis quæ ex Germania habere potero, meridianorum differentiam rectius quam hactenus factum est, discernam, atque ita geographiam, quantum fieri possit, emendem* [1]. »

Vers la fin du dix-septième siècle, les astronomes françois s'occupèrent avec beaucoup de succès du perfectionnement de la géographie par le calcul des éclipses de lune. L'observation de celle du 21 février 1682 servit à corriger la longitude de l'Asie orientale, qui, sur toutes les cartes de ce temps, étoit fausse de vingt-trois degrés [2]. La découverte d'une erreur si considérable contribua beaucoup à engager Colbert à envoyer des astronomes dans toutes les parties du monde pour perfectionner l'état des cartes géographiques. *La Hire*, *Cassini* et d'autres astronomes parcoururent la France, l'Italie, la Flandre et la Hollande; ils observèrent, outre les latitudes de plusieurs lieux, des éclipses de lune et de satellites de Jupiter, pour en déduire les longitudes. Les missionnaires, *Gouje*, *Tomas* et d'autres jésuites, firent des observations astronomiques dans l'est et le sud-est de l'Asie; *Varin*, *des Hayes* et *du Glos* furent envoyés aux Antilles; *Richer* partit pour Cayenne, et le père *Laval* pour la Louisiane. *Feuillée* rectifia la position des côtes de l'Amérique. En parcourant les journaux de ces voyageurs, on ne sauroit disconvenir que les observations des éclipses de lune n'aient été d'une utilité très-grande lors de la première réforme de la géographie.

Avant la découverte des lunettes, et même quelque temps après, on se bornoit aux observations des phases principales. *Michel Florent van Langren* [3], cosmographe du roi Philippe IV, proposa d'observer les *taches de la lune quand elles entrent ou sortent de l'ombre de la terre.* Cette méthode est aujourd'hui généralement adoptée, non seulement parce que ces observations sont susceptibles d'une plus grande précision que celles du commencement ou de la fin de l'éclipse, mais surtout parce qu'elles offrent l'occasion de multiplier les résultats de longitude, de manière que l'erreur dont chaque observation peut être affectée, est diminuée par la combinaison

[1] *Tychonis Brahe, Dani, Epistolarum astronomicarum* L. I, p. 266, *editio* 1610.

[2] *Zach, Geographische Ephemeriden, Band I. Vorrede*, S. 45.

[3] *Tractatus de vera longitudine terra marique per observationem macularum lunarium, quando obscurantur vel illuminantur, invenienda, auctore Langreno*, 1644, *Antwerpiæ*, *in-4.to*. *Van Langren* communiqua déjà, en 1632, aux États-généraux des Pays-Bas, une méthode d'observer les taches de la lune : il proposa même alors d'*observer le temps où les cimes des montagnes de la lune commencent à être éclairées par le soleil.*

de plusieurs observations correspondantes. Si l'on mesure, au moyen d'un micromètre, la grandeur des parties éclipsées, les observations correspondantes donnent immédiatement la différence des méridiens. On trouvera, dans le cours de cet ouvrage, l'emploi de ces diverses méthodes. Il seroit inutile d'exposer comment on déduit les longitudes de l'observation des éclipses de lune. Pour ne pas répéter ce que l'on trouve dans tous les traités élémentaires d'astronomie, je me bornerai à quelques considérations générales, en indiquant en même temps une méthode de calcul qui m'est propre, et que j'ai employée plusieurs fois avec succès.

Tous les astronomes savent combien la pénombre de la terre rend difficile l'observation exacte des éclipses, non seulement parce que l'ombre est rarement bien terminée et distincte de la pénombre, mais surtout parce que différens observateurs ne considèrent pas le même point comme limite entre les deux ombres. La pénombre se mêlant successivement avec l'ombre, on ne sauroit bien distinguer leurs véritables limites; et cette difficulté est encore augmentée par les différences sensibles qu'offrent le grossissement des lunettes et l'organisation de l'œil de l'observateur. Le père *Hell* [1] conseilla de n'employer, pour les éclipses de lune, que des lunettes d'un foible grossissement; mais M. *de Zach*, et surtout M. *Schröter* [2] ont prouvé que cette méthode manqueroit d'exactitude.

Lorsqu'on se trouve dans le cas de se servir d'anciennes observations d'éclipses, il faut les soumettre à une critique sévère, pour pouvoir déterminer le degré de confiance qu'elles méritent. Le moyen le plus sûr me paroît la comparaison avec les nouvelles tables lunaires. J'ai calculé directement cinquante éclipses de lune d'après ces tables, et je pense que les résultats auxquels je suis parvenu, sont aussi sûrs que s'ils étoient fondés sur des observations correspondantes. Le temps de l'opposition est donné par nos tables avec une exactitude surprenante. Il est plus difficile de déterminer avec précision le vrai demi-diamètre de l'ombre dépendant des parallaxes horizontales du soleil et de la lune, et du demi-diamètre du soleil. La Hire, Cassini et Lemonnier ont déjà observé que l'ombre projetée sur la lune est considérablement augmentée par l'atmosphère de la terre. *La Hire*, en calculant les éclipses de lune, ajouta 1′ et même 1′ 30″ au demi-diamètre de l'ombre; *Cassini* l'augmenta de 20″, et *Lemonnier* de 30″. *Lalande*, en discutant les observations de l'éclipse de lune, du

[1] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses* anni 1764, p. 203. « Tubi Dollondiani (dit Hell) aut « catadioptrici Newtoniani, si insignis sint præstantiæ, ob magnam claritatis vim, qua umbra diluta « nimis apparere solet, *ab hoc usu plane removendi.*

[2] *Bode astron. Jahrbuch für* 1796, S. 166.

18 mars 1783, trouva 36″ pour l'agrandissement causé par notre atmosphère [1]. *Mayer* et *Le Gentil* ont été également occupés à déterminer cet élément. Le dernier assure avoir observé que l'ombre de la terre doit être supposée plus ou moins grande, selon que l'ombre des régions polaires ou équatoriales de la terre est projetée sur le disque de la lune. Il pense que, dans le premier cas, le diamètre de l'ombre est augmenté de 100″; dans le dernier cas, de 40″. Il ajoute une table auxiliaire propre à évaluer la quantité de cet agrandissement pour toutes les régions de la terre, dont l'ombre est projetée sur la lune.

Mayer proposa, de son côté, d'ajouter constamment, au demi-diamètre de l'ombre, la *soixantième partie de la somme des parallaxes horizontales du soleil et de la lune*. Lalande [3] affirme que cette règle satisfait parfaitement aux observations; mais on doit craindre qu'il n'ait mal saisi la méthode du célèbre astronome de Gœttingue. « D'autres savans, dit Lalande, entre autres M. *Mayer*, pensent que la correction de l'atmosphère est toujours $\frac{1}{60}$ du diamètre de l'ombre, c'est-à-dire qu'il faut y ajouter autant de secondes qu'il y a de minutes. » Mayer avoit la coutume d'augmenter le diamètre de l'ombre de la soixantième partie des parallaxes horizontales, ce qui fait 16″ de plus que l'on n'obtiendroit par la supposition de Lalande. Il reste désormais douteux par laquelle des deux corrections ce dernier a cru pouvoir satisfaire aux observations.

Le père *Hell* [4], *Fixlmillner* [5], *Lambert* [6] et *Schubert* [7] ont aussi tâché de rectifier cette partie intéressante du calcul des éclipses de lune. Les résultats que ces savans ont obtenus, diffèrent peu de ceux de Mayer, et l'incertitude des observations rend en général ces recherches assez infructueuses. J'ai entrepris de déterminer de nouveau, par la comparaison d'un grand nombre d'observations faites avec tout le soin dont elles sont susceptibles, l'augmentation de l'ombre de la terre. Ayant trouvé, par des calculs longs et pénibles, que les résultats s'accordoient, tantôt avec l'hypothèse de Le Gentil,

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1783, p. 89.
[2] *L. c., pour* 1755, p. 36.
[3] *Astronomie de Lalande*, T. II, §. 1775, *édit. II.*e.
[4] *L. c.*, T. II, §. 1776.
[5] *Beyträge zur practischen Astronomie, übersetzt von Jungnitz.*
[6] *Decennium astronomicum, Acta astronomica Cremifanensia.*
[7] *Bode's astronomisches Jahrbuch für* 1776, S. 148; *für* 1777, S. 110.
[8] *L. c., für* 1794, S. 142.

tantôt avec celle de Mayer, j'ai préféré employer les deux méthodes à la fois. Les différences des résultats s'élèvent, dans de certaines circonstances, jusqu'à 1′ 30″ en temps [1], et même beaucoup au-delà.

J'ai eu égard en outre à quelques petites corrections dépendantes de la figure aplatie de la terre, et négligées jusqu'ici. Une projection orthographique de l'éclipse m'a servi pour déterminer le rayon elliptique correspondant au point de la surface de la terre, dont l'ombre touche le disque lunaire lors du commencement et de la fin de l'éclipse. J'ai donné, dans le cours de cet ouvrage [2], les formules par lesquelles le rayon elliptique peut être trouvé. J'observe ici seulement qu'il est des cas où les corrections changent la longitude de 20″ ou 30″ de temps. C'est en combinant un grand nombre d'observations, que je suis parvenu souvent à diminuer les erreurs qui proviennent de l'extrême difficulté de reconnoître exactement la limite entre l'ombre de la terre et la pénombre. J'ai examiné la durée observée de l'éclipse par des calculs directs, fondés sur les tables de Triesnecker et de Bürg, et sur mes propres tables construites d'après la théorie de M. La Place. Si la grandeur de l'éclipse est assez considérable, ces tables donnent la durée avec beaucoup de précision.

Tout ce que nous avons dit de l'obscurcissement du *bord*, peut s'appliquer également aux observations des *taches*. La force de la vue, la transparence de l'air, et d'autres circonstances, modifient considérablement l'estime des limites entre l'ombre et la pénombre. Il est même probable que ces limites se présentent différemment au commencement de l'éclipse et vers la fin, soit parce que l'état du ciel a changé, soit parce que la lune se trouve à d'autres hauteurs sur l'horizon. *Lambert* a énoncé des idées ingénieuses sur les différentes couleurs que présente l'ombre de la terre pendant les éclipses, selon que les rayons solaires rasent les mers ou les continens de notre globe. Toutes ces circonstances contribuent sans doute à rendre variables les limites des deux ombres; en effet, au commencement de l'éclipse, c'est l'ombre de la partie occidentale de la terre, et à la fin, c'est l'ombre de la partie orientale qui est projetée sur la lune.

Les astronomes qui ont vécu au commencement du dix-huitième siècle, et dont j'ai discuté les observations dans le cours de cet ouvrage, ont observé quelquefois les éclipses des taches lunaires. Je n'ai fait usage de leurs observations que dans le cas où j'ai pu me procurer des observations correspondantes. Comme il est

[1] *Voyez* plus bas T. II, p. 30; p. 335.
[2] Volume II, p. 28 et p. 333.
[3] *Bode astronomisches Jahrbuch für* 1776, S. 148 et suiv.; *für* 1777, S. 110.

très-rare de trouver indiquées à la fois les immersions et les émersions des taches, on est privé de tout moyen propre à diminuer l'influence d'une estime erronée des limites entre l'ombre de la terre et la pénombre. J'aurois pu suppléer au défaut d'observations correspondantes par un calcul très-pénible ; mais plusieurs considérations m'en ont empêché. Pour suppléer aux observations, il auroit fallu faire la projection orthographique du disque lunaire, en ayant égard à la *libration*, afin de pouvoir marquer les taches selon leur longitude et leur latitude *sélénographiques*, que l'on ne peut regarder comme assez exactement connues. Depuis *Mayer* [1] et *Lambert* [2], peu d'astronomes se sont occupés de ce travail important, et je ne pouvois me servir des observations de MM. *Arago* et *Bouvard*, parce que les résultats de leurs dernières recherches n'ont point encore été publiés. On pourroit craindre aussi que la figure de ces taches ne soit sujette à des variations périodiques. Plusieurs astronomes [3] ont déjà soupçonné qu'il faut augmenter le diamètre de l'ombre pour l'observation des taches situées près du bord de la lune, et qu'il faut diminuer ce diamètre pour les taches situées vers le milieu du disque. Il seroit en outre assez inutile de déterminer par un travail pénible, pour un instant donné, la position sélénographique des taches, parce que les anciens astronomes ont l'habitude de ne jamais indiquer si leurs observations se rapportent aux bords ou au centre des taches lunaires.

M. de Humboldt, dans le cours de son expédition, a renoncé à l'observation des immersions et des émersions des taches ; il a préféré une méthode qui mériteroit d'être généralement suivie, celle de mesurer les progrès de l'éclipse avec un instrument de réflexion. Ce moyen avoit déjà été proposé par *Wales* [4] qui observa l'éclipse de soleil de 1774, en mesurant, au moyen du sextant, les parties éclairées du disque solaire et les distances des cornes. *James King* [5], qui accompagna le capitaine Cook pendant son voyage autour du monde, observa de la même manière l'éclipse de soleil du 4 juillet 1777. La réduction de ce genre d'observations n'exige pas de longs calculs ; il ne s'agit que de déterminer, pour un autre lieu dont la longitude est connue, le temps où une partie égale et aliquote du disque de la lune a été éclipsée

[1] *Opera inedita Tobiæ Mayeri*, Vol. I, p. 104.
[2] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1776, S. 134.
[3] *L. c.*, S. 146 et 147.
[4] *The original astronomical observations by Wales and Bayly*, p. 101.
[5] *The original astronomical observations by Bayly*, p. 16.

par l'ombre de la terre. J'ai parlé plus au long de cette méthode dans le cours de cet ouvrage [1], et il suffira de répéter ici qu'il faut exprimer la largeur mesurée du disque lunaire, β, en parties du diamètre apparent Δ', ou par $\frac{\beta}{\Delta'}$, parce que, dans tous les pays où l'on voit l'éclipse, on observe dans un même instant, une partie éclipsée de la lune, dont la largeur est différente, selon l'élévation de cet astre au-dessus de l'horizon. Si, par exemple, le diamètre horizontal de la lune est $= 32'\ 0''$, une éclipse de six pouces sera de $16'\ 0''$ pour un observateur qui voit la lune près de l'horizon ; tandis que, pour un autre, cette valeur augmente de $15''$, si la lune est peu éloignée du zénith. Il en résulte que la partie éclipsée ne sera pas de $16'\ 0''$, pour les deux observateurs, dans le même instant.

M. de Humboldt, dans son journal astronomique, recommande aux marins d'observer les éclipses de lune, par cette méthode et avec des instrumens de réflexion, toutes les fois que l'occasion s'en présente. Je pense également qu'elle mérite de fixer l'attention des voyageurs, parce qu'elle leur offre le grand avantage de pouvoir multiplier la mesure des angles, et de diminuer par là les erreurs dont les observations partielles peuvent être affectées.

2. Satellites de Jupiter.

C'est avec la découverte des lunettes qu'a commencé une époque remarquable dans les annales de l'astronomie et de la géographie. *Simon Mayer* ou *Marius* découvrit, à Anspach en Franconie [2], au mois de novembre 1609, les satellites de Jupiter. *Galilée* [3] et *Harriot* [4] les observèrent au commencement de l'année 1610. Mais ce ne fut que quelques années plus tard, que *Galilée* remarqua le premier les avantages que ces petits astres peuvent offrir à la détermination des longitudes géographiques. *Peyresc* [5] tenta de construire des tables propres à calculer les révolutions périodiques des satellites : il fonda ses calculs sur les observations de *Galilée* et de *Kepler*, et réussit ainsi à prédire leurs positions relatives ; de manière qu'en observant les satellites de Jupiter, en différens lieux de la terre, on

[1] Volume II, p. 266.
[2] *Simon Marius Fränkischer Kalender*, 1612.
[3] *Nuncius Sidereus*.
[4] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1788, S. 152. *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1803, *julius*, S. 43
[5] *Nicolai Claudii Fabricii de Peyresc vita per Gassendum*, 1641, in-4.^to, p. 131.

pouvoit à peu près déterminer la différence des méridiens, entre ces lieux et l'endroit pour lequel les tables avoient été construites. On envoya dès-lors un observateur à Alep pour essayer l'utilité pratique de cette méthode; l'expérience prouva qu'elle étoit très-imparfaite; *Peyresc* l'abandonna entièrement, lorsqu'il apprit que *Galilée* et *Kepler* s'occupoient de ce problème important.

Galilée [1] construisit des tables des satellites de Jupiter; en 1612, il proposa au roi d'Espagne de résoudre le problème des longitudes, mais il demanda une récompense pécuniaire si considérable que la cour de Madrid rompit les négociations entamées à ce sujet. A la même époque, un médecin françois, *Morin*, présenta au cardinal Richelieu un mémoire sur la détermination des longitudes par les observations des distances de la lune au soleil et aux étoiles [2]. *Beaugrand*, un des commissaires nommés pour examiner ce mémoire, demanda des conseils à *Galilée* : cette circonstance engagea celui-ci à revenir sur sa première méthode. Il s'en occupa de nouveau avec zèle, et en 1636 il proposa aux états-généraux des Pays-Bas de leur communiquer la solution du problème des longitudes. Le gouvernement hollandois demanda à la fois des éphémérides des satellites de Jupiter, des lunettes propres à observer ces astres, et des moyens de remédier aux difficultés que le mouvement du vaisseau oppose à l'exactitude des observations. Il envoya à *Galilée* deux astronomes hollandois, *Hortense* et *Bleauw*, pour l'aider dans les observations et dans le calcul des tables des satellites. En 1637, *Galilée* eut le malheur de perdre la vue, et, par cet accident que l'on regarda comme une calamité publique, les marins furent trompés dans leurs espérances de voir résoudre un problème si important pour la sûreté de la navigation. Cependant *Galilée* confia le secret de sa méthode et les calculs des éphémérides à *Vincenzio Ranieri*, et il se flatta de pouvoir satisfaire aux demandes des états-généraux, jusqu'au moment où les travaux de *Huygens* [3] firent échouer sa négociation.

Ranieri ne réussit pas mieux que *Galilée*. Dans la première édition de ses *Tables Médicéennes*, publiée en 1639 [4], il s'engagea à donner des éphémérides

[1] *Elogio di Galileo par Paolo Frisi*, p. 93.

[2] *Voyez* plus haut p. 26.

[3] *Elogio di Galileo*, p. 101.

[4] *Vincentii Reineri Tabulæ Mediceæ universales*, *Florentiæ*, 1639.

des satellites par lesquelles on pourroit déterminer les longitudes géographiques; cette promesse ne fut cependant pas remplie; car dans la seconde édition des Tables Médicéennes, qui parut huit ans plus tard, Ranieri ne fit plus mention du problème qui occupoit tous les esprits. Ce fut *Marius* [1] qui publia les premières tables des satellites de Jupiter; elles étoient d'autant plus imparfaites que le géomètre allemand se hâta de devancer Galilée. *Hodierna* [2], astronome de Raguse, construisit aussi des tables fondées sur un très-petit nombre d'observations; peu de temps après, elles se trouvèrent si inexactes qu'elles n'indiquoient pas même à peu près la situation relative des satellites.

Les astronomes qui s'occupoient du calcul des tables, étoient très-peu d'accord à cette époque sur la manière dont on pouvoit se servir des observations pour en déduire la différence des méridiens. *Galilée* ne s'expliqua jamais clairement sur l'application de sa méthode; il paroit qu'elle ne se fondoit que sur le changement rapide de la *position relative* des satellites. L'astronome françois, *Herigone* [3], proposa, en 1634, d'observer le moment où un de ces astres se trouve placé sur la ligne qui passe par l'œil de l'observateur et le centre de la planète. Ce genre d'observations offre de grandes difficultés pour la pratique : ce n'est qu'avec des lunettes d'un très-fort grossissement que l'on peut observer les passages des satellites devant le disque de la planète [4], et les voyageurs ne pourront tirer aucun parti de ces phénomènes, dont l'observation n'est importante que pour la théorie de Jupiter. *Dominique Cassini* indiqua le premier la méthode la plus sûre pour déterminer les longitudes au moyen des satellites. Par de nombreuses observations, faites à Rome et à Bologne, il trouva que les immersions et les émersions des satellites dans l'ombre de Jupiter, sont les phénomènes les plus propres à ce but. Il construisit pour cet effet, en 1666, de nouvelles tables, et il publia dès-lors les *configurations* et le calcul des éclipses dans la même forme que l'on a conservée jusqu'à nos jours

[1] *Mundus jovialis anno 1609 detectus*, etc., *Norimbergæ*, 1614.

[2] *Medicæorum Ephemerides nunquam adhuc apud mortales editæ*, *Panormi*, 1656. *Hodierna* fit l'observation de l'immersion du premier satellite de Jupiter, à Palma, en 1652, le 27 juin, à $12^h\ 6'$. Cette immersion est la première qui ait jamais été observée.

[3] *Herigonii Cursus mathematicus*, T. V, p. 857.

[4] MM. *Oldenburg*, *Pound*, *Messier*, *Schroter*, *Herschel*, *Bode*, *Lindenau*, et récemment encore M. *Arago*, se sont occupés de l'observation des passages des satellites devant le disque de Jupiter. Voyez *Philosophical Transactions for the year* 1719, p. 900; *for* 1769, p. 457. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1790, S. 201.

dans les éphémérides [1]. *Flamstead* et *Pound* suivirent l'exemple de Cassini [2]. *Hadley* calcula, de son côté, des tables des satellites : elles furent remises à *Bradley* en 1718; mais le gouvernement anglois ne les fit publier qu'en 1749 [3].

De tous les astronomes de ce temps, *Wargentin* [4] est celui qui s'est occupé avec le plus de succès de la construction des tables des quatre satellites de Jupiter. Elles étoient fondées sur un grand nombre d'observations et sur une théorie plus parfaite : c'étoient même les premières que l'on osoit substituer aux observations correspondantes, et elles furent généralement adoptées pour les calculs des éphémérides. *Lalande* [5] les fit réimprimer en France; l'Académie de *Berlin* les inséra dans son *Recueil des Tables astronomiques;* M. *Maskelyne* les publia dans le *Nautical Almanac* pour 1779.

Bailly [6] tenta de construire de nouvelles tables d'après la théorie de la gravitation universelle, mais son travail ne diminua pas l'usage des tables de *Wargentin;* ces dernières n'ont été condamnées à l'oubli que depuis qu'un des plus illustres astronomes de notre siècle s'est occupé du mouvement des satellites de Jupiter. M. *Delambre* a réuni un nombre immense d'observations; il les a soumises à une critique sévère; il a puisé dans la théorie de M. La Place de nouvelles équations inconnues à l'astronome suédois. Le calcul des éclipses est devenu plus long et plus compliqué; mais les tables de M. *Delambre* ont atteint un tel degré d'exactitude et de perfection, que le problème des longitudes pourroit être regardé comme parfaitement résolu, si le mouvement du vaisseau n'offroit pas des difficultés insurmontables, et si les éclipses des satellites arrivoient plus fréquemment. De nombreuses comparaisons m'ont appris que, pour le *premier* satellite de Jupiter, les tables de M. *Delambre* ne s'écartent presque jamais au-delà de 12″ à 15″ des bonnes observations, et il est à regretter qu'une méthode, si avantageuse aux voyageurs qui

[1] *Cassini opera astronomica*, 1666. *Ephemerides Bononienses mediceorum siderum. Les hypothèses et les tables des satellites*, 1693.

[2] *Philosophical Transactions for the year* 1719, p. 1021; *for* 1683, p. 322; *for* 1681, p. 760; *for* 1785, p. 1218; *for* 1686, p. 199.

[3] *Edmundi Halleii tabulæ astronomicæ.*

[4] Les premières tables de *Wargentin* furent publiées dans les *Acta Societatis Upsaliensis anni* 1741, p. 27. Il les a perfectionnées dans la suite, en les publiant encore deux fois.

[5] *Tables astronomiques de Hadley, par Lalande*, 1759. *Astronomie de Lalande*, 2.e *édition.*

[6] *Essai sur la théorie des satellites de Jupiter, suivi des tables de leurs mouvemens déduits du principe de la gravitation universelle, etc.*

parcourent les continens, ne puisse pas être rendue utile aux navigateurs. Les moyens proposés jusqu'ici pour diminuer l'effet du mouvement du vaisseau ont été insuffisans. Au milieu du seizième siècle, *Jacques Besson* [1] proposa une *chaise marine* dans laquelle on pouvoit observer les astres, mais qui fut bientôt abandonnée à l'oubli. *Irwin* imagina, en 1760, une autre chaise d'une construction plus parfaite; l'on en fit plusieurs essais, mais les résultats en étoient tout aussi peu satisfaisans. « Dans mon voyage à la Barbade, fait en 1763, dit M. *Maskelyne* [2], je me servis plusieurs fois de la chaise de M. *Irwin* pour tenter l'observation des satellites : j'avoue que je n'en ai tiré aucune utilité. » *Fyot* construisit, en 1771, une troisième chaise marine, et les astronomes de l'expédition de la Flore, commandée par *Verdun de la Crenne*, furent chargés d'examiner son invention. On essaya plusieurs fois de suivre les astres avec une lunette, en se plaçant tantôt dans la chaise de Fyot, et tantôt hors de la chaise sur le pont. Les astronomes remarquèrent [3] qu'ils conservoient plus facilement Jupiter dans le champ de la lunette, dans la seconde position que dans la première, surtout quand il y avoit peu de mer. Je ne parlerai pas ici du binocle ou du *capuchon à deux lunettes* (testiera binoculo) de *Galilée* [4], qui n'a pas été plus utile aux marins que l'invention des chaises marines, quoique les premiers essais qu'on en fit eussent donné l'espérance d'un meilleur succès.

Dans l'état actuel de l'astronomie, les observations du premier et du second satellite ne sauroient être assez recommandées aux voyageurs qui parcourent l'intérieur d'un vaste continent, et qui peuvent très-rarement se servir des occultations d'étoiles ou des éclipses de soleil pour la détermination des longitudes. Le père *Hell* [5] préféra même les satellites à tout

[1] *Cosmolabe, ou instrument universel, concernant toutes observations qui peuvent se faire par les sciences mathématiques, par Jacques Besson*, 1567.

[2] *Nautical Almanac for the year* 1796, p. 161, et dans plusieurs autres volumes des Éphémérides de Greenwich.

[3] *Voyage fait par ordre du roi en* 1771 et 1772, T. II, p. 457.

[4] *Elogio di Galileo per Paolo Frisi*, p. 93.

[5] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses anni* 1764, p. 189. « Id unum dico, me satellitum Jovis « eclipses ad determinationem differentiæ meridianorum præferre omnino omnibus aliis methodis hactenus « per observationes astronomicas mihi cognitis, illudque dubium de tuborum diversa præstantia vanum « nullumque esse, modo methodus adhibeatur illa, quæ mihi familiaris est, quamque nunc declaraturus sum. » *Voyez aussi* Ephemer. astron. anni 1765, p. 254.

autre moyen de fixer la différence des méridiens [1] : il prescrit les conditions suivantes : 1.° que l'observateur ne fasse usage que des éclipses du premier et du second satellite; 2.° qu'il emploie constamment la même lunette; 3.° que le nombre des immersions observées soit égal à celui des émersions; 4.° que la détermination du temps soit exempte d'erreurs; 5.° que les éclipses aient été observées plus de quatre jours avant ou après l'opposition de la planète; 6.° que le nombre des observations correspondantes soit très-grand. On ne sauroit douter que si l'on parvient à satisfaire à ces nombreuses conditions, les observations des satellites ne puissent rivaliser avec toutes les autres méthodes de longitude. Mais il ne faut pas oublier que, depuis l'époque du père *Hell*, l'état de l'astronomie, et surtout celui des tables lunaires et solaires, a singulièrement changé. Les instrumens ont atteint un très-haut degré de perfection : les distances de la lune au soleil et aux étoiles peuvent être mesurées avec une grande exactitude, et ce dernier genre d'observations est d'autant plus précieux pour la géographie, que les distances lunaires peuvent être prises presque journellement, tandis que les éclipses de satellites de Jupiter sont quelquefois invisibles pendant long-temps.

M. *de Zach* a comparé plusieurs fois les deux méthodes des distances et des satellites. Le résultat de son travail a toujours été en faveur des distances lunaires. D'après un examen très-rigoureux, fait en 1797, M. *de Zach* affirme que, pour la détermination des longitudes, les distances l'emportent de beaucoup sur les observations des satellites [2]. Je ne hasarderai pas de prononcer dans une matière si délicate; mais je pense que les satellites donnent des résultats très-exacts, si l'on sépare les observations du premier et du second satellite, de celles du troisième et du quatrième. Les difficultés les plus grandes naissent du différent grossissement des lunettes, et de la différente force de la vue des observateurs. On se trouve surtout embarrassé lorsqu'on doit avoir recours à des observations anciennes faites avec des lunettes dont la longueur seule est indiquée. En général j'ai tâché de n'employer que des éclipses observées par des lunettes d'une construction et d'une longueur à peu près égales; et ce n'est que dans la détermination de la longitude de Quito, que je me suis vu forcé de comparer directement des observations faites avec des lunettes de huit pieds, à d'autres faites avec des

[1] L'astronome anglois, *Whiston*, étoit de même avis. Voyez son Traité intitulé : *Longitudes at sea discovered by eclipses of Jupiter's satellites*, London, 1734.

[2] *III.ter Supplement-Band zu Bode's astron. Jahrbüchern*, S. 44.

lunettes de seize à dix-huit pieds. *Pingré* [1], en déterminant la longitude de Pékin, avoit été surpris de trouver que le père *Kögler* voyoit avec une lunette de huit les émersions des satellites de Jupiter, plutôt que *Cassini* et *Maraldi* qui se servoient de lunettes de seize à dix-huit pieds [2]. Le père *Hallerstein* [3] vante également l'extrême force de la vue de *Kögler*, qu'il assure avoir été « *visu admodum acuto.* » Dans ces circonstances, il m'a paru préférable de ne pas corriger les observations de Pékin, à cause de la différence des lunettes employées. Il n'en est pas de même si les observations ont été faites avec des lunettes d'un grossissement très-foible, et si l'on a en même temps un certain nombre d'immersions et d'émersions observées. J'ai développé mes idées sur cet objet p. 179 de ce volume; mais je dois observer ici que les corrections ne peuvent pas être les mêmes pour les quatre satellites. *Dominique Cassini* [4] a proposé le premier d'introduire, pour cet effet, une petite équation de temps dans le calcul des éclipses : il remarque que, par une lunette de dix pieds, on voit les immersions 30″ plutôt que par une lunette de quinze à seize pieds. Mais les observations de *Kögler* prouvent que l'emploi de ces corrections est très-douteux. M. *de Cassini* [5], en comparant les observations de Chappe à celles de Maraldi, faites avec des lunettes de dix et quinze pieds de longueur, ne trouve que 13″ de différence, et il observe avec raison « que la vue de l'observateur, sa manière propre d'observer et d'estimer, influent plus qu'on ne pense dans les observations. »

M. *de Barros* [6] remarque que le temps que les satellites emploient à sortir de l'ombre de Jupiter varie selon leur élévation au-dessus de l'horizon, et que l'intensité de leur lumière est moins grande à des hauteurs peu considérables. Il plaça plusieurs verres d'une épaisseur égale devant l'oculaire de sa lunette [7], et il observa les hauteurs auxquelles le premier satellite de Jupiter ne restoit plus visible : il crut pouvoir déterminer, par ce moyen, l'épaisseur d'une couche

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1764, p. 269.

[2] *L. c.*, p. 341.

[3] *Observationes astronomicæ à Patribus S. J. Pekini Sinarum factæ, autore Hallerstein* 1768, *in præf.*

[4] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1729, p. 378.

[5] *Voyage en Californie par Chappe d'Auteroche*, p. 87. Voyez aussi le Mémoire du père Hell, *de præstantia tuborum pro observationibus satellitum Jovis adhibitorum*, *in Ephem. anni* 1765, p. 270.

[6] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour* 1755, p. 362.

[7] Le même moyen fut proposé en 1700 par le père *François-Marie*.

d'air qui diminue la lumière du satellite autant qu'un des verres plans interposés. C'est sur des expériences de ce genre qu'est fondée une table de correction que M. de Barros a publiée pour le premier satellite. Si cette table étoit exacte, elle changeroit considérablement les résultats des observations : ces changemens s'élèveroient à 1′ 34″, lorsque, pour l'un des observateurs, le satellite est à 20° de hauteur, tandis que pour l'autre il est à 50°, et si tous deux emploient des lunettes de quatorze pieds de longueur. Dans des circonstances plus désavantageuses encore, les corrections excèdent trois à quatre minutes de temps [1]. Heureusement l'accord que l'on trouve entre les observations du premier satellite et les occultations d'étoiles, prouvent que l'astronome portugais a singulièrement exagéré l'influence de l'extinction de la lumière.

Grandjean de Fouchy [2] publia, en 1772, un mémoire sur la seconde inégalité des satellites de Jupiter, dans lequel il prouve que le temps des immersions et des émersions est sujet à une erreur d'optique, dépendante de la largeur du segment éclairé du disque des satellites. Le moment où ces astres disparoissent, précède sans doute leur véritable immersion dans l'ombre de la planète, parce qu'un petit segment éclairé du disque renvoie trop peu de rayons solaires pour faire une impression sensible sur notre rétine. Cette circonstance influe également sur les résultats des observations correspondantes, parce que le segment ne devient pas invisible à la fois pour tous les observateurs et pour toutes les lunettes : il est même certain que l'instant de l'invisibilité dépend autant de la largeur du segment que de l'intensité de sa lumière, modifiée par les taches du satellite. La quantité de ces dernières n'étant pas toujours la même au moment où le disque entre dans l'ombre de Jupiter, il en résulte que les éclipses d'un même satellite offrent, à différentes époques de l'année, de petites différences qui dépendent d'un changement d'intensité de lumière, et de la position des taches.

Bailly [3] s'est occupé avec succès de plusieurs causes d'erreurs dans l'observation des satellites : il les a développées dans un mémoire célèbre *sur les inégalités de la lumière des satellites de Jupiter, sur la mesure de leurs diamètres, et sur un moyen aussi simple que commode de rendre les*

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour* 1755, p. 371 et 374.

[2] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1732, p. 419.

[3] *L. c., pour* 1771, p. 580.

observations comparables, en remédiant à la différence de vue et des lunettes. Ce mémoire renferme des considérations sur la largeur du segment visible des disques des satellites et sur les changemens apportés à l'intensité de leur lumière par la distance de Jupiter au soleil et à la terre, par celle des satellites à la planète, et par leur élévation au-dessus de l'horizon. Bailly discute en même temps les différens effets des lunettes, dont dépend « la largeur du segment insensible, » et par conséquent la différence entre le temps de l'*immersion vraie* et la *disparition optique*. Je regrette beaucoup que les astronomes anciens n'aient généralement pas indiqué le grossissement et l'ouverture de leurs lunettes, pour pouvoir appliquer à leurs observations les équations proposées par *Bailly*.

Schulze [1], membre de l'académie de Berlin, s'est livré également, en 1777, à des recherches curieuses sur les éclipses du premier satellite de Jupiter : il observa ces éclipses avec deux instrumens, dont l'un étoit une lunette achromatique de Dollond; l'autre, un télescope grégorien, mais d'une bonté inférieure à celle de l'instrument dioptrique. Pouvant observer deux fois la même immersion, il obtint directement la différence du temps dans lequel le satellite disparut ou reparut dans les deux lunettes. *Schulze* construisit une courbe dont les abscisses étoient les sinus des distances du satellite à Jupiter, et dont les ordonnées exprimoient ce que l'on peut considérer comme la différence de l'effet des lunettes. Il réussit à représenter cette différence par une équation algébrique qui s'accordoit assez bien avec les observations partielles. Sa mort prématurée a interrompu un travail utile qui mériteroit d'être étendu à tous les satellites et à des lunettes très-différentes par leur grossissement et par la quantité de lumière qu'elles transmettent. Dans ces derniers temps, MM. *Späth* [2] et *Flauguergues* [3] ont fait de nouvelles recherches, et sur la certitude dont les observations des éclipses des satellites sont susceptibles, et sur les moyens de les rendre plus exactes, en employant les *diaphragmes* proposés par Bailly, et dont l'usage mériteroit d'être plus répandu parmi les astronomes.

Aussi long-temps que nous manquerons d'un appareil photométrique exact, il est à désirer que les observateurs n'emploient, pour les satellites de Jupiter, que de bonnes lunettes achromatiques qui ne grossissent pas au-delà de cent à

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour* 1777, p. 206. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1781, S. 68 et 175.

[2] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1795, S. 153.

[3] *Mélanges d'astronomie*, p. 484.

cent cinquante fois. Ces instrumens sont très-commodes pour le transport, et leur usage est d'autant plus recommandable que les belles tables de M. *Delambre* sont construites pour des lunettes de ce grossissement. En effet, la précision de ces tables est si grande qu'elles peuvent être substituées aux observations correspondantes du premier satellite, sans qu'on ait à craindre qu'elles produisent une erreur qui surpasse 10″ ou au plus 15″ de temps. Pour s'assurer de l'exactitude de cette assertion, il suffiroit de jeter les yeux sur les observations que M. de Humboldt a faites à Cumana et à la Havane [1], et qui sont rapportées dans cet ouvrage. Nous y joindrons les résultats suivans obtenus par MM. Ellicot et Maskelyne.

La longitude de ***Lancaster***, en Pensylvanie, est de $5^h\ 14'\ 39''$ à l'ouest de *Paris*. M. Ellicot y observa, en 1802 et 1803, un grand nombre d'éclipses du *premier* satellite de Jupiter, qui, comparées aux tables *non corrigées* de M. *Delambre*, donnent des résultats qui ne diffèrent que de 9″ du résultat moyen.

	LONGITUDE de LANCASTER.	ERREURS.
	$5^h\ 14'\ 23''$	— 16″
	30″	— 9″
	37″½	— 1″½
	30″	— 9″
	38″	— 1″
	26″	— 13″
	20″	— 19″
	22″	— 17″
	42″	+ 3″
	21″½	— 17″½
	39″	— 0″
Terme moyen	$5^h\ 14'\ 30''$	

Erreur moyenne — 9″

Les observations faites en 1804 et 1805, présentent les erreurs suivantes:

+ 18″
— 5″
+ 14″
+ [illegible]2″
+ 27″

Erreur moyenne + 15″½.
Nous avons rejeté les observations faites pendant le crépuscule.

[1] Vol. I, p. 83. Vol. II, p. 44.

La longitude de la *Barbade* au fort de Willoughby est de $4^h\ 7'\ 43'',7$, d'après cinq occultations observées par M. *Maskelyne*. Douze éclipses du *premier* satellite de Jupiter, observées par ce même astronome, donnèrent $4^h\ 7'\ 50'',6$: la différence [1] ne s'élève donc qu'à 6″,9. Ces résultats semblent prouver que les observations des satellites sont susceptibles d'une exactitude suffisante pour faire connoître avec précision la différence des méridiens; ils sont cependant diamétralement opposés à ceux qu'obtint M. *de Zach* [2], lorsqu'il essaya de déterminer la longitude de *Cracovie* par des observations de satellites, sans exclure celles du troisième. Il paroît que cet astronome célèbre, tout en recommandant la méthode des distances lunaires, a jeté trop de doutes sur celle des satellites : on peut craindre que les voyageurs ne négligent ce genre d'observation, et l'on voit déjà avec peine que M. *Seetzen*, qui parcourt en ce moment une partie de l'Afrique, et auquel nous devons des observations très-précieuses, ne s'est pas occupé des éclipses des satellites dans des endroits où les distances lunaires lui ont donné des résultats peu satisfaisans [3].

Dominique Cassini [4], dans sa *Méthode de déterminer les longitudes des lieux de la terre, par les observations des satellites de Jupiter*, déduit des observations, le temps écoulé entre une immersion et la suivante, en divisant la différence des temps des observations par le nombre des révolutions achevées pendant cet intervalle. C'est de cette manière qu'il détermine le temps auquel on auroit dû voir une immersion ou une émersion intermédiaire. Ce temps étant déduit de l'observation, il le regarde comme le résultat d'une observation correspondante. *La Hire*, *Bradley* et presque tous les astronomes ont suivi cette méthode de *Cassini*. Elle n'est cependant pas rigoureusement exacte, parce que les observations par lesquelles on détermine la durée des révolutions sont sujettes à de petites erreurs, et parce que les attractions réciproques des satellites rendent les intervalles de ces révolutions inégaux.

Au lieu de déterminer les révolutions des satellites par des observations réelles, je les ai calculées directement par les tables : j'avois par-là même l'avantage

[1] *Wargentin*, en employant ses Tables corrigées et les mêmes observations du premier satellite, ne trouve que $4^h\ 7'\ 45''$ pour la longitude de la Barbade ; mais il ajoute : « *Si differentia meridianorum inventa non est vera, eam potius aliquot secundis augendam quam minuendam puto, sed paucis.* » *Philosophical Transactions for the year* 1766, p. 284 et 286.

[2] *Bode's astronomisches Jahrbuch*, *III.ter Supplement-Band*, S. 44.

[3] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1808, *december*, S. 544.

[4] *Observations physiques et mathématiques, etc.*, p. 247. Paris, 1688, *in-8°*.

d'air qui diminue la lumière du satellite autant qu'un des verres plans interposés. C'est sur des expériences de ce genre qu'est fondée une table de correction que M. de Barros a publiée pour le premier satellite. Si cette table étoit exacte, elle changeroit considérablement les résultats des observations: ces changemens s'élèveroient à 1′ 34″, lorsque, pour l'un des observateurs, le satellite est à 20° de hauteur, tandis que pour l'autre il est à 50°, et si tous deux emploient des lunettes de quatorze pieds de longueur. Dans des circonstances plus désavantageuses encore, les corrections excèdent trois à quatre minutes de temps [1]. Heureusement l'accord que l'on trouve entre les observations du premier satellite et les occultations d'étoiles, prouvent que l'astronome portugais a singulièrement exagéré l'influence de l'extinction de la lumière.

Grandjean de Fouchy [2] publia, en 1772, un mémoire sur la seconde inégalité des satellites de Jupiter, dans lequel il prouve que le temps des immersions et des émersions est sujet à une erreur d'optique, dépendante de la largeur du segment éclairé du disque des satellites. Le moment où ces astres disparoissent, précède sans doute leur véritable immersion dans l'ombre de la planète, parce qu'un petit segment éclairé du disque renvoie trop peu de rayons solaires pour faire une impression sensible sur notre rétine. Cette circonstance influe également sur les résultats des observations correspondantes, parce que le segment ne devient pas invisible à la fois pour tous les observateurs et pour toutes les lunettes : il est même certain que l'instant de l'invisibilité dépend autant de la largeur du segment que de l'intensité de sa lumière, modifiée par les taches du satellite. La quantité de ces dernières n'étant pas toujours la même au moment où le disque entre dans l'ombre de Jupiter, il en résulte que les éclipses d'un même satellite offrent, à différentes époques de l'année, de petites différences qui dépendent d'un changement d'intensité de lumière, et de la position des taches.

Bailly [3] s'est occupé avec succès de plusieurs causes d'erreurs dans l'observation des satellites : il les a développées dans un mémoire célèbre *sur les inégalités de la lumière des satellites de Jupiter, sur la mesure de leurs diamètres, et sur un moyen aussi simple que commode de rendre les observations comparables, en remédiant à la différence de vue et des lunettes.* Ce mémoire renferme des considérations sur la largeur du segment visible des disques des satellites et sur les changemens apportés à l'intensité de leur lumière par la distance de Jupiter au soleil et à la terre, par celle des satellites à la planète, et par leur élévation au-dessus de l'horizon. Bailly discute en même temps les différens effets des lunettes, dont dépend « la largeur du segment insensible, » et par conséquent la différence entre le temps de l'*immersion vraie* et la *disparition optique*. Je regrette beaucoup que les astronomes anciens n'aient généralement pas indiqué le grossissement et l'ouverture de leurs lunettes, pour pouvoir appliquer à leurs observations les équations proposées par *Bailly*.

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour* 1755, p. 371 et 374.

[2] *Mémoires de l'Académie des sciences pour* 1732, p. 419.

[3] *L. c., pour* 1771, p. 580.

Schulze [1], membre de l'académie de Berlin, s'est livré également, en 1777, à des recherches curieuses sur les éclipses du premier satellite de Jupiter : il observa ces éclipses avec deux instrumens, dont l'un étoit une lunette achromatique de Dollond; l'autre, un télescope grégorien, mais d'une bonté inférieure à celle de l'instrument dioptrique. Pouvant observer deux fois la même immersion, il obtint directement la différence du temps dans lequel le satellite disparut ou reparut dans les deux lunettes. *Schulze* construisit une courbe dont les abscisses étoient les sinus des distances du satellite à Jupiter, et dont les ordonnées exprimoient ce que l'on peut considérer comme la différence de l'effet des lunettes. Il réussit à représenter cette différence par une équation algébrique qui s'accordoit assez bien avec les observations partielles. Sa mort prématurée a interrompu un travail utile qui mériteroit d'être étendu à tous les satellites et à des lunettes très-différentes par leur grossissement et par la quantité de lumière qu'elles transmettent. Dans ces derniers temps, MM. *Späth* [2] et *Flauguergues* [3] ont fait de nouvelles recherches, et sur la certitude dont les observations des éclipses des satellites sont susceptibles, et sur les moyens de les rendre plus exactes, en employant les *diaphragmes* proposés par Bailly, et dont l'usage mériteroit d'être plus répandu parmi les astronomes.

Aussi long-temps que nous manquerons d'un appareil photométrique exact, il est à désirer que les observateurs n'emploient, pour les satellites de Jupiter, que de bonnes lunettes achromatiques qui ne grossissent pas au-delà de cent à

[1] *Mémoires de l'Académie des sciences de Berlin pour* 1777, p. 206. *Bode's astron. Jahrbuch für* 1781, S. 68 et 175.

[2] *Bode's astron. Jahrbuch für* 1795, S. 153.

[3] *Mélanges d'astronomie*, p. 484.

cent cinquante fois. Ces instrumens sont très-commodes pour le transport, et leur usage est d'autant plus recommandable que les belles tables de M. *Delambre* sont construites pour des lunettes de ce grossissement. En effet, la précision de ces tables est si grande qu'elles peuvent être substituées aux observations correspondantes du premier satellite, sans qu'on ait à craindre qu'elles produisent une erreur qui surpasse 10″ ou au plus 15″ de temps. Pour s'assurer de l'exactitude de cette assertion, il suffiroit de jeter les yeux sur les observations que M. de Humboldt a faites à Cumana et à la Havane [1], et qui sont rapportées dans cet ouvrage. Nous y joindrons les résultats suivans obtenus par MM. Ellicot et Maskelyne.

La longitude de *Lancaster*, en Pensylvanie, est de 5h 14′ 39″ à l'ouest de *Paris*. M. Ellicot y observa, en 1802 et 1803, un grand nombre d'éclipses du *premier* satellite de Jupiter, qui, comparées aux tables *non corrigées* de M. *Delambre*, donnent des résultats qui ne diffèrent que de 9″ du résultat moyen.

	LONGITUDE de LANCASTER.	ERREURS.
	5h 14′ 23″	− 16″
	30″	− 9″
	37″½	− 1″½
	30″	− 9″
	38″	− 1″
	26″	− 13″
	20″	− 19″
	22″	− 17″
	42″	+ 3″
	21″½	− 17″½
	39″	− 0″
Terme moyen	5h 14′ 30″	

Erreur moyenne − 9″

Les observations faites en 1804 et 1805, présentent les erreurs suivantes :

+ 18″
− 5″
+ 14″
+ [illegible]2″
+ 27″

Erreur moyenne + 15″½.
Nous avons rejeté les observations faites pendant le crépuscule.

[1] Vol. I, p. 83. Vol. II, p. 44.

La longitude de la *Barbade* au fort de Willoughby est de 4h 7′ 43″,7, d'après cinq occultations observées par M. *Maskelyne*. Douze éclipses du *premier* satellite de Jupiter, observées par ce même astronome, donnèrent 4h 7′ 50″,6 : la différence [1] ne s'élève donc qu'à 6″,9. Ces résultats semblent prouver que les observations des satellites sont susceptibles d'une exactitude suffisante pour faire connoître avec précision la différence des méridiens; ils sont cependant diamétralement opposés à ceux qu'obtint M. *de Zach* [2], lorsqu'il essaya de déterminer la longitude de *Cracovie* par des observations de satellites, sans exclure celles du troisième. Il paroît que cet astronome célèbre, tout en recommandant la méthode des distances lunaires, a jeté trop de doutes sur celle des satellites : on peut craindre que les voyageurs ne négligent ce genre d'observation, et l'on voit déjà avec peine que M. *Seetzen*, qui parcourt en ce moment une partie de l'Afrique, et auquel nous devons des observations très-précieuses, ne s'est pas occupé des éclipses des satellites dans des endroits où les distances lunaires lui ont donné des résultats peu satisfaisans [3].

Dominique Cassini [4], dans sa *Méthode de déterminer les longitudes des lieux de la terre, par les observations des satellites de Jupiter*, déduit des observations, le temps écoulé entre une immersion et la suivante, en divisant la différence des temps des observations par le nombre des révolutions achevées pendant cet intervalle. C'est de cette manière qu'il détermine le temps auquel on auroit dû voir une immersion ou une émersion intermédiaire. Ce temps étant déduit de l'observation, il le regarde comme le résultat d'une observation correspondante. *La Hire*, *Bradley* et presque tous les astronomes ont suivi cette méthode de *Cassini*. Elle n'est cependant pas rigoureusement exacte, parce que les observations par lesquelles on détermine la durée des révolutions sont sujettes à de petites erreurs, et parce que les attractions réciproques des satellites rendent les intervalles de ces révolutions inégaux.

Au lieu de déterminer les révolutions des satellites par des observations réelles, je les ai calculées directement par les tables : j'avois par-là même l'avantage

[1] *Wargentin*, en employant ses Tables corrigées et les mêmes observations du premier satellite, ne trouve que 4h 7′ 45″ pour la longitude de la Barbade; mais il ajoute : « *Si differentia meridianorum inventa* « *non est vera, eam potius aliquot secundis augendam quam minuendam puto, sed paucis.* » *Philosophical Transactions for the year* 1766, p. 284 et 286.

[2] *Bode's astronomisches Jahrbuch*, *III.ter Supplement-Band*, S. 44.

[3] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1808, *december*, S. 544.

[4] *Observations physiques et mathématiques, etc.*, p. 247. Paris, 1688, *in-8°*.

de pouvoir juger, jusqu'à un certain point, de la bonté des observations employées, en supposant que les tables ne puissent pas être de beaucoup en erreur sur le temps des intervalles : car, dans ce cas, il faut que la différence entre le calcul et les observations soit peu considérable, et que les tables pèchent toujours dans le même sens. Toutes les observations qui s'écartent trop de cette loi peuvent être regardées comme suspectes, et il importe peu dans ce genre de recherches que la différence provienne de l'époque moyenne des tables, ou de la durée calculée des éclipses ou de la force des lunettes. J'ai déjà observé plus haut que j'ai eu la précaution de ne comparer aux tables que des observations faites avec des lunettes d'une longueur et d'une construction semblables à celles pour lesquelles les tables de M. Delambre ont été calculées. Lorsque le grossissement des lunettes étoit considérablement plus fort, j'ai corrigé le temps de l'immersion ou de l'émersion, en comparant, pour un lieu dont la longitude est suffisamment connue, le résultat des tables à celui tiré d'une observation faite avec un grossissement également fort. Cette méthode ressemble beaucoup à celle qui a été proposée par *Wargentin*[1]. Elle a en outre l'avantage que l'on peut employer les anciennes tables des satellites.

Dans tous les cas où je n'ai pu employer la dernière méthode, faute d'observations faites à peu près à la même époque, et avec des lunettes d'un grossissement semblable à celui que les tables supposent, j'ai été forcé de comparer directement les observations aux tables de M. Delambre. Il est connu que les résultats sont d'autant plus précis que l'on peut comparer à la fois des immersions et émersions, parce qu'alors les erreurs qui proviennent d'un grossissement trop fort ou trop foible, se détruisent mutuellement. La méthode très-usitée de prendre la moyenne entre les résultats tirés des immersions et des émersions, peut cependant quelquefois conduire à des erreurs assez considérables. On n'obtient véritablement une longitude, dégagée de l'influence de la bonté relative des lunettes, que dans le cas où le nombre des immersions égale à peu près celui des émersions. Les circonstances particulières qui accompagnent chaque observation, la distance du satellite à Jupiter, sa hauteur au-dessus de l'horizon, l'élongation de la planète au soleil, les taches répandues sur la partie visible du disque du satellite, et la fatigue des yeux, agissent simultanément sur le temps de l'émersion et de l'immersion. En ne comparant entre elles qu'un très-petit nombre d'éclipses, on court risque d'attribuer aux lunettes ce qui n'appartient qu'aux erreurs des observations, et je regarde comme exacte

[1] *Philosophical Transactions for the year* 1766, p. 278.

la règle donnée par le père *Hell*[1] : « *Tot fere requiro immersiones, quot emersiones.* Je passe ici sous silence la méthode proposée par le père *Hallerstein*[2], pour déduire le résultat le plus sûr d'un certain nombre d'observations des satellites. Cette méthode, comme l'a déjà fait remarquer *Lambert*[3], exige des combinaisons très-compliquées. Un astronome, d'ailleurs très-habile, a fait récemment la remarque suivante sur le calcul des éclipses de satellites[4]. « Il est avantageux, dit-il, de choisir deux endroits dont l'un est à l'est, et l'autre à l'ouest du lieu dont on veut déterminer la longitude. Dans ce cas, les petites erreurs se détruiront mutuellement, et l'on obtiendra un résultat assez exact en prenant le terme moyen des deux comparaisons. » Il est facile de voir que cette règle renferme un paralogisme, et que la longitude obtenue ne peut être jamais plus exacte que la différence des temps, quelle que soit la position des lieux où les observations correspondantes aient été faites.

Après avoir expliqué les méthodes propres à déduire les positions géographiques des phénomènes célestes, il me reste encore à développer comment la différence des méridiens peut être déterminée avec beaucoup de précision par des angles de hauteur, des azimuts et des bases perpendiculaires. Cette méthode a été employée par M. de Humboldt pour lier le port de la Vera-Cruz à la capitale du Mexique. On avoit proposé, long-temps avant lui, de chercher la distance de deux objets par la différence de leurs hauteurs; mais il a été le premier à se servir de bases perpendiculaires pour mesurer une distance de trois degrés de longitude. *Varenius*[5] indique le problème : « *Data oculi altitudine et visæ alicujus erectæ magnitudinis, turris, mali navis vel montis altitudine, invenire distantiam hujus ab oculo.* » Lord *Mulgrave*[6], plus connu sous le nom de capitaine Phipps, employa le même moyen pour déterminer la distance respective de deux vaisseaux; il appelle la *méthode hypsométrique* la méthode des mâts, *method of tops*. *Borda*[7],

[1] *Ephemerides astronomicæ Vindobonenses, etc., anni* 1764, p. 190. *Et loc. cit. anni* 1765, p. 258.
[2] *Bode astron. Jahrbuch für* 1776, S. 205 et suiv.
[3] *L. c.*, p. 208 et suiv.
[4] *Geographische Ortsbestimmungen im niedersächsischen Kreise*, S. 136, 1801.
[5] *Geographia generalis*, p. 482. *Cantabrigiæ*, 1672.
[6] *Voyage towards the north pole.*
[7] *Voyage fait par ordre du roi en* 1771 *et* 1772, T. I, p. 117.

Dagelet[1] et M. *Horner*[2] l'ont employée sur mer pour déterminer à la voile, soit la hauteur des montagnes, soit la distance du vaisseau aux objets relevés. MM. Allent, Ramond et Puissant ont aussi traité de l'application du baromètre à la triangulation d'un pays de montagnes. J'ai indiqué dans le second volume de cet ouvrage l'esprit de cette méthode et les circonstances qui rendent les résultats plus ou moins sûrs. Je me borne ici à donner la démonstration de la formule dont je me suis servi pour déterminer la distance horizontale des objets observés.

Soit n, la différence de hauteur de deux objets terrestres; δ, l'élévation apparente d'un des objets; C, l'angle au centre de la terre compris entre les deux objets; ρ, la réfraction terrestre; e, l'excentricité de la terre; D, la distance horizontale des objets; et λ, la latitude du lieu de l'observation; nous aurons :

$$D = n\left(\frac{\cos.(\delta + C - \rho)}{\sin.(\delta + \frac{1}{2}C - \rho)}\right)$$

et

$$C = \frac{D(1 - e^2 \sin.^2 2\lambda)}{\text{rayon } \delta \sin. 1''};$$

mais le triangle que l'on se propose de résoudre étant rectangle, à la quantité $\frac{C}{2}$ près, l'on pourra substituer, pour l'équation donnée ci-dessus :

$$D = n \text{ cotang. } (\delta + \tfrac{1}{2}C - \rho)$$

ou

$$D = n \text{ cotang. } (\delta + w),$$

w exprimant la correction de l'angle apparent due à la réfraction terrestre et à l'inclinaison de l'horizon. La dernière équation renferme, il est vrai, l'angle w qui est fonction de D ou de la distance cherchée; mais, par une approximation très-facile, on obtiendra w avec assez de précision pour que son influence sur la distance D soit absolument nulle. On supposera d'abord pour D une valeur approchée, et l'on répétera le calcul jusqu'à ce que la valeur supposée coïncide avec la valeur de n cotang. $(\delta + w)$. Trois suppositions suffiront presque toujours pour parvenir à un résultat suffisamment exact.

[1] *Voyage de La Peyrouse*, T. II, p. 141.

[2] *Zach*, *Monathliche Correspondenz für* 1805, *februar.*, S. 154.

Si toutefois l'on veut éliminer w de l'équation $D = n$ cotang. $(\delta + w)$, il faut substituer à D sa valeur $= \frac{n \cos.(\delta + w)}{\sin.(\delta + w)}$; et l'on aura :

$$D \sin.(\delta + w) = n. \cos.(\delta + w)$$

et

$$D \sin. \delta \cos. w + D \cos. \delta \sin. w = n \cos. \delta \cos. w - n \sin. \delta \sin. w.$$

L'angle w étant très-petit, on peut substituer à cos. w l'unité, et à sin. w l'arc correspondant, et l'on obtiendra :

$$D \sin. \delta + w D \cos. \delta = n \cos. \delta - n w \sin. \delta.$$

Soit maintenant $\frac{1 - e^2 \sin.^2 2\lambda}{\text{rayon } \delta \sin. 1''} = A$; le rapport de la réfraction terrestre à l'angle au centre de la terre $= m$; nous aurons :

$$w = (0{,}5 - m)\, C = D\,(0{,}5 - m)\, A;$$

et par conséquent :

$$D^2 (0{,}5 - m) A \cos. \delta + D \sin. \delta + D (0{,}5 - m) A n \sin. \delta - n \cos. \delta = 0$$

ou

$$D^2 (0{,}5 - m) A + D \left(1 + (0{,}5 - m) A n\right) \text{tang.} \delta - n = 0,$$

et

$$D^2 + D\left(\frac{1 + (0{,}5 - m) A n}{0{,}5 - m}\right) \text{tang.} \delta - \frac{n}{0{,}5 - m} = 0$$

ou

$$D = \pm \sqrt{\left[0{,}25\left(\frac{\text{tang.} \delta + \text{tang.} \delta (0{,}5 - m) A n}{0{,}5 - m}\right)^2 + \frac{n}{0{,}5 - m}\right]} - 0{,}5\left(\frac{\text{tang.} \delta + \text{tang.} \delta (0{,}5 - m) A n}{0{,}5 - m}\right)$$

Cette équation n'est pas rigoureusement exacte, parce qu'on a négligé quelques termes du second ordre dont la valeur est très-petite : je préfère de calculer d'après l'équation : $D = n$ cotang. $(\delta + w)$.

Nous discuterons succinctement l'exactitude que l'on peut atteindre en employant la *méthode hypsométrique*. On conçoit, à la première vue, que la différence des hauteurs a la plus grande influence sur la distance horizontale cherchée, parce qu'elle dépend de la cotangente d'un angle qui est le plus souvent très-petit. En différenciant la formule $D = n$ cotang. $(\delta + w) = n$ cotang. δ' par rapport à D et n, on trouve $\Delta n = \Delta n$ cotang. δ'. La différence des hauteurs des objets au-dessus du niveau de la mer, n, est généralement déterminée en employant une méthode composée à demi barométrique, à demi trigonométrique. On peut craindre les effets de la réfraction terrestre; mais dans l'opération exécutée au Mexique, M. *de Humboldt* a eu la précaution d'observer, à différentes reprises et à différentes heures du jour, les élévations apparentes des montagnes qui ont servi pour lier la Vera-Cruz à la capitale. En calculant ses observations, j'ai profité de l'excellent travail de M. *de Lindenau* [1], sur les réfractions terrestres. Je me flatte d'avoir atteint un degré d'exactitude assez grand : car le résultat de la méthode des azimuts ne diffère de celui des observations astronomiques de M. de Humboldt, sur une distance de 300000 mètres, que de 5 secondes de temps [2]. Il se pourroit que, d'après les belles recherches de M. La Place [3], la réfraction terrestre que j'ai employée eût besoin d'une petite correction; mais en réfléchissant sur la position des points situés entre la Vera-Cruz et Mexico, on se convaincra aisément que cette correction n'a que très-peu d'influence sur la distance horizontale, parce qu'on a observé l'élévation apparente de plusieurs montagnes liées les unes aux autres. L'erreur pourroit devenir considérable, s'il s'agissoit de déduire une distance d'un seul angle de hauteur.

Soit la hauteur de la première station A, au-dessus de l'Océan = H, sa distance à la verticale de l'objet terrestre α, dont on veut déterminer la hauteur au-dessus de la première station $= d$; l'élévation apparente de cet objet $= \delta$; son élévation vraie $= (\delta + \frac{1}{2}C - \rho)$. En regardant comme variable la réfraction terrestre ρ, et comme exempte d'erreurs δ et $\frac{C}{2}$; et en différentiant la formule $n = d \text{ tang.} (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)$, nous obtiendrons :

$$\Delta n = \left(\frac{d \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)}\right) \Delta (\delta + \frac{1}{2} C - \rho).$$

Soit, pour une seconde station, B, la hauteur au-dessus de la mer = H', la différence relative des hauteurs ou $n' = H + n - H'$; l'élévation apparente de l'objet α observé à la première station $= \delta'$; la distance cherchée de l'objet terrestre α à la seconde station $= d'$; l'angle au centre de la terre $= C'$, et la réfraction $= \rho'$; nous aurons :

[1] *Zach, Monathliche Correspondenz für* 1805. *May und junius.*

[2] *Voyez* plus bas Vol. I, p. 372; et Vol. II, p. 537 à 546.

[3] *Mécanique céleste*, 2.e *partie*, Liv. X, c. 2 (T. IV, p. 277).

$$d' = n' \text{ cotang.} (\delta' + \tfrac{1}{2} C' - \rho');$$

par conséquent,

$$\Delta d' = \text{cotang.} (\delta' + \tfrac{1}{2} C' - \rho') \Delta n' - \left(\frac{n' \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho')}\right) \Delta (\delta' + \tfrac{1}{2} C' - \rho')$$

Nous supposerons exacte la différence des hauteurs des deux stations, ou H − H', déterminée, soit au moyen du baromètre, soit par un nivellement géométrique. Nous avions en outre :

$$n' = H - H' + n;$$

par conséquent,

$$\Delta n' = \Delta n.$$

Substituons cette valeur dans la seconde équation, et nous trouverons :

$$\Delta d' = \text{cotang.} (\delta' + \tfrac{1}{2} C' - \rho') \left(\frac{d \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)}\right) \Delta (\delta + \tfrac{1}{2} C - \rho).$$
$$- \left(\frac{n' \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho')}\right) \Delta (\delta' + \tfrac{1}{2} C' - \rho').$$

Cette formule prouve évidemment que l'erreur qui provient d'une fausse supposition de réfraction, sera diminuée considérablement, par la circonstance que les deux membres de la formule ont des signes contraires. L'angle $(\delta + \frac{1}{2} C - \rho)$ qui a servi pour la détermination de la différence de hauteur, n, sera presque toujours beaucoup plus grand que l'angle $(\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho')$ ou l'élévation de l'objet dont on cherche la distance horizontale à la seconde station. Il en résulte que $\Delta (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho')$ devient aussi plus grand que $\Delta (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)$. De plus, d étant beaucoup plus grand que la différence de hauteur, n', le terme

$$\frac{n' \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho)} \text{ devient beaucoup plus petit que}$$
$$\frac{\text{cotang.} (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho') d \sin. 1''}{\sin.^2 (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)}.$$

L'effet de la valeur de ces deux termes sur le résultat définitif sera diminué de beaucoup, parce que $\Delta (\delta' + \frac{1}{2} C' - \rho')$, qui correspond au terme le plus petit, est plus grand que $\Delta (\delta + \frac{1}{2} C - \rho)$; d'où il résulte que, dans des opérations hypsométriques bien combinées, l'influence de la réfraction est moins considérable que l'on pourroit le croire au premier abord.

Dans les observations faites entre Mexico et la Vera-Cruz, les hauteurs absolues des stations ont été déterminées par la formule de M. *La Place*. En outre, les mesures ont été faites avec le même instrument, et l'exactitude du résultat de longitude dépend uniquement de la *différence* des hauteurs. Le coëfficient barométrique employé pourroit être en erreur; la distance obtenue resteroit la même.

En supposant même que chaque angle de hauteur étoit faux de 30″, et que toutes les erreurs agissent dans le même sens, leur somme n'influeroit encore que de 1100 mètres sur la distance, et la différence de longitude ne seroit pas changée de deux secondes et demie en temps.

III. Détermination de la hauteur des lieux au-dessus du niveau de l'Océan.

M. de Humboldt n'a pas seulement déterminé la latitude et la longitude d'un grand nombre de lieux dans lesquels il a séjourné : il a aussi fixé leur élévation au-dessus du niveau de l'Océan. Ayant à calculer, d'après la formule de M. La Place et le nouveau coëfficient de M. Ramond, près de cinq cents hauteurs barométriques, j'ai construit des tables propres à faciliter ce genre de calcul. Tout ce qui a rapport à la construction de ces tables se trouve expliqué dans un mémoire qui précède le nivellement géologique des Cordillères (Vol. I, p. 336.) et dans mes *Tables hypsométriques portatives.* (*Paris*, 1811, *chez F. Schœll.*)

J'ai traité, dans ce Discours préliminaire, des différens moyens par lesquels on détermine la position des lieux d'après les trois coordonnées de *latitude*, de *longitude* et de *hauteur:* j'ai tâché de développer les motifs qui m'ont guidé dans le choix des méthodes de calcul que jai employées; j'ai rappelé quelques faits qui se lient immédiatement à l'histoire du perfectionnement progressif de l'astronomie pratique. Puisse ce travail, et les résultats que nous présentons, M. de Humboldt et moi, dans le cours de cet ouvrage, exciter des voyageurs zélés et instruits à rectifier la géographie de l'intérieur des continens, à réunir aux observations astronomiques des nivellemens barométriques, et à fournir par là des données qui intéressent à la fois l'astronome, le géographe et le physicien !

A Paris, au mois d'août 1811.

J. OLTMANNS.

TABLEAU

DES

POSITIONS GÉOGRAPHIQUES

DU NOUVEAU CONTINENT,

DÉTERMINÉES

PAR DES OBSERVATIONS ASTRONOMIQUES

DE M. DE HUMBOLDT

ET DE PLUSIEURS NAVIGATEURS FRANÇOIS, ANGLOIS ET ESPAGNOLS,

CALCULÉES

D'APRÈS LES TABLES LES PLUS RÉCENTES,

ET

EN SUIVANT UNE MÉTHODE UNIFORME,

PAR J. OLTMANNS.

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	MÈTRES.
	fameuse roche percée, une caverne dans la pierre calcaire alpine (Alpenkalkstein) à travers laquelle passe la rivière de Capula. Au bord de la rivière souterraine	2	15	17	276,7	885,5	1725,9
308	El Puerto de la Mesa, au-dessus de la roche percée. Basalte qui repose sur la pierre calcaire alpine. Le porphyre reparoît sous la formation calcaire, près du village de la Magdeleine	3	17	18	269,7	1006,0	1960,9
309	Actopan, grand village, situé dans une vaste plaine; maison du curé don Manuel Lino Guerra. Porphyre couvert de l'amygdaloïde poreuse, qui est appelée Tezontle. Lat. 20° 17′ 48″, long. 6h 44′ 37″	6	16	17	267,1	1044,0	2034,7
310	Mamanchota ou Organos d'Actopan, masse de rochers porphyritiques célèbres à cause de leur forme bizarre, au milieu d'une forêt de chênes mexicains, au nord-est du village d'Actopan. A la base des Organos, au point où le rocher commence à se détacher	21	16,5	17	248,2	1385,5	2700,4
311	Mamanchota, entre les Organos mêmes, aussi haut que nous avons pu parvenir au-dessus de la crevasse qui sépare les rochers isolés	21	16,5	17	242,1	1497,1	2917,9
312	Mamanchota, au plateau sur lequel j'ai mesuré une base de 84 mètres. Les Organos sont élevés de 110 mètres au-dessus de cette base	22	16	17	243,7	1471,0	2867,1

C. VOYAGE DE LA VILLE DE MEXICO A GUANAXUATO,

AUX MOIS D'AOUT ET DE SEPTEMBRE 1803.

313	Cuesta de Varientos, promontoire porphyritique qui rétrécit la vallée de Tenochtitlan, entre les villages de Tlanepantla et Guautitlan	22	16	17	258,2	1211,2	2360,7
314	Laguna de la Lecheria, au sud du village de Huehuetoca; bassin d'eau douce	22 ½	16	17,2	258,4	1207,3	2353,1
315	Huehuetoca ou Gueguetoque, village célèbre par sa proximité au grand canal d'écoulement des lacs de la vallée de Mexico. La Maison du Real Desague, est, d'après le nivellement géodésique de Velasquez, de 19 vares mexicaines, ou de 16 mètres, plus élevée que le sol de la ville de Mexico. La formule de M. Laplace ne me donne que 3m,2 de plus. Lat. 19° 48′ 38″, long. 6h 46′ 11″	18	14	16	259,1	1178,2	2296,5
316	El Puerto de Reyes, colline qui, près de Batas, fait le prolongement du Cerro de Sincoq ou de Nochistongo	20	16	17	258,1	1208,5	2355,5

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	MÈTRES.
317	Tula, grande bourgade; l'ancien Tollan. Des formations secondaires remplissent la vallée de Tula.	23	17	17	267,3	1053,2	2052,8
318	Cuesta de S. Antonio. Brèche à ciment calcaire, enchâssant des fragmens de pierre calcaire compacte. Cette brèche repose sur le calcaire du Jura	3	16	17	262,3	1125,1	2192,8
319	Hacienda de S. Antonio. Le porphyre reparoît couvert de mandelstein	4	16	17	262,5	1121,1	2185,2
320	Hacienda de S. Miguelito; amygdaloïde non poreuse, renfermant du péridot olivine, de la lithomarge et de la zéolithe; au-dessous de cette amygdaloïde reparoît un porphyre à base de silex corné	4 ½	15	16	251,7	1305,3	2544,2
321	Cuesta de Calpulalpam; boules d'amygdaloïde poreuse et cellulaire, formant des couches superposées au porphyre	5	14	16	247,4	1379,1	2687,9
322	Arroyozarco, village; mandelstein basaltique compacte (non poreux) analogue à celui de San Miguelito	18	15	17	253,5	1295,7	2525,3
323	San Juan del Rio, beau village, entouré de jardins et de vignes. Au calvaire, des couches de brèches argileuses qui enchâssent des fragmens de basalte fendillés (à ce qu'il paroît) par l'action du feu. Lat. 20° 27′ 0″, long. 6h 48′ 50″	0	17	18	269,5	1014,8	1978,0
324	Hacienda de Lira, dans une vaste plaine couverte d'une couche épaisse de terre végétale. Fragmens de porphyre à base de pechstein, avec de la hyalite	19	15	16	270,2	995,5	1940,3
325	Cuesta de la Noria; le schiste primitif (Urthonschiefer) paroît au jour. Il contient des couches de schiste siliceux (Kieselschiefer)	22	18	17	265,7	1083,4	2111,7
326	Queretaro, ville célèbre par ses manufactures. On observe dans la charmante vallée appelée la Cañada, un porphyre schisteux qui contient des cristaux microscopiques de feld-spath, et qui repose sur du thonschiefer primitif. Latitude, 20° 36′ 39″, long. 6h 50′ 2″	5	20	18	270,6	996,1	1939,6
327	Zelaya, bourgade considérable entourée de plaines fertiles en froment. Les formations secondaires reparoissent. Près de la métairie de la Calera de las Monjas, le calcaire du Jura, qui est couvert de grès, repose sur du gypse ancien	0	18	19	274,5	941,5	1835,0
328	El Molino de Sarabia, au moulin, à la vue du grand Cerro de Culiacan	12	17	17	275,3	916,7	1786,6
329	Salamanca, ville dans la plaine, qui s'étend depuis						

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométrique EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. MÈTRES.
	fameuse roche percée, une caverne dans la pierre calcaire alpine (Alpenkalkstein) à travers laquelle passe la rivière de Capula. Au bord de la rivière souterraine..............................	2	15	17	276,7	885,5	1725,9
308	El Puerto de la Mesa, au-dessus de la roche percée. Basalte qui repose sur la pierre calcaire alpine. Le porphyre reparoît sous la formation calcaire, près du village de la Magdeleine	3	17	18	269,7	1006,0	1960,9
309	Actopan, grand village, situé dans une vaste plaine; maison du curé don Manuel Lino Guerra. Porphyre couvert de l'amygdaloïde poreuse, qui est appelée Tezontle. Lat. 20° 17′ 48″, long. 6h 44′ 37″	6	16	17	267,1	1044,0	2034,7
310	Mamanchota ou Organos d'Actopan, masse de rochers porphyritiques célèbres à cause de leur forme bizarre, au milieu d'une forêt de chênes mexicains, au nord-est du village d'Actopan. A la base des Organos, au point où le rocher commence à se détacher	21	16,5	17	248,2	1385,5	2700,4
311	Mamanchota, entre les Organos mêmes, aussi haut que nous avons pu parvenir au-dessus de la crevasse qui sépare les rochers isolés	21	16,5	17	242,1	1497,1	2917,0
312	Mamanchota, au plateau sur lequel j'ai mesuré une base de 84 mètres. Les Organos sont élevés de 110 mètres au-dessus de cette base...........	22	16	17	243,7	1471,0	2867,1

C. VOYAGE DE LA VILLE DE MEXICO A GUANAXUATO,

AUX MOIS D'AOUT ET DE SEPTEMBRE 1803.

313	Cuesta de Varientos, promontoire porphyritique qui rétrécit la vallée de Tenochtitlan, entre les villages de Tlanepantla et Guautitlan.........	22	16	17	258,2	1211,2	2360,7
314	Laguna de la Lecheria, au sud du village de Huehuetoca; bassin d'eau douce...............	22 ½	16	17,2	258,4	1207,3	2353,1
316	Huehuetoca ou Guegueroque, village célèbre par sa proximité au grand canal d'écoulement des lacs de la vallée de Mexico. La Maison du Real Desague, est, d'après le nivellement géodésique de Velasquez, de 19 vares mexicaines, ou de 16 mètres, plus élevée que le sol de la ville de Mexico. La formule de M. Laplace ne me donne que 3m,2 de plus. Lat. 19° 48′ 38″, long. 6h 46′ 11″..........................	18	14	16	259,1	1178,2	2296,5
316	El Puerto de Reyes; colline qui, près de Batas, fait le prolongement du Cerro de Sincoq ou de Nochistongo..................................	20	16	17	258,1	1208,5	2355,5

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométrique EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. MÈTRES.
317	Tula, grande bourgade; l'ancien Tollan. Des formations secondaires remplissent la vallée de Tula.	23	17	17	267,3	1053,2	2052,8
318	Cuesta de S. Antonio. Brèche à ciment calcaire, enchâssant des fragmens de pierre calcaire compacte. Cette brèche repose sur le calcaire du Jura	3	16	17	262,3	1125,1	2192,8
319	Hacienda de S. Antonio. Le porphyre reparoît couvert de mandelstein....................	4	16	17	262,5	1121,1	2185,2
320	Hacienda de S. Miguelito; amygdaloïde non poreuse, renfermant du péridot olivine, de la lithomarge et de la zéolithe; au-dessous de cette amygdaloïde reparoît un porphyre à base de silex corné..............................	4 ½	15	16	251,7	1305,3	2544,2
321	Cuesta de Calpulalpan; boules d'amygdaloïde poreuse et cellulaire, formant des couches superposées au porphyre..........................	5	14	16	247,4	1379,1	2687,0
322	Arroyozarco, village; mandelstein basaltique compacte (non poreux) analogue à celui de San Miguelito..	18	15	17	253,5	1295,7	2525,3
323	San Juan del Rio, beau village, entouré de jardins et de vignes. Au calvaire, des couches de brèches argileuses qui enchâssent des fragmens de basalte feuillités (à ce qu'il paroît) par l'action du feu. Lat. 20° 27′ 0″, long. 6h 48′ 50″.............	0	17	18	269,5	1014,8	1978,0
324	Hacienda de Lira, dans une vaste plaine couverte d'une couche épaisse de terre végétale. Fragmens de porphyre à base de pechstein, avec de la hyalite.....................................	19	15	16	270,2	995,5	1940,3
325	Cuesta de la Noria; le schiste primitif (Urthonschiefer) paroît au jour. Il contient des couches de schiste siliceux (Kieselschiefer)...........	22	18	17	266,7	1083,4	2111,7
326	Queretaro, ville célèbre par ses manufactures. On observe dans la charmante vallée appelée la Cañada, un porphyre schisteux qui contient des cristaux microscopiques de feld-spath, et qui repose sur du thonschiefer primitif. Latitude, 20° 36′ 39″, long. 6h 50′ 2″...................	5	20	18	270,6	995,1	1939,6
327	Zelaya, bourgade considérable entourée de plaines fertiles en froment. Les formations secondaires reparoissent. Près de la métairie de la Calera de las Monjas, le calcaire du Jura, qui est couvert de grès, repose sur du gypse ancien......	0	18	19	274,2	941,5	1835,0
328	El Molino de Sarabia, au moulin, à la vue du grand Cerro de Culiacan......................	11	17	17	275,3	916,7	1786,0
329	Salamanca, ville dans la plaine, qui s'étend depuis						

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. MÈTRES.
	Queretaro jusqu'à la villa de Leon. Lat. 20° 40′ 0″, long. 6h 53′ 0″	21	19	18	276,8	901,6	1757,2
330	Tehuascatio, village; un peu plus au nord, à *la de Sierra*, paroît au jour un grès ancien (altes conglomerat) couvert de calcaire du Jura.	0	17	18	274,7	929,0	1810,7
331	Guanaxuato, ville célèbre par ses mines les plus riches du monde connu. Schiste primitif, sur lequel reposent et la roche porphyritique de la Buffa et le basalte du Cubilete. Lat. 21° 0′ 15″, long. 6h 53′ 0″ (à l'hôtel de *don Diego Rul*).	21	17	17	266,4	1069,5	2084,4

D. ENVIRONS DE GUANAXUATO,

AU MOIS DE SEPTEMBRE 1803.

332 —336	Mina de la Valenciana, mine d'argent. La valeur des métaux précieux que cette mine a produits, monte, depuis l'année 1768 jusqu'en 1800, à quatre cent millions de francs. Le filon (la Veta Madre) coupe les couches du schiste primitif.						
	a. Au bord du Tiro nuevo, le nouveau puits de Notre-Dame de Guadeloupe. (Le comte de Valenciana a dépensé plus de six millions de francs en creusant les puits de sa mine.	23	17	16	259,4	1186,8	2313,0
	b. Boca de la Mina, à l'ouverture de la galerie. On a trouvé, par des opérations géométriques que l'on assure avoir été faites avec soin, le point le plus profond de la mine (*los planes*) de 613 vares mexicaines (514 mètres) au-dessous de la boca de la mina. Le calcul barométrique donne 3 mètres ou $\frac{1}{170}$ de plus. La chaleur est par conséquent assez uniformément distribuée dans la mine.	2	19	23	259,6	1194,3	2327,7
	c. El Cañon de la Merced, dans la galerie entre le San Ramon et le San Jose de Gracia.	23	19	20	266,2	1079,6	2104,2
	d. La frente del Padre Eterno, près de la galerie de San Bernardo, où jaillit une source thermale, dont la température est de 29°,3 centigrades	1	21	29	273,3	955,3	1861,8
	e. Los planes de San Bernardo, le plus profond de la mine de Valenciana. La température de l'air étoit de 27° centigrades......	1 ½	27,2	22	275,8	931,8	1816,2
337 —341	Mina de Rayas, mine d'argent, au sud-est de Valenciana, après Mellado, la mine la plus ancienne sur la Veta Madre.						

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. MÈTRES.
	a. Boca de la mina, à l'ouverture de la galerie supérieure	14	19	18	263,5	1116,3	2176,4
	b. Despacho, l'endroit où l'on réunit les minerais au bas du puits, *la place d'assemblage*.	0	23	10	268,0	1055,2	2056,6
	c. Planes, point le plus profond de la mine de Rayas. L'énorme rapidité du décroissement du calorique et les courans verticaux de l'air que l'on observe dans cette mine de peu de profondeur, rendent la mesure barométrique un peu douteuse...........	23	27,5	24	272,6	995,5	1940,2
	d. Cañon de S. Juan, un peu au-dessous de la galerie du Carmen....................	23 ½	27	23	270,6	1025,7	1999,2
	e. Cañon del Carmen, huit mètres plus élevé que la galerie d'écoulement projetée......	0 ½	25	24	268,7	1039,9	2026,8
342	Cuesta y Mina de Belgrado, au sud-est de la montagne de Serena, entre les mines de Guanaxuatito et de San Bruno. La Veta Madre y traverse des couches de porphyre qui sont superposées au schiste primitif...................	20 ½	17	16	255,5	1255,4	2446,9
	Mina de Villalpando, filons riches en or et en argent dans un porphyre, qui, près de la maison de l'administrateur de la mine, est couvert de grès. Ce grès alterne avec de l'argile schisteuse.						
343	*a. Bocca de la mina*, observation faite avec M. Chovel, minéralogiste distingué, élève de l'école des mines de Mexico.........	1	18,4	18	251,2	1331,6	2595,2
344	*b. Planes de todos los Santos*, le point le plus profond de la mine de Villalpando..	0	23,5	22	256,3	1262,8	3461,3
345	La Cruz de S. Miguel del Llano, au sud de la ville de Guanaxuato........................	5	16	17	263,4	1105,8	2155,4
346	La Cruz del Cerro de San Miguel, cime de grès au nord-nord-est de la Presa de Pozuelo.......	5 ½	16	17	263,6	1102,2	2148,2
347	La Cruz del Cerro de Serena, cime élevée. Brèche porphyritique......................	22 ½	17	17	254,5	1274,0	2483,0
348	Marfil, faubourg de Guanaxuato, dans le ravin qui mène des plaines de Burras et de Cuevas à la ville de Guanaxuato. (A la maison d'amalgamation de Barrera ou *de la Condessa*).........	23	16	17	268,3	1031,5	2015,1
349	La Garita de Marfil, au nord-est de la Cuesta de los Aguilares. Grès ancien...............	23 ½	18	17	267,8	1045,6	2037,8
	Mina de Animas, près de la Cañada de Secho, sur la veta madre de Guanaxuato.						

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

N°	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	MÈTRES.
350	*a. Bocca*, entre le puits de Mellado et celui de San Lorenzo	19 ½	17	18	262,3	1138,0	2218,1
351	*b. Frente de S. Pablo*, le point le plus profond de la mine	20 ½	23	21	266,5	1084,8	2114,3
352	Mina de Mellado, au bord du puits de S. Jose. Cette mine a été ouverte le 15 avril 1558	23	18	17	260,5	1171,4	2283,1
353	Cañada de Agaruca, petite vallée qui se réunit au ravin de Secho, près de Cata	21	16	18	265,4	1084,8	2114,3
354	El Puerto de Varientos, le plus haut du chemin entre Guanaxuato et Santa Rosa	22 ½	17	17,5	248,8	1376,2	2682,2
355	Santa Rosa de la Sierra, village dans une situation très-romantique près de l'église	23	17	17	253,5	1291,1	2516,4
356	Los Joares, plateau de la Sierra, dans lequel les Indiens *Nov*... creusent de petits bassins qu'ils remplissent d'eau pure pour ramasser de la glace, depuis le mois de décembre jusqu'au mois d'avril. A cette époque, il tombe de la neige aux Joares à un décimètre de hauteur; elle se conserve pendant cinq à six jours	1	18	17	249,5	1359,9	2650,5
357	El Puerto de Santa Rosa. Cette cime, plus élevée que les montagnes du Gigante et du Cubilete, est de près de 80 mètres plus basse que le Cerro de los Llanitos	0	17	17	244,8	1444,3	2815,1

E. VOYAGE DE GUANAXUATO A VALLADOLID,

AU MOIS DE SEPTEMBRE 1803.

N°	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE	À l'air libre	Du baromètre	HAUTEUR	TOISES	MÈTRES
358	Cuevas, village dans de belles plaines qui sont couvertes de grès ancien, et qui s'étendent jusqu'à Salamanca	22	18	17	270,5	1002,8	1954,5
359	Burras, maison du marquis de San Juan de Rayas	1	19	17	273,6	947,2	1846,1
360	Valle de Santiago, village, à la maison de l'Alferez Real don Manuel Carasco (près de l'église)	7	18	17	275,7	903,0	1760,0
	Alberca de Palangeo, dans la vallée de Santiago.						
361	*a) A la cime de la montagne.* Une muraille de rochers basaltiques entoure le lac que l'on croit le fond d'un ancien cratère	5	16	17	274,2	925,9	1804,6
362	*b) Au niveau de l'eau de l'Alberca de Palangeo*, endroit singulièrement romantique	5 ½	17	17	276,3	893,8	1742,0
363	Puerto de Andaracuas, au niveau du lac de Yurirapundaro, (Rochers de la formation de trapp)	21	18	17,5	275,9	914,7	1782,7

DU ROYAUME DE LA NOUVELLE-ESPAGNE.

N°	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE de l'observation.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, à l'air libre.	THERMOMÈTRE de RÉAUMUR, du baromètre.	HAUTEUR barométriq. EN LIGNES du pied de Paris.	ÉLÉVATION au-dessus DU NIVEAU DE LA MER, par la formule DE M. LAPLACE. TOISES.	MÈTRES.
364	Valladolid, ville, capitale de la province de Mechoacan. Lat. 19° 42′ 0″, long. 6h 52′ 49″	1	18	17	270,2	1001,4	1951,6

F. VOYAGE DE VALLADOLID AU VOLCAN DE JORULLO,

AU MOIS DE SEPTEMBRE 1803.

N°	LIEUX DES OBSERVATIONS.	HEURE	À l'air libre	Du baromètre	HAUTEUR	TOISES	MÈTRES
365	Capula, ferme. Formation de basalte poreux renfermant de l'amphibole, de la zéolite, du péridot, et surtout de l'hyalite (verre de Muller des minéralogistes allemands)	23	17	17	266,0	1075,1	2095,4
366	Chapultepec, métairie dans une belle plaine. Les fourmis de ce pays rassemblent le long du chemin une infinité de petits fragmens d'hyalite, entre lesquels ils déposent leurs œufs	2	18	17,5	266,3	1072,4	2090,2
376	Patzcuaro (ville à la grande place) 50 mètres au-dessus du niveau du beau lac de Pazcuaro. Long. 6h 54′ 0″	3	17	16	262,7	1129,9	2202,3
368	Ario ou Areo, village au bord de la pente occidentale de la grande Cordillère d'Anahuac. Prairies charmantes, ornées de plusieurs nouvelles espèces de *Dahlia* (Georgina Willd.) que nous avons introduites dans les jardins d'Europe	4	15	16	270,5	994,0	1937,4
339	Aguasarco, maisons isolées, habitées par des Indiens. Depuis Aguasarco on descend aux *playas* avec une rapidité effrayante	23	17	17	284,0	781,1	1522,4
370	Las Playas de Jorullo, cabane indienne située dans la partie de la plaine qui n'a pas été soulevée lors de la formation du volcan de Jorullo. Longit. 6h 45′ 22″. Le sable volcanique de la plaine a, le jour, une température de 60 degrés du thermomètre centigrade	2	29	24	309,5	404,5	788,5
371	Plaine du Malpays, immédiatement au pied du volcan, à sa pente occidentale. Terrain soulevé, hérissé d'un millier de petits cones fumans, appelés *los hornitos* (les fours)	23	25	23	304,2	487,5	950,1
372—374	Volcan de Jorullo (1) (Xorullo ou Juruyo) sorti de terre au mois de septembre 1759, à trente-six lieues de distance des côtes, et à quarante-deux lieues d'éloignement de tout autre volcan actif. La cime du volcan de Jorullo est élevée de 513 mètres au-dessus du niveau ancien des plaines voisines.						

(1) Sur la grande révolution qui a donné naissance au volcan de Jorullo, voyez ma *Géographie des Plantes*, p. 130, et mon *Essai politique sur le royaume de la Nouvelle-Espagne*, pag. 47 et 240.