



UNIVERSIDAD DE GUANAJUATO

CAMPUS IRAPUATO - SALAMANCA
DIVISIÓN DE INGENIERÍAS

*“Aplicación de la transformada Hilbert para
el análisis de vibraciones mecánicas”*

TESIS

QUE PARA OBTENER EL GRADO DE:

MAESTRO EN INGENIERÍA ELÉCTRICA

(Opción: Instrumentación y Sistemas Digitales)

PRESENTA:

Ing. Jesús Joaquín Yáñez Borjas

DIRECTORES:

Dr. David Camarena Martínez

Dr. Arturo García Pérez

Salamanca, Gto., a 09 de Mayo del 2017.

DR. DONATO HERNÁNDEZ FUSILIER
COORDINADOR DE ASUNTOS ESCOLARES
PRESENTE-

Por medio de la presente, se otorga autorización para proceder a los trámites de impresión, empastado de tesis y titulación al alumno(a) Jesús Joaquín Yañez Borjas del **Programa de Maestría en** Ingeniería Eléctrica y cuyo número de **NUA** es: 145276 del cual soy director. El título de la tesis es: Aplicación de la transformada Hilbert para el análisis de vibraciones mecánicas

Hago constar que he revisado dicho trabajo y he tenido comunicación con los sinodales asignados para la revisión de la tesis, por lo que no hay impedimento alguno para fijar la fecha de examen de titulación.

ATENTAMENTE


Arturo García Pérez
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS
SECRETARIO


David Camarena Martínez
NOMBRE Y FIRMA
DIRECTOR DE TESIS


HORACIO ROSTRO GONZÁLEZ
NOMBRE Y FIRMA
PRESIDENTE


OLEKSIY SHULIK
NOMBRE Y FIRMA
VOCAL

Dedicatoria

A Dios Todopoderoso y a la Virgen de Guadalupe, guardianes de todos mis pasos.

A mi familia, fuente de inspiración de todos mis logros.

A Sarita, que desde el cielo me acompaña y me protege.

Jesús Yáñez

Agradecimientos

A mi asesor de tesis el Dr. David Camarena Martínez, por su apoyo y orientación en el desarrollo de el trabajo de tesis y desarrollo de la maestría.

Al Dr. Gabriel Aviña por la oportunidad de realizar los estudios de maestría en la Universidad de Guanajuato, DICIS.

A todas aquellas personas que de una u otra manera hicieron posible la realización de este trabajo de Tesis.

Jesús Yáñez

Agradecimientos Institucionales

Expreso mi más sincera gratitud hacia la Universidad de Guanajuato, especialmente a la División de Ingenierías del Campus Irapuato-Salamanca por la formación y el apoyo que he recibido. A todos los profesores mis agradecimientos por su duro trabajo durante estos dos años que me permitieron obtener el título de maestro en ingeniería.



Este trabajo fue realizado gracias al apoyo recibido a través del Consejo Nacional de Ciencia y Tecnología de México, CONACYT, bajo la beca otorgada en la convocatoria titulada "BECAS NACIONALES 2015 SEGUNDO PERIODO", con el número de becario 688045.



Jesús Yáñez

Resumen

En los últimos años, la comunidad científica ha aumentado su interés en el monitoreo de condición estructural (*Structural Health Monitoring*, SHM). Esto, ha generado el desarrollo de diferentes técnicas para el análisis de señales de vibración estructural con el fin de aplicar SHM. Un proceso SHM implica la identificación de características dinámicas de una estructura específica, así como una estrategia de detección de daños. Esta investigación propone un método basado en la transformada Hilbert para la identificación de las características dinámicas de una estructura específica mediante el análisis de las señales de vibración de las estructuras civiles. El método fue desarrollado en diferentes etapas. En primer lugar, se utilizó la técnica de decremento aleatorio para extraer la respuesta libre amortiguada de la señal de vibración. Posteriormente, fue empleado el método de descomposición de modos no lineal para descomponer la señal de respuesta libre amortiguada obtenida. Finalmente, fue aplicada la transformada de Hilbert para identificar las frecuencias naturales y también para extraer los factores de amortiguamiento de la estructura. Este método fue desarrollado utilizando un software matemático, además fue validado mediante el uso de señales de vibración reales y sintéticas. Para concluir, fue realizada una comparación entre los resultados de este método y otros presentes en el estado del arte. Los resultados obtenidos, mediante el uso del método propuesto, demuestran que ésta puede ser utilizado para encontrar parámetros estructurales como frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para la detección de fallas en estructuras civiles.

Palabras clave: Monitoreo de condición estructural, transformada Hilbert, vibración ambiental, técnica de decremento aleatorio, descomposición de modos no lineal.

Abstract

In recent years, the scientific community has increased its interest on structural health monitoring (SHM). This has influenced the development of several techniques for analyzing structural vibration signals in order to apply SHM. A SHM process involves identifying dynamic characteristics of a specific structure, as well as applying a damage detection strategy. This research proposes a methodology based on Hilbert transform to be able to identify dynamic characteristics of a specific structure through the analysis of vibration signals from civil structures. The methodology consists of several different parts. First, the random decrement technique was used to extract the free damped response from the vibration signal. Subsequently, the nonlinear mode decomposition method was employed to decompose this response signal. Finally, the Hilbert transform was used to identify the natural frequencies and also to extract the damping factors of the structure. This methodology was developed by using a mathematical software and it was validated by using real and synthetic vibration signals. To conclude this research, a comparison between the results of this methodology and other studies was performed. The results of using the proposed methodology shows that it can be used to find structural parameters such as natural frequencies and damping factors for fault detection on civil structures.

Keywords: Structural health monitoring, Hilbert transform, ambient vibration, random decrement technique, nonlinear mode decomposition.

Índice general

1. Introducción	1
1.1. Introducción	1
1.2. Objetivos	2
1.2.1. Objetivo general	2
1.2.2. Objetivos particulares	2
1.3. Justificación	2
1.4. Antecedentes	3
1.5. Estructura del trabajo	4
2. Generalidades	6
2.1. Vibraciones mecánicas	6
2.2. Monitoreo de condición estructural (SHM)	7
2.3. Análisis modal	8
2.3.1. Frecuencia Natural	8
2.3.2. Factor de Amortiguamiento	9
2.3.3. Formas Modales	12
2.4. Técnica de decremento aleatorio (RDT)	12
2.5. Descomposición de modos no lineal (NMD)	14

2.6. Transformada Hilbert	16
3. Descripción del método propuesto	18
3.1. Normalización	19
3.2. Extracción de respuesta libre amortiguada	20
3.3. Descomposición de la señal	22
3.4. Extracción de las frecuencias naturales	25
3.4.1. Espectro de Hilbert	26
3.4.2. Transformada rápida de Fourier	28
3.5. Extracción de los factores de Amortiguamiento	29
3.5.1. Extracción de envolvente	30
3.5.2. Suavizado de envolvente	30
3.5.3. Ajuste a función exponencial	31
4. Resultados	33
4.1. Estructura de pruebas	34
4.2. Señales de vibración	35
4.2.1. Señales de vibración simuladas	36
4.2.2. Señales de vibración experimentales	39
4.3. Resultados	40
4.3.1. Señales de vibración simuladas - Resultados	41
4.3.2. Señales de vibración simuladas - Análisis de resultados	47
4.3.3. Señales de vibración experimentales - Resultados	49
4.3.4. Señales de vibración experimentales - Análisis de resultados	55

5. Conclusiones	59
Bibliografía	61
A. Tablas de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento	65
A.1. Señales simuladas	65
A.2. Señales simuladas	68

Índice de figuras

2.1. Sistema masa-resorte [21].	8
2.2. Sistema masa-resorte-amortiguador.	10
2.3. Proceso de descomposición de modos no lineal.	15
3.1. Método Propuesto.	19
3.2. Señal de vibración original y normalizada	20
3.3. Diagrama de bloques, obtención función de decremento aleatorio	21
3.4. Proceso de obtención de la función RDT	21
3.5. Señal de respuesta amortiguada	22
3.6. Descomposición de la señal de decremento aleatorio.	25
3.7. Descomposición de la señal de decremento aleatorio.	25
3.8. Extracción de frecuencia natural. Espectros de Hilbert.	27
3.9. Extracción de frecuencia natural. Análisis FFT.	29
3.10. Extracción de factor de amortiguamiento	30
3.11. Extracción de factor de amortiguamiento	31
4.1. Estructura de pruebas. Modelo de la estructura [37].	34
4.2. Estructura de pruebas. Estructura real [37, 40].	35
4.3. Configuración de la estructura de pruebas.	38

4.4. Disposición acelerómetros fase II, vibración ambiental, estructura sin fallas.	39
4.5. Señal de vibración original y normalizada, señal simulada sensor 16. . .	41
4.6. Extracción de la respuesta amortiguada, señal simulada sensor 16. . . .	42
4.7. Espectro de frecuencias, señal simulada sensor 16.	42
4.8. Descomposición mediante NMD, señal simulada sensor 16.	43
4.9. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia), señal simulada sensor 16. . .	44
4.10. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia-Amplitud), señal simulada sensor 16.	44
4.11. Extracción frecuencias naturales, señal simulada sensor 16.	45
4.12. Extracción factores de amortiguamiento, señal simulada sensor 16. . . .	46
4.13. Señal de vibración original y normalizada, señal experimental sensor 15.	49
4.14. Extracción de la respuesta amortiguada, señal experimental sensor 15. .	50
4.15. Espectro de frecuencias, señal experimental sensor 15.	50
4.16. Descomposición mediante NMD, señal experimental sensor 15.	51
4.17. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia), señal experimental sensor 15.	52
4.18. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia-Amplitud), señal experimental sensor 15.	52
4.19. Extracción frecuencias naturales, señal experimental sensor 15.	53
4.20. Extracción de factores de amortiguamiento, señal experimental sensor 15.	54

Índice de tablas

3.1. Parámetros de la función principal de la herramienta NMD de Matlab [®] .	23
4.1. Frecuencias naturales [Hz], vibración ambiental estructura sin daños.	36
4.2. Características de la variable de salida “acc”.	38
4.3. Disposición acelerómetros fase II, vibración ambiental, estructura sin fallas.	40
4.4. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (cuarto piso).	47
4.5. Comparación entre diferentes métodos.	48
4.6. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 15 - 13. Cuarto piso).	55
4.7. Frecuencias naturales para señales de vibración experimentales.	56
4.8. Factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales.	57
A.1. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 16 - 13. Cuarto piso).	66
A.2. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 12 - 9. Tercer piso).	66
A.3. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 8 - 5. Segundo piso).	67
A.4. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 4 - 1. Primer piso).	67

A.5. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 12 - 10. Tercer piso).	68
A.6. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 9 - 7. Segundo piso).	69
A.7. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 6 - 4. Primer piso).	69
A.8. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 3 - 1. Suelo).	70

Capítulo 1

Introducción

1.1. Introducción

El interés en identificar parámetros fundamentales de una estructura mecánica, así como supervisar y detectar daños en una etapa temprana, se ha incrementado en la comunidad científica, en especial en las áreas de ingeniería civil, mecánica y electrónica, entre otras. Así mismo, la necesidad de métodos o procedimientos para la identificación de daños y otros parámetros adicionales que se puedan aplicar a estructuras complejas, sumado a los avances significativos en la tecnología de instrumentación, medición de vibraciones y procesamiento de señales, ha conducido al desarrollo de métodos que examinan los cambios en las características de vibración de la estructura [1, 2].

Las mediciones, pruebas y análisis de vibraciones se están convirtiendo en herramientas populares para varias aplicaciones, entre éstas el monitoreo de condición estructural, estructuras mecánicas y civiles, instalación de maquinaria, industria aeroespacial, cuerpo humano entre otras. En el monitoreo de condición estructural, la detección de fallas o daños se puede evidenciar por cambios en las propiedades dinámicas o respuesta de las estructuras. Así, los parámetros modales (como frecuencias naturales, formas de modos y amortiguamiento modal) son modificados debido a cambios en las propiedades físicas de las estructuras (masa, amortiguamiento y rigidez) [1, 2].

La transformada Hilbert (*Hilbert Transform*, HT) desempeña un papel importante en el análisis de las señales de vibración, por lo que sus aplicaciones y mejoras se reflejan en diferentes estudios. [3–5]. Los métodos basados en la HT tienen la capacidad de identificar parámetros instantáneos de la señal como la amplitud, fase y frecuencia [6], por esta razón, son una herramienta poderosa para el análisis de señales no lineales y no estacionarias. A pesar de esto, muy pocos investigadores han abordado el problema de identificar las características dinámicas y posibles fallas estructurales

mediante los métodos basados en la HT.

1.2. Objetivos

1.2.1. Objetivo general

Proponer un método usando la transformada Hilbert para monitoreo de condición estructural.

1.2.2. Objetivos particulares

1. Encontrar parámetros modales de una estructura mecánica a partir de señales de vibración ambiental.
2. Realizar pruebas de funcionamiento utilizando señales artificiales y reales de vibraciones mecánicas mediante la simulación con una herramienta de software matemático.
3. Realizar una comparación del método propuesto, con respecto a los anteriormente reportados, con el fin de verificar las mejoras del método propuesto.

1.3. Justificación

Durante la última década la comunidad científica ha puesto su atención en el monitoreo de condición estructural (*Structural Health Monitoring*, SHM). El objetivo del SHM es identificar posibles causas de anomalías, en una etapa temprana, con el fin de mejorar la seguridad y el mantenimiento de estructuras tales como: puentes, edificios, estadios, maquinarias y equipos, entre otros. En este sentido, han sido desarrolladas diferentes técnicas para el análisis de señales de vibraciones estructurales con el fin de aplicar SHM [3, 7–9]. La detección precisa de las características de falla es un tema crucial, por lo que, mediante el uso de un método adecuado es posible identificar posibles fallas y otras características fundamentales de las estructuras.

El análisis de señales de vibraciones mecánicas es esencial para la identificación de las características dinámicas de los sistemas. De esta manera, es posible minimizar efectos no deseados como consecuencia de dichas señales, mejorar diseños de componentes, así como, detectar y prevenir fallas y realizar mantenimientos preventivos de equipos y/o estructuras, entre otros [10]. Mediante el análisis de las señales de

vibraciones mecánicas, es posible hallar los cambios del sistema debido a posibles fallos estructurales. Estas señales se pueden extraer mediante el uso de diferentes sensores y técnicas de medición, para su análisis se han desarrollado diferentes técnicas de análisis de señales como la transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) [1], la transformada Wavelet (*Wavelet Transform*, WT) [11] y, la descomposición empírica de modos (*Empirical Mode Decomposition*, EMD) [12] entre otras.

Recientemente, la transformada Hilbert ha cobrado gran importancia en el análisis de vibraciones mecánicas. [5, 13, 14]. Se puede decir que la transformada de Hilbert es equivalente a un tipo especial de filtro lineal, donde todas las amplitudes de la componente espectral permanecen sin cambios, pero sus fases son corridas en $\pi/2$. Entre sus propiedades radica el extender funciones reales a funciones analíticas [13]. Éstas propiedades inducen la capacidad de obtener parámetros como la frecuencia y amplitud instantánea, los cuales son de suma importancia en el análisis de señales.

La combinación de diferentes técnicas de análisis de señales permiten un análisis preciso, además de lograr un mejor desempeño en la obtención simultánea de los diferentes parámetros de la señal [5,6]. Por esto, el desarrollo de un nuevo método para el análisis de señales de vibraciones mecánicas con el uso de la transformada Hilbert y otras técnicas ya desarrolladas, mejoraría la calidad en los estudios y análisis de las señales antes mencionadas.

1.4. Antecedentes

Las señales de vibración son una respuesta repetitiva, periódica u oscilatoria de un sistema mecánico, y son generadas por cualquier movimiento sin importar su intensidad debido a comportamientos irregulares o aleatorios [15]. Éstas ocurren de forma natural y son representativas de la dinámica natural del sistema; sin embargo, también pueden surgir al ser forzadas de un sistema a otro a través de una fuerza de excitación, la cual puede ser generada internamente dentro del sistema o transmitida a él a través de una fuente externa. Ante la existencia de movimientos vibratorios existe o se lleva a cabo un intercambio de energía, el cual, dependiendo del sistema se podría aprovechar o podría ser perjudicial o no deseada. En este sentido, las señales de vibración pueden ser utilizadas para propósitos útiles tales como propagación del sonido, equipos de prueba de vibración, y maquinaria industrial [10].

Los avances en SHM, como herramienta de diagnóstico y pronóstico de la condición estructural, se evidencian a través del desarrollo de diferentes métodos para la detección de fallas en diferentes tipos de sistemas dinámicos, de los cuales resaltan los análisis mediante señales de vibración [8,9,16]. Entre los métodos desarrollados destacan los fundamentadas en la transformada rápida de Fourier, aunque, por sí sola ésta

herramienta no es capaz de analizar el contenido de frecuencia de una señal modulada en amplitud y de naturaleza no estacionaria. Así mismo, la FFT es menos eficiente en la detección de aquellas frecuencias que provienen de señales de vibración muy atenuadas durante la etapa incipiente de fallo, por ejemplo en la detección de defectos de rodadura interior en motores de inducción [17]. Por otro lado, la transformada Wavelet permite el análisis de señales no estacionarias, con discontinuidades o picos y tiene capacidad de multiresolución, sin embargo, la correcta selección de la Wavelet madre interfiere en la interpretación y análisis de la señal estudiada [11]. A diferencia de la WT, la distribución Wigner-Wille (*Wigner-Wille Distribution*, WVD) es una herramienta útil si se requiere una buena resolución en frecuencia, pero señales con pocas componentes espectrales [18].

Análogamente, la transformada Hilbert, cumple un papel importante en el análisis de señales de vibración, por lo que sus aplicaciones y mejoras a sus métodos se ven reflejados en diferentes estudios [3,5,13,19]. La transformada Hilbert en combinación con otros métodos de tiempo frecuencia ha sido ampliamente adoptada para diversas aplicaciones de procesamiento de señales debido a que entre sus ventajas, tiene la capacidad de lidiar con señales de carácter no estacionario y no lineal, más aún la posibilidad del cálculo de la señal analítica para el cálculo de parámetros como la amplitud, fase y frecuencia instantánea, los cuales son de gran utilidad para análisis tiempo-frecuencia [6].

1.5. Estructura del trabajo

El trabajo de tesis se encuentra organizado en cinco capítulos, los cuales se describen brevemente a continuación:

Capítulo I. Introducción. En esta primera sección se exponen los objetivos planteados para el trabajo, así como los motivos y antecedentes que permiten justificar la realización del mismo.

Capítulo II. Generalidades. En éste apartado se brinda una breve descripción de los principales conceptos asociados las señales de vibraciones mecánicas, así como lo relacionado al monitoreo de condición estructural. Además, se exponen algunos conceptos básicos relacionados a las técnicas de análisis de señales de vibraciones utilizadas para el método planteado.

Capítulo III. Descripción del método propuesto. El tercer capítulo se encuentra enfocado al desarrollo del método propuesto con el uso de la transformada Hilbert. Se presentan las etapas correspondientes para el desarrollo del método y las diferentes funciones utilizadas en Matlab[®].

Capítulo IV. Resultados. El desarrollo del este apartado está orientado en primer lugar a la descripción de la estructura de referencia utilizada para las pruebas realizadas para este estudio, así como del tipo de señales de vibración a utilizar. En segundo lugar, a la presentación de los resultados obtenidos aplicando el método propuesto, tanto con las señales de vibración simuladas como reales. En este capítulo, se presenta además un análisis de los resultados obtenidos, contrastándolos con los métodos existentes para el análisis de señales de vibración

Capítulo V. Conclusiones. Finalmente en este apartado se exponen las conclusiones resultantes del presente trabajo de investigación.

Capítulo 2

Generalidades

En este capítulo se da una breve descripción de los conceptos básicos más importantes para el estudio de vibraciones, monitoreo de condición estructural, análisis modal y las técnicas utilizadas para el desarrollo del método, como lo son la técnica de decremento aleatorio, la descomposición de modos no lineal y la transformada Hilbert.

2.1. Vibraciones mecánicas

Las vibraciones mecánicas se presentan en todos los sistemas y estructuras mecánicas. Es posible definir una vibración como cualquier movimiento que se repite después de un intervalo de tiempo, o como oscilaciones de un sistema alrededor de una posición de equilibrio [20]. Así mismo, la explicación física del fenómeno de vibración se refiere a la interacción entre energía potencial y energía cinética [21]. Por otro lado, en estructuras y sistemas mecánicos las vibraciones no son deseadas e incluso pueden ser destructivas [21]. Por esta razón, el análisis de vibraciones es un campo de estudio muy importante, se puede decir que, es una subárea de la dinámica que se ocupa de los movimientos repetitivos [21, 22].

Las vibraciones pueden ser clasificadas como vibración libre o vibración forzada. La vibración libre ocurre cuando ninguna fuerza externa es aplicada al sistema y se presenta a la frecuencia natural del sistema, es decir, tiene lugar cuando oscila bajo la acción de fuerzas inherentes al propio sistema, para esto, es suficiente un pequeño desplazamiento de la estructura [10, 20]. Un sistema bajo vibración libre vibrará a una o más de sus frecuencias naturales, que son dependientes de las distribuciones de masa y rigidez, así como las condiciones de contorno. Por el contrario, la vibración forzada se produce cuando una fuerza periódica externa es aplicada al sistema [20].

Los parámetros clave en el análisis de las vibraciones son la amplitud, el período y frecuencia natural. Wang y Wang [20] definen la amplitud de vibración como el desplazamiento máximo de una partícula o cuerpo de su posición de equilibrio, está relacionado con la energía aplicada. El período como el tiempo necesario para un ciclo completo del movimiento y, la frecuencia el número de ciclos por unidad de tiempo o el recíproco del período. La frecuencia natural o de resonancia es aquella a la que un sistema tiene una tendencia o facilidad para vibrar. Toda estructura posee una o varias frecuencias naturales de forma que al ser excitadas se producirá un aumento importante de vibración [10].

Dos características de gran importancia para el análisis de vibraciones son el grado de libertad (*Degree of Freedom* DOF) y el amortiguamiento (*Damping*). Específicamente, el mínimo número de coordenadas requeridas para especificar el movimiento de un sistema en cualquier instante se conoce como grados de libertad del sistema y la resistencia al movimiento de vibración de un cuerpo es conocido como factor de amortiguamiento [10]. Particularmente, de acuerdo a los grados de libertad del sistema se pueden denotar como: sistema con SDOF (*Single Degree of Freedom*) o sistema con MDOF (*Multiple Degree of Freedom*). El conocimiento de estas variables entre otras da paso a realizar el monitoreo de condición estructural.

2.2. Monitoreo de condición estructural (SHM)

El monitoreo de condición estructural (*Structural Health Monitoring*, SHM) es un proceso para identificar de forma no destructiva las características dinámicas de un estructura específica [7, 9]. Una aproximación técnica a un proceso de SHM comprendería de las siguientes partes: medición mediante sensores, diagnóstico e identificación de daños y predicción de daños o pronóstico. En estas etapas se incluyen las técnicas como la implementación de sensores, adquisición de datos, procesamiento y análisis de las señales [7, 13]. Su objetivo general es proporcionar una herramienta de diagnóstico y pronóstico de la condición estructural en cualquier momento durante la vida útil de una estructura. Las técnicas de SHM se pueden clasificar en dos grupos: locales y globales. Las técnicas locales requieren conocer *a priori* la zona donde está localizada la falla y ésta debe ser accesible. El grupo global de técnicas puede ser aplicado para evaluar las condiciones del sistema de una estructura compleja y están dominadas por el estudio de los cambios en las características de vibración [13].

Un punto crítico en SHM basada en vibraciones es extraer las características dinámicas del sistema. La frecuencia natural, las formas de los modos, los factores de amortiguamiento de las respuestas estructurales son algunas de estas características. Los sistemas estructurales con frecuencia se definen como lineales o no lineales, sin embargo, todos los sistemas reales son inherentemente no lineales. Además, todas

estas propiedades de vibración varían con el tiempo. Por lo tanto la identificación de parámetros implica diferentes métodos en el dominio de la frecuencia y en el dominio tiempo-frecuencia basados en la transformada Hilbert, así como métodos para analizar datos no lineales y no estacionarios [13, 23].

2.3. Análisis modal

El análisis modal es el proceso de estimación de las frecuencias naturales y sus formas de deflexión asociadas llamadas formas modales (*mode shapes*) del modelo matemático de cualquier sistema estructural [1]. En este sentido, una de las metas del análisis de vibración es poder detectar la respuesta del sistema, bien sea, para verificar los parámetros del modelo matemático de la estructura o para realizar un diagnóstico de éstos, y así, verificar la existencia de posibles fallas, y de ser así, realizar alguna tarea de mantenimiento [21].

2.3.1. Frecuencia Natural

Por experiencia, al observar un sistema masa-resorte como el de la figura 2.1 [21] se supone el movimiento periódico según la forma:

$$x(t) = A \sin(\omega_n t + \phi) \quad (2.1)$$

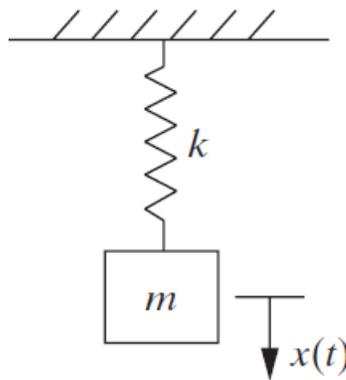


Figura 2.1. Sistema masa-resorte [21].

Se escoge esta respuesta ya que la función seno describe una oscilación. La ecuación 2.1 es la seno en su forma más general donde A es su máxima amplitud o máximo valor de desplazamiento, ω_n la frecuencia angular natural. Esta frecuencia

determina el intervalo de tiempo durante el cual la función se repite a si misma. La fase ϕ determina el valor inicial de la función seno. La fase y la amplitud son determinadas por el estado inicial del sistema. La frecuencia ω_n está determinada por las propiedades físicas de masa y rigidez (m y k) y las constantes A y ϕ por la posición inicial y velocidades, así como de la frecuencia.

Con el fin de comprobar si de hecho la ecuación 2.1 es una solución de la ecuación del sistema masa-resorte dada por:

$$m\ddot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.2)$$

Se deriva sucesivamente la ecuación 2.1 y se sustituye en la ecuación 2.2 donde:

$\dot{x}(t) = \omega_n A \sin(\omega_n t + \phi)$, es la velocidad y $\ddot{x}(t) = -\omega_n^2 A \sin(\omega_n t + \phi)$ es la aceleración, quedando por lo tanto:

$$-\omega_n^2 A \sin(\omega_n t + \phi) = -k A \sin(\omega_n t + \phi) \quad (2.3)$$

Al dividir por A y m se obtiene:

$$\omega_n^2 = \frac{k}{m} \quad \text{o} \quad \omega_n = \sqrt{\frac{k}{m}} \quad (2.4)$$

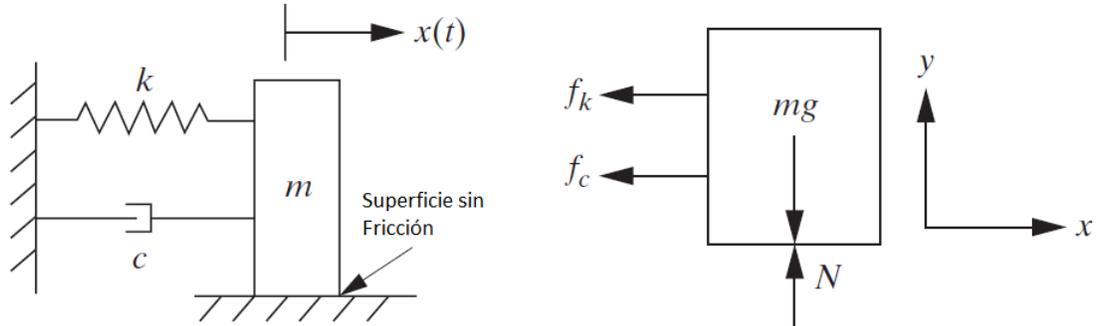
Por tanto la ecuación 2.1 es una solución de la ecuación de movimiento 2.2.

La constante ω_n caracteriza el sistema masa-resorte, así como la frecuencia a la cual el movimiento se repite a si mismo, entonces es llamada **Frecuencia Natural del Sistema**. Si la frecuencia se denota con f_n , ésta viene dada como $f_n = \omega_n/2\pi$. En la práctica la frase frecuencia natural es usada para referirse a f_n o ω_n y las unidades se dan explícitamente para evitar confusión, por ejemplo $f_n = 10Hz$ o $\omega_n = 20\pi rad/s$ [21].

2.3.2. Factor de Amortiguamiento

La respuesta del sistema masa-resorte anterior predice que el sistema oscila indefinidamente, sin embargo, los sistemas que oscilan libremente eventualmente reducen su movimiento a cero. Ésto indica que el modelo visto debe ser modificado para tomar en cuenta este movimiento decadente en el tiempo.

Al agregar un amortiguador viscoso al modelo como en la figura 2.2, la cual hace referencia a un sistema con un solo grado de libertad amortiguada, es posible agregar la fuerza $f_c = C\dot{x}(t)$, llamada fuerza de amortiguamiento, donde C es una constante llamada *Coefficiente de Amortiguamiento* y tiene unidades de fuerza por velocidad o Ns/m reducidos a kg/s en el sistema internacional.



(a) Sistema masa-resorte-amortiguador con 1 grado de libertad [21].

(b) Diagrama de cuerpo libre [21].

Figura 2.2. Sistema masa-resorte-amortiguador.

Usando un simple balance de masas como el de la figura 2.2b en la dirección x , la ecuación de movimiento 2.2 se convierte en:

$$m\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + kx(t) = 0 \quad (2.5)$$

Sujeta a las condiciones iniciales $x(0) = 0$ y $\dot{x}(0) = V_0$

Si $x(t)$ tiene la forma $x(t) = ae^{\lambda t}$, la sustitución de ésta en la ecuación 2.5 da como resultado:

$$(m\lambda^2 + C\lambda + k)ae^{\lambda t} = 0 \quad (2.6)$$

Si $ae^{\lambda t} \neq 0$, entonces 2.6 se reduce a la ecuación característica:

$$m\lambda^2 + C\lambda + k = 0 \quad (2.7)$$

La ecuación anterior se resuelve usando la forma cuadrática y se obtienen 2 soluciones:

$$\lambda_{1,2} = -\frac{C}{2m} \pm \frac{1}{2m} \sqrt{C^2 - 4km} \quad (2.8)$$

El valor de $\lambda_{1,2}$ puede ser real o imaginario dependiendo del valor de la discriminante. Mientras m , C y k son números reales y positivos, λ_1 y λ_2 serán números reales y negativos si $C^2 - 4km > 0$. Por otro lado si la discriminante es negativa, los valores serán complejos conjugados con la parte real negativa y, finalmente si el discriminante es cero las raíces λ_1 y λ_2 serán iguales, negativas y reales.

Observando los tres casos es conveniente y útil definir el *Coficiente Crítico de Amortiguamiento* C_{Cr} :

$$C_{Cr} = 2m\omega_n = 2\sqrt{km} \quad (2.9)$$

donde: ω_n es la frecuencia natural no amortiguada. Además, el número adimensional (ζ) llamado **Factor de Amortiguamiento** definido por:

$$\zeta = \frac{C}{C_{Cr}} = \frac{C}{2m\omega_n} = \frac{C}{2\sqrt{km}} \quad (2.10)$$

La Ecuación 2.10 puede ser usada para caracterizar tres tipos de soluciones para la ecuación característica.

Reescribiendo las raíces de la ecuación 2.8 queda:

$$\lambda_{1,2} = -\zeta\omega_n \pm \omega_n \sqrt{\zeta^2 - 1} \quad (2.11)$$

donde ahora es claro que el factor de amortiguamiento determina si las raíces son complejas o reales. Así, es posible determinar la naturaleza del sistema con un grado de libertad amortiguado.

Para masa y, coeficientes de amortiguamiento y rigidez positivos, existen tres posibles casos [21] descritos a continuación.

- *Movimiento subamortiguado*, donde ($0 < \zeta < 1$) el factor de amortiguamiento es menor que 1 y la discriminante de la ecuación 2.11 es negativa resultando un par de raíces complejas conjugadas.
- *Movimiento sobreamortiguado*, ($\zeta > 1$) el factor de amortiguamiento es mayor que 1, la discriminante de la ecuación 2.11 es positiva resultando un par de raíces reales diferentes.

- *Movimiento críticamente amortiguado*, ($\zeta = 1$) el factor de amortiguamiento es igual a 1 y la discriminante de la ecuación 2.11 es cero. Esto corresponde al valor de ζ que separa el movimiento oscilatorio del no oscilatorio. Sus raíces son iguales, reales y negativas.

2.3.3. Formas Modales

Los parámetros estudiados hasta aquí corresponden a un sistema con un grado de libertad. Sin embargo, las estructuras reales poseen más de un grado de libertad. Los grados de libertad están determinados por el número de partes móviles y el número de direcciones en la cual cada parte puede moverse. De esta manera, más de un grado de libertad significa más de una frecuencia natural, así, más de una frecuencia natural incrementa en gran forma que el sistema pueda entrar en resonancia.

Un concepto importante es la *Forma Modal* y su uso en el análisis modal para el estudio de un sistema de múltiples grados de libertad. Una forma modal es un vector que describe el movimiento relativo entre dos masas o entre dos grados de libertad. En un sistema de ingeniería cuando se le da una perturbación inicial y se le permite ejecutar vibraciones libres sin una excitación posterior, el sistema tenderá a hacerlo a una determinada frecuencia y, a mantener una determinada forma geométrica. Ésta frecuencia y la forma correspondiente (o factor de movimiento) de las partes móviles del sistema se denominan formas de modo [15].

En otro orden de ideas, en una estructura puede ocurrir resonancia a ciertas frecuencias, tales como las frecuencias naturales. Las formas de modos describen las configuraciones o los patrones en la cual la estructura se desplazará de forma natural cuando se excita a la frecuencia natural.

2.4. Técnica de decremento aleatorio (RDT)

La técnica de decremento aleatorio o (*Random Decrement Technique, RDT*) es un procedimiento en el dominio del tiempo, fue propuesta por Cole [24] y está basada en el supuesto de que la respuesta estructural se compone de una parte determinista y otra aleatoria, donde, la parte determinista está asociada con la respuesta libre amortiguada con una condición inicial de la cual se pueden extraer los parámetros modales de la estructura, con ciertas ventajas [8].

Entre sus principales ventajas se tiene que es independiente de los datos de excitación para obtener la respuesta libre amortiguada y elimina parte del ruido asociado al proceso de medición. Así mismo, las función resultante contiene las

frecuencias naturales y los coeficientes de amortiguamiento asociados a la estructura.

El concepto de la técnica RDT es relativamente simple y no muy difícil de implementar numéricamente. Así, la función de decremento aleatorio (*Random Decrement, RD*) $\hat{D}_{XX}(\tau)$ puede ser estimada como el promedio de los segmentos de tiempo $x(t_i + \tau)$ de la respuesta, y el punto de partida para cada segmento se da cuando el desplazamiento alcanza cierto valor $x(t_i) = a_0$, mostrado en la ecuación 2.12 [8, 25, 26].

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \{x(t_i + \tau) | x(t_i) = a_0\} \quad (2.12)$$

En esta ecuación, el estimado de la función RD $\hat{D}_{XX}(\tau)$ es una función del tiempo variable $\tau = t - t_i$, la cual representa el tiempo pasado, t_i es el tiempo de disparo, N es el número de puntos de disparo y, $x(t_i) = a_0$ está referido a la condición de disparo. Sin embargo, las mediciones en realidad sólo están disponibles en forma discreta, por lo tanto la probabilidad de que las mediciones de respuesta tomen un valor exacto $x(t_i) = a_0$ está cerca de cero. Para evitar este problema, es implementada una condición de disparo de cruce de nivel. Esto define el punto de disparo como el punto de medición en el que el desplazamiento se hace más grande o más pequeño que un cierto valor. En una forma más general, la ecuación 2.12 se puede reescribir como se muestra a continuación [25, 26]:

$$\hat{D}_{XX}(\tau) = E(x(t_i + \tau) | T_{X(t)}^G) \quad (2.13)$$

donde, $T_{X(t)}^G$ es la condición de disparo. La condición de disparo simplemente describe un requerimiento para la condición inicial de los segmentos de tiempo en el proceso de promediado al tiempo de retraso $\tau = 0$. existen diferentes condiciones de disparo [25], que pueden ser consideradas como una formulación específica de la forma general de la condición de disparo $T_{X(t)}^G$ representada en la ecuación 2.14.

$$T_{X(t)}^G = \{a_1 \leq X(t) < a_2, b_1 \leq \dot{X}(t) < b_2\} \quad (2.14)$$

La elección de la condición de disparo para la técnica RD es dejada al usuario. Entre las condiciones de disparo usadas frecuentemente están las de cruce de nivel $T_{X(t)}^L$, cruce positivo $T_{X(t)}^P$, extremo local $T_{X(t)}^E$ y cruce por cero $T_{X(t)}^Z$ (ecuaciones 2.15 a 2.18) [25].

$$T_{X(t)}^L = \{X(t) = a\} \quad (2.15)$$

$$T_{X(t)}^P = \{a_1 \leq X(t) < a_2\} \quad (2.16)$$

$$T_{X(t)}^E = \{a_1 \leq X(t) < a_2, \dot{X}(t) = 0\} \quad (2.17)$$

$$T_{X(t)}^Z = \{X(t) = a, \dot{X}(t) > 0\} \quad (2.18)$$

La condición más versátil en general es $T_{X(t)}^P$, mientras que el número de puntos de disparo puede ser ajustado cambiando los niveles de disparo. El número de puntos de disparo controla el tiempo de estimación y la exactitud de los estimados. de acuerdo a lo anterior, se recomienda usar la condición de disparo por cruces positivos para datos provenientes de vibración ambiental a menos que las medidas sean extremadamente largas [25].

2.5. Descomposición de modos no lineal (NMD)

La descomposición de modos no lineal (*Nonlinear Mode Decomposition, NMD*) desarrollada por Iatsenko [27, 28] es una herramienta adaptativa que puede ser usada para cualquier forma de onda. La NMD Tiene como objetivo principal descomponer una señal dada en un conjunto de oscilaciones físicamente significativas, llamadas modos no lineales (*Nonlinear Modes, NM*), eliminando simultáneamente el ruido. Ésta herramienta se fundamenta en el análisis de señal bajo una representación tiempo-frecuencia (*Time-Frequency Representation, TFR*), así como en la combinación de dos técnicas de análisis de tiempo-frecuencia, haciendo de ésta una técnica muy robusta.

El método está orientado a ser adaptativo, y muy robusto al ruido, como resultado de la robustez general al ruido de los enfoques basados en las TFR. las TFR utilizadas son la transformada de Fourier por ventaneo (*Windowed Fourier Transform WFT*) y la transformada Wavelet (*Wavelet Transform WT*). Además, es capaz de identificar y unir todos los armónicos correspondientes a un mismo modo, así, la NMD es capaz de recuperar las oscilaciones dentro de cualquier forma de onda. [27, 28]. El proceso de descomposición de la señal puede finalizar cuando la señal obtenida en la iteración siguiente no pasa la prueba contra el ruido, así, el método recupera sólo oscilaciones físicamente significativas, dejando las tendencias y el ruido como el residuo.

Para que la descomposición sea realizada son necesarias varias etapas, que comprenden desde un preprocesamiento y prueba de ruido inicial, seguido de un análisis en la representación tiempo-frecuencia, luego la identificación de los armónicos candidatos y extracción de los armónicos verdaderos, finalmente la reconstrucción del modo no lineal y su extracción de la señal original.

En la figura 2.3 se pueden observar dichas etapas las cuales son descritas a continuación [28]:

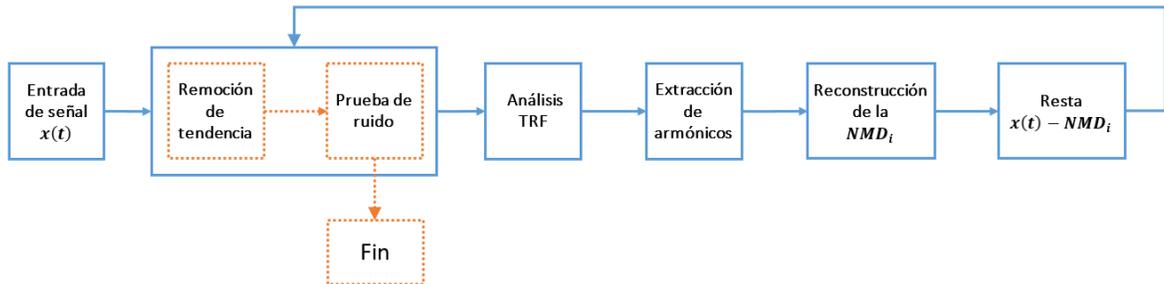


Figura 2.3. Proceso de descomposición de modos no lineal.

1. En primer lugar una vez recibida la señal $x(t)$, es realizado un pre-procesamiento (indicado en las líneas punteadas de la figura 2.3) donde es removida la tendencia y luego es realizada la prueba contra la hipótesis nula de ruido. Si no pasa la prueba, se detiene el procedimiento.
2. Seguidamente, se realiza un análisis de la representación tiempo frecuencia TFR de la señal, inicialmente, se hace el cálculo de la WT de la señal y se extrae la componente más dominante. Luego, con base en las propiedades de esta componente, se selecciona el tipo de representación tiempo-frecuencia óptimo, entonces, se utiliza en todos los pasos subsiguientes. El componente es extraído de la WFT de la señal si se determina que este tipo es más apropiado que la WT.
3. Luego, la componente obtenida en la etapa anterior representa generalmente un armónico particular de algún modo no lineal (*Nonlinear Mode, NM*), pero, no siempre es el primero. Para extraer este armónico principal, se realiza en primer lugar la extracción de los posibles armónicos candidatos $h = 1/2$ y se prueba que sea verdadero. Esto se realiza usando las WFT o WT calculadas para las diferentes resoluciones de los parámetros de frecuencia. El mismo procedimiento se realiza para los posibles armónicos candidatos $h = 1/3, 1/4, \dots$, hasta que tres de ellos en fila se identifiquen como falsos. El armónico fundamental del NM al que pertenece el componente se toma entonces como el armónico verdadero con el h más pequeño (o como el componente original si todos los armónicos $h = 1/2, 1/3, 1/4$ fueron identificados como falsos).
4. Sobre la base en los parámetros de la armónica fundamental, sus posibles armónicos $h = 2, 3, \dots$ son extraídos y probados en la misma forma cualitativa que se hizo en el paso anterior.
5. Finalmente, se reconstruye el modo no lineal completo mediante la suma de todos los armónicos verdaderos, se sustraen de la señal y se repite el proceso con la señal residual hasta que se cumpla un criterio de parada preestablecido.

La herramienta NMD no necesita de muchos ajustes y debería ser fácil de aplicar, incluso para usuarios inexpertos. Esta herramienta se encuentra completa y disponible de forma gratuita en [29], junto con sus instrucciones y herramientas individuales. La misma tiene diferentes configuraciones que pueden utilizarse para su aplicación. Sin embargo, muchos de los parámetros, o son ya bien establecidos, o se pueden elegir de forma adaptativa, eliminando así la ambigüedad.

2.6. Transformada Hilbert

La transformada Hilbert es una de las transformadas integrales (como Laplace y Fourier), lleva el nombre de David Hilbert, que se introdujo por primera vez para resolver un caso especial de las ecuaciones integrales en el área de la física matemática [5]. La transformada Hilbert proporciona una forma única de definir la parte imaginaria de una función, aunque teóricamente existen una infinidad de maneras para definirla. Comúnmente las funciones o señales se definen completamente en el dominio del tiempo o en el de la frecuencia, y la transformada de Fourier realiza un cambio de la función o señal de un dominio a otro. La transformada de Hilbert conforma la señal con la mitad de la información en el dominio del tiempo y la otra mitad en el de la frecuencia [5, 6, 12].

La HT está definida por una transformada integral como:

$$Y(t) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{X(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (2.19)$$

donde P indica el valor principal de Cauchy; método que permite asignar valores a ciertas integrales impropias que si no resultarían indefinidas. Esta transformada existe para todas las funciones de la clase L^P .

La aplicación de la HT en el análisis de señales provee alguna información adicional acerca de la amplitud, frecuencia y fase instantánea de la señal de vibración. Por consiguiente, con la definición presentada anteriormente, $X(t)$ y $Y(t)$ forman un par complejo conjugado, entonces, la señal analítica puede ser escrita como:

$$Z(t) = X(t) + iY(t) = a(t)e^{i\theta(t)} \quad (2.20)$$

donde, la ecuación:

$$a(t) = |Z(t)| = \sqrt{X^2(t) + Y^2(t)} = e^{Re[\ln Z(t)]} \quad (2.21)$$

permite obtener la amplitud instantánea de la señal (envolvente, magnitud y módulo). y la ecuación:

$$\theta(t) = \arctan \frac{Y(t)}{X(t)} = \text{Im}(\ln Z(t)) \quad (2.22)$$

su fase instantánea.

Si se hace un cambio de coordenadas cartesianas $(X(t), iY(t))$ a polares (a, θ) se obtiene $X(t) = a(t) \cos \theta(t)$ y $Y(t) = a(t) \sin \theta(t)$.

La primera derivada de la fase instantánea en función del tiempo se conoce como frecuencia instantánea (*Instantaneous Frequency IF*) $\omega(t)$:

$$\omega(t) = \dot{\theta}(t) = \frac{d\theta(t)}{dt} \quad (2.23)$$

Recientemente la transformada Hilbert ha cobrado gran importancia, ya que entre sus propiedades radica, extender funciones reales a funciones analíticas [30]. Se puede decir que la Transformada de Hilbert es equivalente a un tipo especial de filtro lineal, donde todas las amplitudes de la componente espectral permanecen sin cambios, pero sus fases son corridas en $\pi/2$ [13]. Estas propiedades inducen la capacidad de obtener parámetros como la frecuencia y amplitud instantánea, los cuales son de suma importancia para el análisis de señales.

Capítulo 3

Descripción del método propuesto

La determinación de parámetros como frecuencias naturales, formas de modos y factores de amortiguamiento permiten realizar el análisis modal. Las mediciones de vibraciones se hacen por diferentes razones, entre ellas, el diagnóstico y mantenimiento de una determinada estructura. Un diagnóstico continuo de las frecuencias naturales de una estructura o una máquina, permitiría detectar un corrimiento en frecuencia o algún cambio en otro parámetro, lo que podría indicar una posible falla y la necesidad de mantenimiento.

En particular este enfoque corresponde a un tópico general del monitoreo de condición estructural. El requerimiento principal es la estimación de parámetros modales de la estructura como las frecuencias naturales del sistema y factores de amortiguamiento, lo que se puede lograr de forma mediante el análisis modal operacional (*Operational Modal Analysis*, OMA) o análisis modal de sólo salida o análisis de vibración ambiental en el cual la determinación de éstos parámetros modales se realiza a partir de medidas de salida de vibración de la estructura [31].

El desarrollo de este capítulo está dirigido a la descripción del método propuesto para el monitoreo de sistemas dinámicos a través del análisis de vibraciones mecánicas con el uso de la Transformada Hilbert. Se describirán detalladamente los bloques constitutivos del método propuesto para la obtención de las características dinámicas de la estructura.

El método propuesto consta de cinco etapas principales, en las que se ejecutan diferentes pasos para la obtención de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, parámetros importantes en el monitoreo de condición estructural. En primer lugar, es realizada una normalización de la señal. En segundo lugar, es efectuada la extracción de la respuesta libre amortiguada del sistema, la cual, incluye todas las frecuencias naturales y factores de amortiguamientos de la estructura.

En tercer lugar, la señal resultante es descompuesta en varios modos pertinentes a cada frecuencia natural y factor de amortiguamiento del sistema. En cuarto lugar, es realizado un análisis espectral a cada uno de estos modos con el fin de extraer las frecuencias naturales del sistema y, finalmente, una vez obtenidas las frecuencias naturales y, a partir de las señales en el tiempo resultantes son obtenidos los factores de amortiguamiento de cada uno de éstos. En el diagrama de bloques de la figura 3.1 se presenta un esquema general del método planteado.



Figura 3.1. Método Propuesto.

A continuación, son explicadas cada una de las etapas del método propuesto como fue mencionado anteriormente.

3.1. Normalización

Con el fin de llevar la respuesta a un rango específico de valores adimensionales, fue realizada la normalización de la señal para así poder compararla de manera significativa con otros datos. En este caso fue realizado un escalado entre los valores $[-1, 1]$ ya que la respuesta medida varía entre valores positivos y negativos. la normalización fue realizada de la siguiente manera:

Inicialmente fue determinado el valor máximo de la respuesta en valor absoluto según la ecuación 3.1:

$$S_{max} = \max|\mathbf{S}| \quad (3.1)$$

donde \mathbf{S} es el vector correspondiente a la respuesta del sistema. Seguidamente la señal normalizada fue obtenida según la ecuación 3.2:

$$\mathbf{S}_{norm} = \frac{\mathbf{S}}{S_{max}} \quad (3.2)$$

Así, \mathbf{S} queda delimitado por valores entre $[-1, 1]$, como fue mencionado anteriormente. En la figura 3.2 se puede observar un ejemplo de una señal de vibración en su forma original y luego de ser normalizada entre $[-1, 1]$.

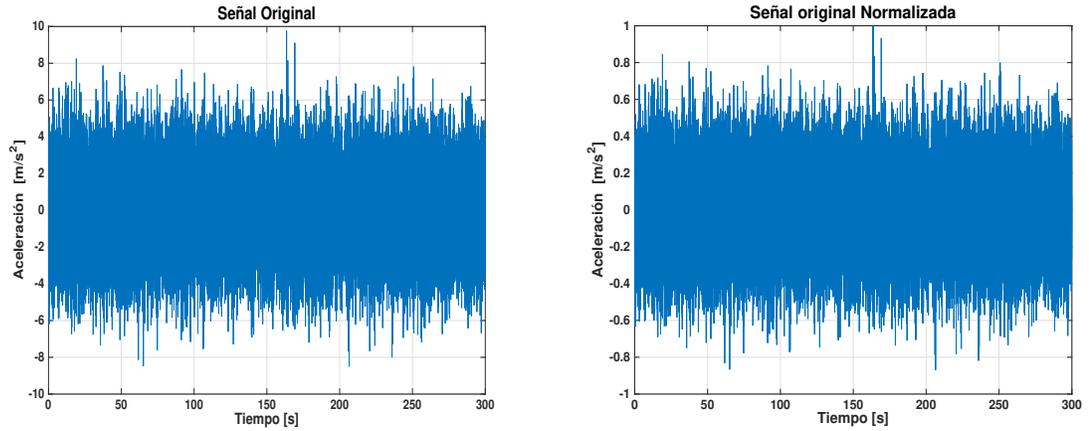


Figura 3.2. Señal de vibración original y normalizada

3.2. Extracción de respuesta libre amortiguada

Para la extracción de la respuesta libre fue utilizada la técnica de decremento aleatorio o RDT. Mediante el uso de ésta técnica son extraídas las funciones de decaimiento libre del sistema, producidas por excitaciones dinámicas tales como vibraciones ambientales, mediante ensayos no destructivos, económicos y con buena precisión. En SHM el uso de esta técnica proporciona un análisis rápido y preciso, además, mejora la fiabilidad de las mediciones de los parámetros modales, como frecuencias naturales y coeficientes de amortiguamiento.

La condición de disparo $x(t_i) = a_0$ de la ecuación 2.12 fue seleccionada cuidadosamente para detectar los puntos de disparo suficientes para lograr una buena estimación de la respuesta libre. Uno de los criterios es la minimización de la varianza en la respuesta estimada [8]. Para calcular el valor de a_0 , la condición de cruce de nivel utiliza todos los puntos que son iguales o mayores que el valor umbral óptimo, que se estima como sigue [8]:

$$a_0 = \sqrt{2}\sigma_x \quad (3.3)$$

donde, σ_x es la desviación estándar de la señal.

El diagrama de bloques de la figura 3.3 presenta un esquema de cómo es realizada la obtención de la función de decremento aleatorio utilizada para este estudio. En primer lugar se lee la señal de vibración ambiental medida, y además, se debe indicar el número de puntos de disparo, que determinarán la longitud de la señal de salida.

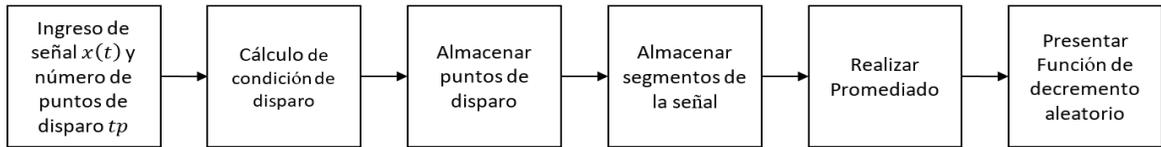


Figura 3.3. Diagrama de bloques, obtención función de decremento aleatorio

Seguidamente la condición de disparo a_0 es determinada de acuerdo a la ecuación 3.3. Una vez conocido este valor, es realizado un barrido de la señal de entrada, donde son guardadas las posiciones en las que su valor supera la condición de disparo $x(t) \geq a_0$. Luego, a partir de cada posición almacenada anteriormente, son almacenados los segmentos de señal del tamaño de puntos de disparo seleccionados al principio.

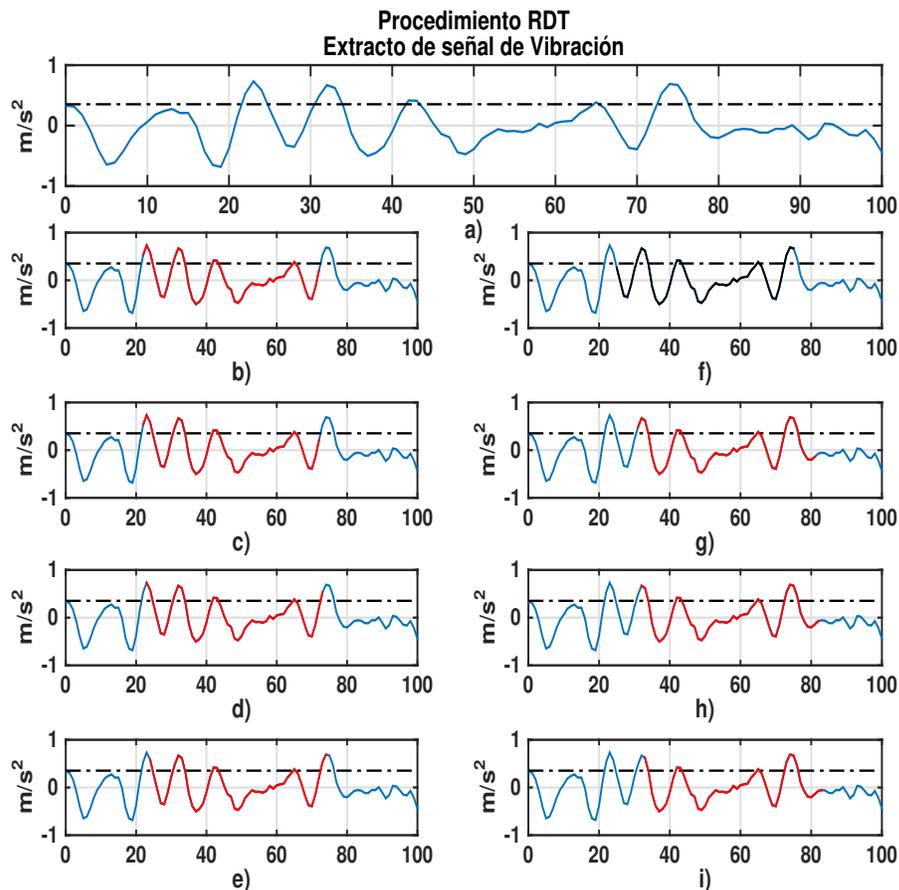


Figura 3.4. Proceso de obtención de la función RDT

En la figura 3.4 se puede observar un ejemplo de cómo es realizada esta parte del proceso, en un extracto de una señal de vibración. La línea punteada, en las figuras 3.4a a 3.4i, indica el valor de a_0 encontrado. Los segmentos de señal indicados en rojo en

las figuras 3.4b a 3.4e y 3.4g a 3.4i indican cuáles son almacenados, se puede observar que su punto inicial se encuentra por encima del valor de disparo a_0 y tienen una longitud igual al número de puntos de disparo seleccionado N de la ecuación 2.12.

Además, La figura 3.4f muestra un ejemplo de un segmento de la señal que no es almacenado ya que no esa posición no pertenece al conjunto de posiciones guardadas anteriormente debido a que el valor inicial en ese punto se encuentra por debajo del umbral a_0 .

Finalmente, es realizada la obtención de la función de decremento aleatorio de acuerdo a la ecuación 2.12, equivalente al promediado de los segmentos almacenados en los pasos anteriores. Debido a que la función de decremento aleatorio resultante contiene las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de la estructura, la señal es descompuesta a continuación mediante el método de descomposición de modos no lineal (NMD).

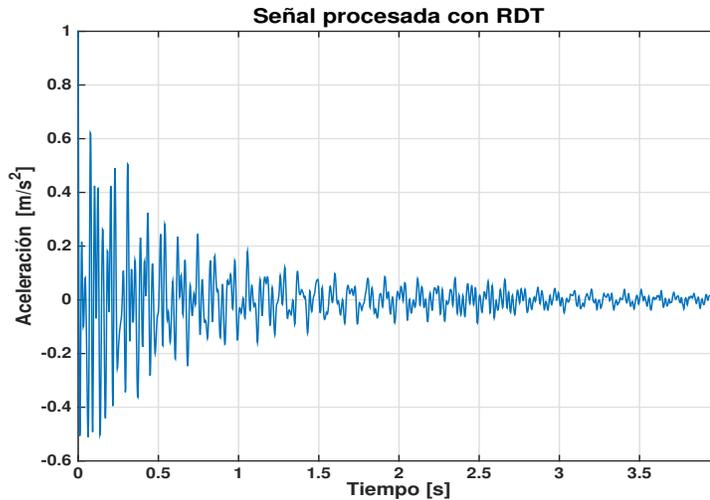


Figura 3.5. Señal de respuesta amortiguada

En la figura 3.5 se da un ejemplo del resultado que se obtendría al ser aplicada la técnica de decremento aleatorio a la señal de la figura 3.2. Es posible observar que la señal decae con el tiempo y además el tiempo de duración corresponde al número de puntos de disparo seleccionado con respecto a la frecuencia de muestreo de la señal.

3.3. Descomposición de la señal

La descomposición de la señal es realizada mediante la herramienta NMD, con la finalidad de obtener los diferentes modos físicamente significativos correspondientes

de la estructura a ser estudiada. La selección de parámetros es realizada de acuerdo a la señal de entrada y los datos que se quieren obtener, para así lograr una mejor identificación de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de la estructura.

Con base a la herramienta (*toolbox*) y al tutorial proporcionado de manera gratuita por Iatsenko en [29], la herramienta en Matlab[®] para la descomposición de modos no lineal posee una función principal `nmd.m`, con la cual dada una señal es posible extraer sus modos físicamente significativos. Entonces, para una señal (*signal*) tomada con una frecuencia de muestreo en Hz (Fs), la forma básica de usar esta función en Matlab[®] es como se muestra a continuación:

$$NM=nmd(signal, Fs);$$

donde, los modos físicamente significativos son extraídos en un conjunto de columnas `NM`. Diferentes parámetros pueden ser añadidos a la función si se quiere por ejemplo: mejorar la velocidad para la extracción de los modos, lo que influye directamente en la velocidad con que se ejecuta la herramienta; cambiar el número de modos a obtener `o`; delimitar el rango de frecuencias, cuyo rango máximo alcanzable por defecto es la frecuencia de Nyquist ($Fs/2$). La descripción de estos parámetros, entre otros, son descritos en la tabla 3.1 [29].

Tabla 3.1. *Parámetros de la función principal de la herramienta NMD de Matlab[®].*

Parámetro	Descripción
ModeNum	<code>NM=nmd(signal, Fs, 'ModeNum', Num);</code> Extrae el número (<code>Num</code>) de modos oscilatorios especificados de la señal de oscilaciones especificadas (no necesariamente físicamente significativos)
Template	<code>NM=nmd(signal, Fs, 'template', 'Fast');</code> Utiliza un set de parámetros, los cuales, mejoran la velocidad pero disminuyen un poco la precisión.
fmin y fmax	<code>NM=nmd(signal, Fs, 'fmin', 1, 'fmax', 20);</code> Extrae los modos físicamente significativos de la señal entre las frecuencias especificadas $[1, 20]Hz$
TFRtype	<code>NM=nmd(signal, Fs, 'TFRtype', 'WFT');</code> Especifica el tipo de TFR a utilizar (<code>WFT</code> o <code>WT</code>) para extraer los modos

Para una mejor extracción de los `NM`, la selección adecuada de los parámetros

es un punto importante a considerar. Entre estos debe ser tomados en cuenta:

- **Tipo de TFR: WT o WFT [27]**

La principal diferencia entre la WFT y la WT radica en el tipo de resolución de frecuencia, lineal para la WFT y logarítmica para la WT. Por lo tanto, la capacidad de las WT para resolver componentes de frecuencia empeora con el aumento de la frecuencia, mientras que su habilidad para reflejar las variaciones componentes de frecuencia mejora; Por el contrario, la WFT no discrimina entre componentes en base a sus frecuencias características. La preferencia por un tipo de TFR sobre el otro, depende de la estructura de la señal.

De esta manera, la WT es más adecuada especialmente si los componentes de alta frecuencia contenidos en la señal están más distantes en frecuencia y tienen mayor variabilidad en el tiempo que aquellas a baja frecuencia, lo cual, es a menudo el caso de las señales reales; en caso contrario, es preferible la WFT.

- **Método de reconstrucción: Directo o de Cresta [27]**

Existen dos métodos alternativos para la reconstrucción de las componentes de las WFT o WT, el método directo y el de cresta. El método de cresta es más robusto ante el ruido, pero el método directo permite la variabilidad en el tiempo de los parámetros de la componente a bajos niveles de ruido, que han de seguirse con mayor precisión.

Para implementar este criterio, es necesario calcular dos nuevas TFR, para el método directo y de cresta respectivamente. Además, no es necesario calcularlos para todas las frecuencias, basta con limitar el rango de frecuencias. Esto mejorará la rapidez del procedimiento.

Si es escogida la opción adaptativa, para el método de reconstrucción, se asegura que en la mayoría de los casos se obtengan las mejores estimaciones posibles. Así, cuando la modulación Amplitud/frecuencia es baja y el ruido es alto, es usado el método de cresta, más robusto ante el ruido, mientras que en el caso contrario es utilizado el método directo dando más precisión ante variaciones de amplitud/frecuencia. Este enfoque aumenta la robustez ante el ruido y la precisión del NMD.

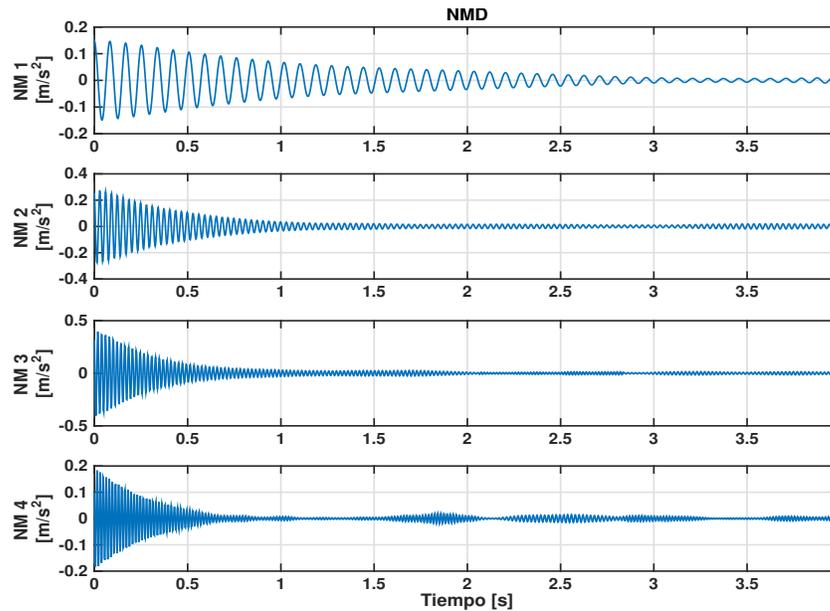


Figura 3.6. Descomposición de la señal de decremento aleatorio.

En la figura 3.6 se puede observar un ejemplo de descomposición de señal mediante NMD. Esta descomposición fue obtenida a partir de la señal de respuesta amortiguada de la figura 3.5.

3.4. Extracción de las frecuencias naturales

A partir del uso de la técnica de decremento aleatorio es obtenida una señal en el tiempo la cual corresponde a la respuesta amortiguada del sistema. Esta señal contiene las características dinámicas de la estructura, entre ellas, las frecuencias naturales y sus factores de amortiguamiento. Seguidamente, una vez es realizada la descomposición, por medio de la descomposición de modos no lineal, son obtenidas las componentes oscilatorias físicamente significativas de las señal. De acuerdo con lo anterior se procede a realizar la extracción de las frecuencias naturales de la estructura.

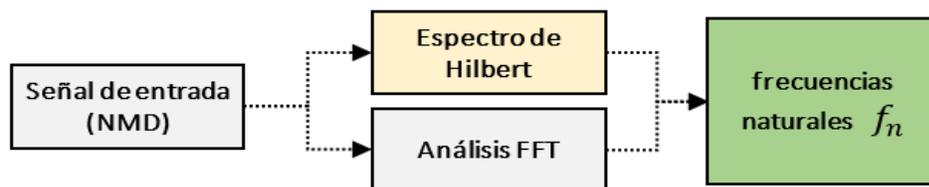


Figura 3.7. Descomposición de la señal de decremento aleatorio.

Como se puede observar en el diagrama de bloques de la figura 3.7, el proceso consiste en un análisis espectral realizado en dos etapas: la identificación de las frecuencias mediante el espectro de Hilbert y la extracción de las frecuencias mediante la transformada rápida de Fourier. Así, al representar estas señales en el espectro de Hilbert, es posible observar las frecuencias naturales de la estructura, así como su comportamiento en el tiempo con respecto a magnitud y frecuencia. Adicionalmente, con el fin de verificar las frecuencias naturales de la estructura, se realiza un análisis en frecuencia mediante la transformada rápida de Fourier.

3.4.1. Espectro de Hilbert

A partir de la transformada Hilbert es posible obtener una distribución completa de energía-frecuencia-tiempo de los datos derivados a partir de las descomposiciones NMD. Esta representación llamada espectro de Hilbert, inicialmente diseñada para representar las descomposiciones del EMD, es ideal para el análisis de datos no lineales y no estacionarios [12].

La definición original del espectro de Hilbert [12], utiliza la EMD para determinar un conjunto de funciones de modo intrínseco (*Intrinsic Mode Functions, IMFs*), las cuales son individualmente demoduladas con la HT para obtener las funciones amplitud y frecuencia instantáneas. Este análisis es conocido también como la transformada Hilbert- Huang (*Hilbert-Huang Transform, HHT*) [12]. Esta definición puede ser generalizada reconociendo que las IMFs son una clase de componentes modulados en amplitud y frecuencia (AM-FM). Así, con esta generalización, es posible generar una técnica más poderosa y útil para el análisis de señales [32].

Entonces, con base en las componentes extraídas mediante NMD, su transformada hilbert como en la ecuación 2.19 se define como:

$$H_j(t) = \frac{1}{\pi} P \int \frac{C_j(\tau)}{t - \tau} d\tau \quad (3.4)$$

donde, P es el valor principal de Cauchy. Con la HT, la señal analítica, de acuerdo a la ecuación 2.20, es definida como:

$$Z_j(t) = C_j(t) + iH_j(t) = a_j(t)e^{i\theta_j(t)} \quad (3.5)$$

en la cual la función amplitud $a_j(t)$ y la función fase $\theta_j(t)$, pueden ser descritas como:

$$\begin{cases} a_j(t) = \sqrt{C_j(t)^2 + iH_j(t)^2} \\ \theta_j(t) = \arctan \left[\frac{H_j(t)}{C_j(t)} \right] \end{cases} \quad (3.6)$$

entonces, la función frecuencia instantánea, tal como en la ecuación 2.23, puede ser descrita como como:

$$\omega_j(t) = \dot{\theta}_j(t) = \frac{d\theta_j(t)}{dt} \quad (3.7)$$

Las funciones amplitud y frecuencia instantáneas son ambas funciones del tiempo. Debido a esto, la amplitud puede ser representada en un plano tiempo-frecuencia y el espectro de Hilbert es obtenido:

$$H(\omega, t) = \Re\left[\sum_{j=i}^n a_j(t) e^{i\omega_j(t)t} \right] \quad (3.8)$$

Con el espectro de Hilbert definido, el espectro marginal $h(\omega)$, puede ser definido como:

$$h(\omega) = \int_0^T H(\omega, t) dt \quad (3.9)$$

donde, $h(\omega)$ se refiere a la magnitud total de las frecuencias instantáneas de la amplitud de las señales. Además, el espectro de energía marginal se define como:

$$ES(\omega) = \int_0^T H^2(\omega, t) dt \quad (3.10)$$

En la figura 3.8 se puede observar el espectro de Hilbert obtenido a partir de las componentes de la descomposición NMD del ejemplo de la figura 3.6, en el que se muestra el comportamiento de la frecuencia de las correspondientes descomposiciones. En esta parte es posible tomar las frecuencias naturales de la estructura, pero es realizado mas adelante con el fin comprobar sus valores mediante un análisis de frecuencia. En la figura 3.8a el espectro de Hilbert es representado en dos dimensiones (tiempo-frecuencia) lo que permite extraer de forma visual las frecuencias de las descomposiciones. La figura 3.8b muestra en tres dimensiones (magnitud-tiempo-frecuencia) el espectro de Hilbert para cada componente de la descomposición.

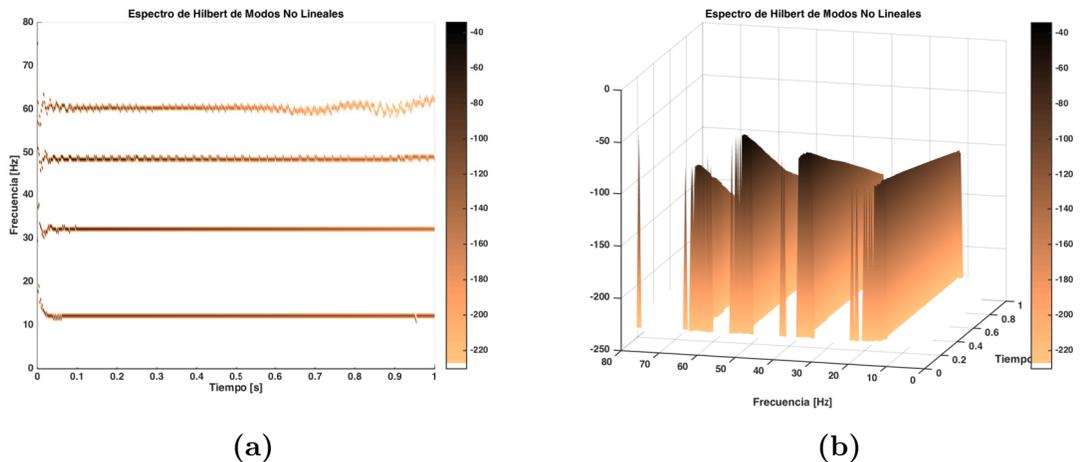


Figura 3.8. Extracción de frecuencia natural. Espectros de Hilbert.

3.4.2. Transformada rápida de Fourier

Con el fin de comprobar las frecuencias obtenidas a partir del espectro de Hilbert, es realizado un análisis de frecuencia mediante la transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*, FFT) a cada una de las componentes obtenidas de la descomposición de modos no lineal, obteniendo finalmente el valor de frecuencia a ser utilizado en la extracción del factor de amortiguamiento.

Se llama FFT a un algoritmo rápido para obtener la transformada discreta de Fourier (*Discrete Fourier Transform*, DFT). Su origen es relativamente reciente puesto que fueron J.W.Cooley y J.W Tukey en 1965 [33], los que inicialmente abordaron el problema de la programación de un algoritmo para el cálculo de series complejas. Su importancia radica en el hecho que elimina una gran parte de los cálculos repetitivos a que está sometida la DFT, por lo tanto se logra un cálculo más rápido. Además, la FFT generalmente permite una mayor precisión en el cálculo de la DFT disminuyendo los errores de redondeo.

El algoritmo utilizado para el cálculo de la FFT mediante Matlab[®] está diseñado en base a la biblioteca llamada FFTW [34, 35], la cual a su vez descompone el problema utilizando el algoritmo de Cooley-Tukey [33].

El código básico en Matlab[®] es como se muestra a continuación:

$$Y = \text{fft}(X, n)$$

Este comando devuelve la DFT de n puntos. Si la longitud de X es menor que n , X se rellena con ceros hasta la longitud n . Si la longitud de X es mayor que n , la secuencia X es truncada. Cuando X es una matriz, la longitud de las columnas se ajusta de la misma manera.

En la figura 3.9 se muestra el espectro de frecuencia correspondiente a la primera componente de la descomposición de la figura 3.6 o bien, la primera línea de abajo hacia arriba que se observa en la figura 3.8a del espectro de Hilbert, el valor del pico de frecuencia es indicado en la figura.

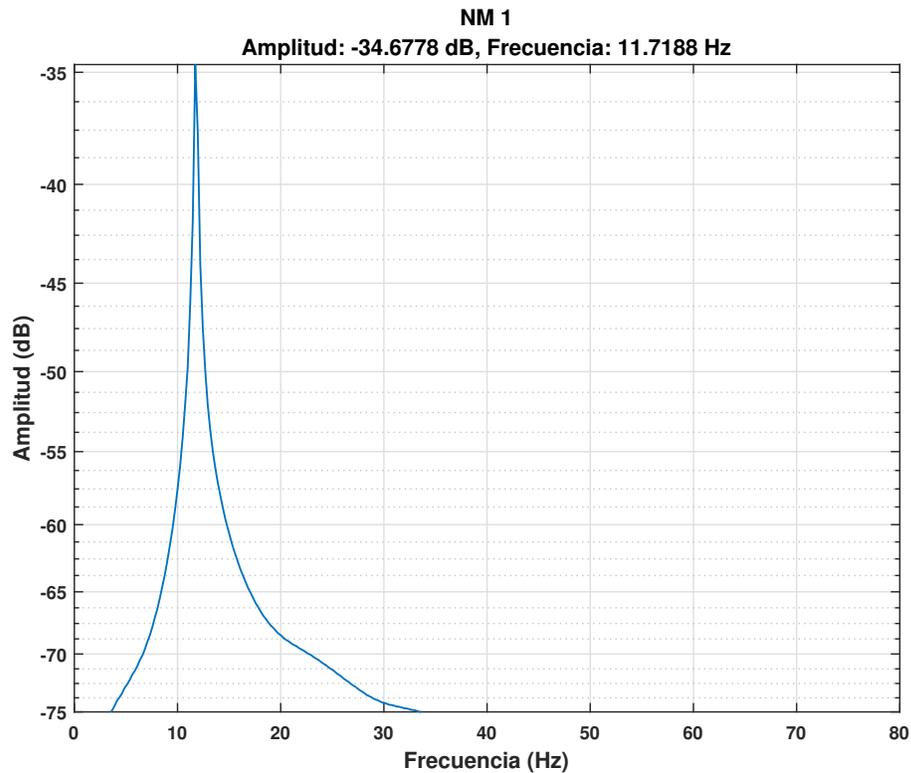


Figura 3.9. Extracción de frecuencia natural. Análisis FFT.

Este procedimiento es aplicado a cada una de las descomposiciones realizadas y el valor de frecuencia natural es guardado en un vector de acuerdo al número de descomposiciones realizadas.

3.5. Extracción de los factores de Amortiguamiento

La extracción de los factores de amortiguamiento, es realizada a cada señal obtenida mediante la descomposición de modos no lineal. Como se puede observar en la figura 3.6 cada señal de la descomposición tiene la forma aproximada de una señal senoidal amortiguada que matemáticamente tiene la forma $Ae^{-\lambda t} \text{Sin}(\omega_n t + \phi)$, como la proveniente de un sistema masa-resorte-amortiguador como en la figura 2.2.

El factor de amortiguamiento ζ , como se vio en el capítulo 2, es un valor adimensional que nos indica si el movimiento es subamortiguado, sobreamortiguado o críticamente amortiguado. Así, si es obtenida la envolvente de la señal, se obtendría una señal exponencial decreciente de la forma $Ae^{-\lambda t}$, lo que físicamente indica como la energía decrece exponencialmente con el tiempo.

El procedimiento para obtener el factor de amortiguamiento, como se indica en el diagrama de bloques de la figura 3.10, es realizado en varios pasos descritos a continuación:

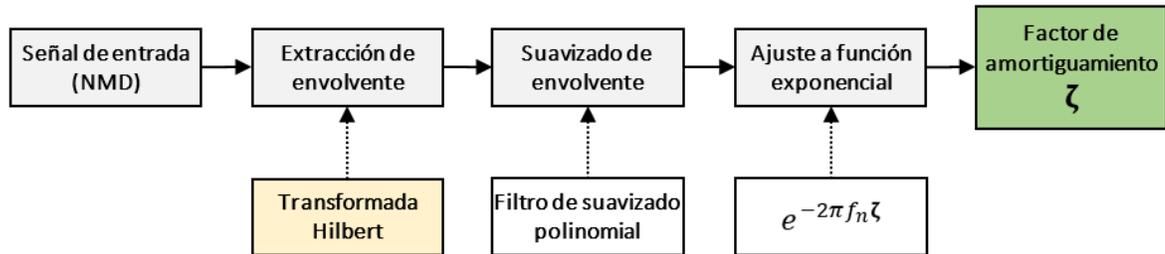


Figura 3.10. Extracción de factor de amortiguamiento

3.5.1. Extracción de envolvente

La extracción de la envolvente se realiza mediante la transformada Hilbert. Inicialmente es construida la señal analítica utilizando la herramienta de Matlab[®] $x = \text{hilbert}(xr)$, donde, xr es la señal real, en este caso la señal descompuesta mediante NMD y, X la señal analítica, según la ecuación 2.20. Seguidamente la envolvente es obtenida aplicando la ecuación 2.21, lo que permite obtener la amplitud instantánea de la señal y así construir la envolvente de la señal.

En la figura 3.11a se muestra una señal de la figura 3.6 a la que se le extrae su envolvente, la cual se muestra seguidamente en la figura 3.11b.

3.5.2. Suavizado de envolvente

Con la finalidad de obtener una mejor aproximación al momento de extraer el factor de amortiguamiento es realizado un suavizado de la envolvente. Para éste propósito es utilizado un filtro de suavizado polinomial o filtro de respuesta finita al impulso (*Finite Impulse Response*, FIR) Savitzky-Golay, también conocido como filtro de suavizado de mínimos cuadrados [36]. Éste es una generalización del filtro de promediado FIR, que puede preservar mejor el contenido de alta frecuencia de la señal deseada, a expensas de no eliminar tanto ruido como el filtro de promediado [36].

El suavizado en Matlab[®] es efectuado mediante la función $Y = \text{sgolayfilt}(x, k, f)$, donde Y es la señal suavizada y x la señal de entrada, k es el orden polinómico, el cual debe ser menor que el tamaño del marco, f , que debe ser impar. Si $k = f - 1$, el filtro diseñado no produce suavizado. En la figura 3.11c

se muestra una ampliación de la señal en la que se puede apreciar la forma de la envolvente y la forma de la envolvente suavizada.

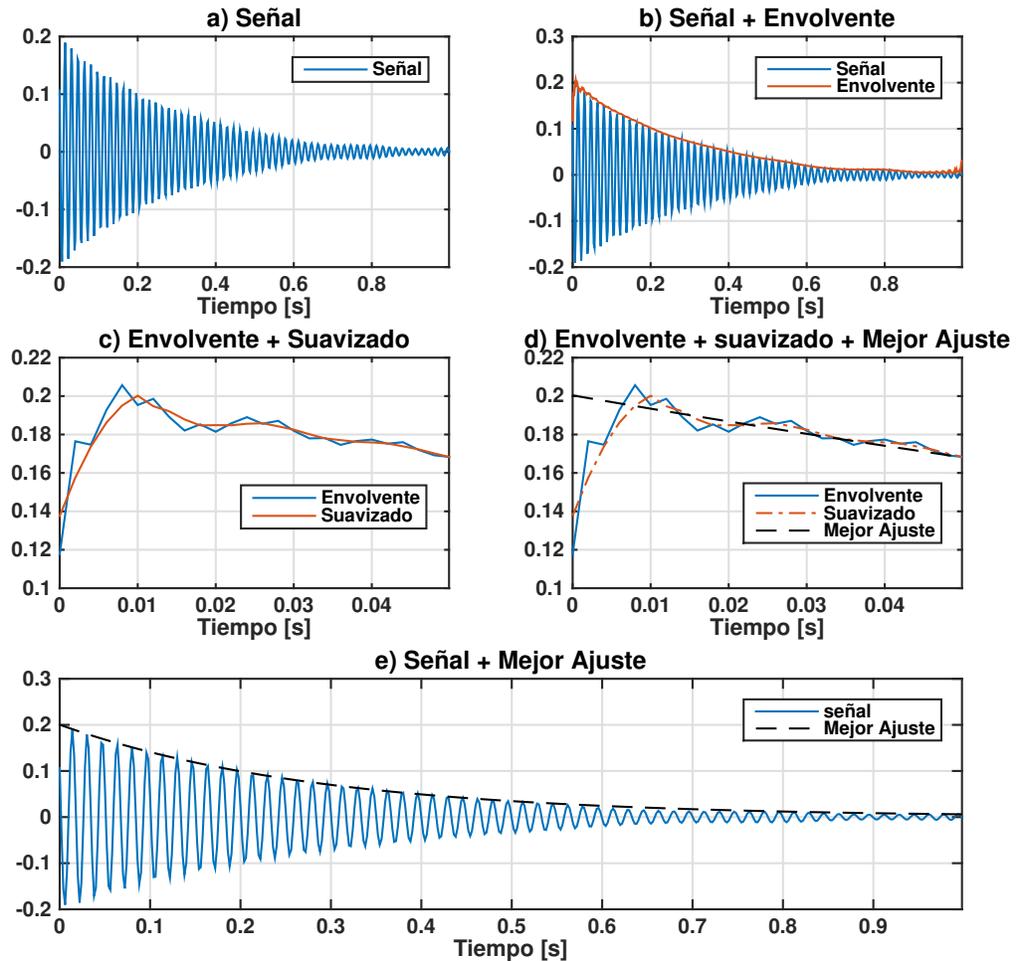


Figura 3.11. Extracción de factor de amortiguamiento

3.5.3. Ajuste a función exponencial

La extracción del factor de amortiguamiento se realiza mediante una función de ajuste no lineal a una exponencial de la forma:

$$Ae^{-Bx} \quad (3.11)$$

Por consiguiente, la extracción es realizada mediante la función de Matlab[®] `Beta=nlfit(X,Y,funcionModelo,beta0)`, donde β corresponde a un vector

de coeficientes estimados para la regresión no lineal de las respuestas en Y (señal envolvente) sobre los predictores en X usando el modelo especificado por la función modelo *funcionModelo*, en este caso la función de la ecuación 3.11.

Los coeficientes son calculados usando la técnica de estimación de mínimos cuadrados iterativos, con valores iniciales especificados por *beta0*. Así, son estimados los coeficientes A y B de la ecuación 3.11. Luego el valor de ζ se calcula mediante:

$$\zeta = \frac{|B|}{2\pi f_n} \quad (3.12)$$

donde, f_n es la frecuencia natural obtenida para la respectiva descomposición en el proceso de obtención de las frecuencias naturales.

En las figuras 3.11d y 3.11e se muestran el mejor ajuste relativo a la envolvente suavizada de la señal. Este procedimiento es aplicado a cada una de las descomposiciones realizadas y el valor de factor de amortiguamiento es guardado en un vector de acuerdo al número de descomposiciones realizadas.

Capítulo 4

Resultados

El conocimiento y monitoreo de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento de una estructura mecánica, entre otros parámetros, ayuda a verificar si la misma está en buen estado o presenta alguna alteración debido a una falla. El método de procesamiento de señales presentada permite reconocer estas variables en una estructura civil sometida a vibración ambiental.

El desarrollo de este capítulo está orientado en primer lugar a la descripción de la estructura de pruebas que fue utilizada como referencia para el estudio, así como del tipo de señales de vibración a estudiar y, en segundo lugar a la presentación de los resultados obtenidos al aplicar el método propuesto en las diferentes fases para la toma de datos de la estructura de pruebas, las cuales serán descritas más adelante.

Como estructura de referencia se utilizó la estructura de pruebas del grupo IASC-ASCE (*International Association for Structural Control*, IASC. *American Society of Civil Engineers*, ASCE) para el monitoreo de condición estructural. Esta estructura fue construida por los integrantes del “*Earthquake Engineering Research Laboratory*” de la Universidad de Columbia Británica (UBC) en Vancouver Canadá, para simular condiciones típicas de vibración ambiental.

Las señales de vibración estudiadas, corresponden a señales de respuesta ante vibración ambiental en la estructura de pruebas, éstas son presentadas en dos fases: La primera fase concerniente a la simulación mediante un programa en Matlab[®] para la generación de respuestas con base en el modelo analítico de elementos finitos de la estructura y, la segunda fase correspondiente a las pruebas y resultados experimentales medidos en la estructura real.

Tanto el programa como la base de datos de resultados experimentales se obtuvieron a partir de la base de datos suministrada por la red NEEShub (*George E.*

Brown, Jr. Network for Earthquake Engineering Simulation, NEEShub) [37] para el problema de referencia de la ASCE sobre monitoreo de condición estructural.

Los resultados obtenidos de la aplicación del método propuesto a las diferentes señales de vibración estudiadas se presentan en dos etapas: en primer lugar los resultados con respecto a la fase de simulación de señales de vibración en la estructura y, en segundo lugar los resultados correspondientes a la fase experimental de pruebas sobre la estructura. Es importante aclarar que los datos simulados y experimentales utilizados para obtener los resultados para esta investigación, corresponden a la estructura sin ningún tipo de fallas. Seguidamente de cada etapa de presentación de resultados es realizado un análisis de los mismos. A continuación se describen las partes antes mencionadas.

4.1. Estructura de pruebas

La estructura que fue utilizada como referencia para el estudio, como se muestra en el modelo de la figura 4.1, posee cuatro pisos de $0,9m$ de altura cada uno, para una altura de la estructura de $3,6m$. Además, cada piso forma un plano de $2,5m$ x $2,5m$ con 2×2 bahías, es decir, 4 placas de $1,25m$ de lado cada una. Así mismo, cada bahía posee un sistema de refuerzo que consta de dos barras de acero roscadas de $12,7mm$ ($0,5in$) de diámetro colocadas en paralelo a lo largo de la diagonal [38–40].

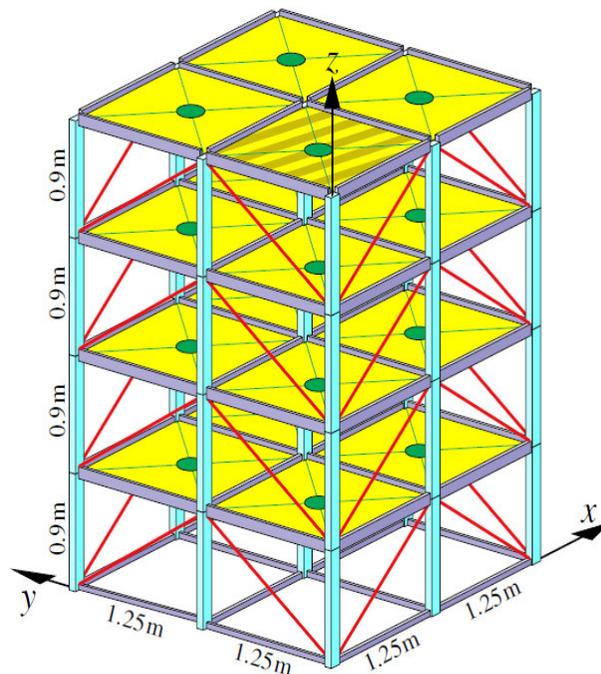


Figura 4.1. Estructura de pruebas. Modelo de la estructura [37].

Continuando con la descripción de la estructura, ésta posee 9 columnas de acero verticales, atornilladas a un bastidor de base de acero, donde las bridas inferiores de dos de las vigas de base están encerradas en hormigón, fijando el armazón de acero a una losa de hormigón, tal como se puede observar en la estructura real en la figura 4.2.



Figura 4.2. *Estructura de pruebas. Estructura real [37, 40].*

4.2. Señales de vibración

Las señales de vibración utilizadas para esta investigación corresponden a vibraciones ambientales para la estructura sin ningún tipo de fallas. Estos datos son obtenidos a partir de las dos fases de investigación presentadas para el problema de referencia del grupo de trabajo IASC-ASCE sobre monitoreo de condición estructural.

En primer lugar, los datos simulados correspondientes a la fase I, son obtenidos mediante un programa para la generación de respuestas de aceleración en Matlab[®]. Éste software es diseñado en base al modelo matemático de la estructura [40]. En segundo lugar, los datos experimentales, correspondientes a la fase II, son obtenidos mediante el uso de sensores dispuestos en la estructura y por la aplicación de diferentes pruebas realizadas sobre la misma. A continuación son presentadas las características de los datos correspondientes a las señales simuladas y experimentales de la estructura de prueba.

4.2.1. Señales de vibración simuladas

Las señales de vibración simuladas son obtenidas mediante el programa para la generación de respuestas de aceleración en Matlab[®] (datagen) [40], disponible en [37]. Este programa se creó en base al modelo analítico de elementos finitos de la estructura con doce grados de libertad 12DOF y ciento veinte grados de libertad 120DOF.

Las señales utilizadas para esta investigación se fundamentan en el modelo de 12DOF en el cual los pisos (vigas y losas de piso) se mueven como cuerpos rígidos, con traslación en las direcciones x y y , y rotación θ alrededor de la columna central. Así, hay tres grados de libertad por piso. Las frecuencias naturales se muestran en la Tabla 4.1 [40] para la estructura no dañada y 12DOF para los casos de masa simétrica.

Tabla 4.1. Frecuencias naturales [Hz], vibración ambiental estructura sin daños.

Dirección	Masa consistente	Masa agrupada
x	11.79	11.79
x	32.07	32.01
x	48.68	48.44
x	60.60	60.15
y	9.41	9.41
y	25.60	25.54
y	38.85	38.66
y	48.37	48.01
θ	16.53	16.38
θ	45.17	44.64
θ	68.64	67.48
θ	85.51	83.62

El programa de generación de datos en Matlab[®], denominado datagen[37,40], proporciona una interfaz gráfica de usuario (GUI) para construir los modelos de elementos finitos tanto de 12DOF y 120DOF y simular su respuesta. Los datos resultantes como aceleraciones en función del tiempo, entre otros, son almacenados en un archivo “.mat” de Matlab[®] y pueden ser cargados para su análisis con el método plateado. A continuación son descritos algunos parámetros de entrada y salida importantes del programa.

Parámetros de entrada de la interfaz gráfica:

- *Case ID (caseid)*. Elige el caso a estudiar, por ejemplo, 12DOF con carga simétrica en el techo.
- *Damage ID (damageid)*. Establece si la estructura está sin daños o posee algún tipo de daño predefinido.
- *Method ID (methodid)*. Elige el tipo de método para calcular la respuesta.
- *Damping Ratio (e)*. Establece el factor de amortiguamiento, por defecto 1 %.
- *Time step size (dt)*. Establece el tamaño de cada paso de tiempo.
- *Time duration (Duration)*. Establece el tiempo total de la respuesta a simular
- *Noise Level (noiselevel)*. Establece el nivel de ruido a ser añadido a la respuesta calculada. El nivel de ruido es el RMS de los ruidos de los sensores, este nivel de ruido debería ser del 10 % para el problema de referencia.
- *Filter Index (Findx)*. Establece si la señal generada se pasa a través de un filtro pasa baja *Butterworth*, por defecto se encuentra activado “1”. (se requiere de la herramienta de procesamiento de señales de Matlab[®]).
- *Output data filename*. Establece el nombre del archivo “.mat” de salida en el que se encuentran los datos de salida.

Parámetros de salida de la interfaz gráfica:

Como se mencionó anteriormente los datos se encuentran agrupados en un archivo “.mat” que posee entre otros los siguientes parámetros:

- Los parámetros introducidos en la entrada como *Case ID*, *Damage ID*, *Method ID*, correspondientes a las características a estudiar del sistema y el método utilizado para construir la respuesta.
- Los parámetros de las señales de respuesta del sistema “*dt*”, “*Duration*”, correspondientes a los tamaños de los intervalos de tiempo y la duración de la respuesta en segundos. Así mismo se presenta las respuestas de aceleración “*acc*” correspondientes a 16 sensores (figura 4.3a) ubicados en cada columna de cada piso de la estructura (figura 4.3b).

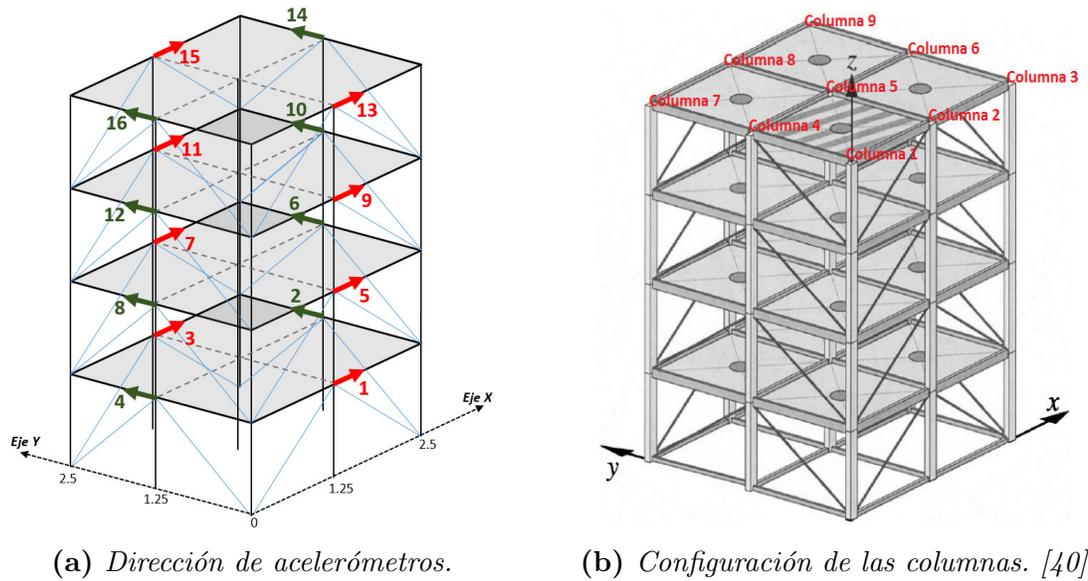


Figura 4.3. Configuración de la estructura de pruebas.

En la tabla 4.2 [40] se da una descripción de los datos correspondientes a las señales de respuesta simuladas.

Tabla 4.2. Características de la variable de salida “acc”.

Señal	Piso	Columna	Dirección
acc(:,1)	1	2	x
acc(:,2)	1	6	y
acc(:,3)	1	8	x
acc(:,4)	1	4	y
acc(:,5)	2	2	x
acc(:,6)	2	6	y
acc(:,7)	2	8	x
acc(:,8)	2	4	y
acc(:,9)	3	2	x
acc(:,10)	3	6	y
acc(:,11)	3	8	x
acc(:,12)	3	4	y
acc(:,13)	4	2	x
acc(:,14)	4	6	y
acc(:,15)	4	8	x
acc(:,16)	4	4	y

- Los parámetros correspondientes a la ecuación de movimiento de la estructura

como lo son la matriz de masas \mathbf{M} y la matriz de coeficientes de rigidez \mathbf{K} .

4.2.2. Señales de vibración experimentales

Los resultados de la fase II de estudios analíticos sobre la estructura de pruebas de la IASC-ASCE se encuentran agrupados en una base de datos disponible en [37]. Tres fuentes de excitación son consideradas para las pruebas realizadas en esta fase: vibraciones ambientales, pruebas de martillos de impacto y pruebas con vibradores electromecánicos. Aunque, para esta investigación, fueron utilizados solo los datos correspondientes a una estructura sin fallas y vibraciones ambientales.

A continuación es dada una breve descripción de los datos suministrados en [37] tomados para este estudio. La vibración ambiental proveniente de excitaciones presentes en el medio ambiente, éstas debido a viento y tráfico tanto automotriz como peatonal. Las respuestas estructurales son obtenidas mediante 15 acelerómetros dispuestos sobre la estructura desde la base hasta el cuarto piso.

La disposición de los sensores en la estructura es mostrada en la figura 4.4 [8, 37, 39].

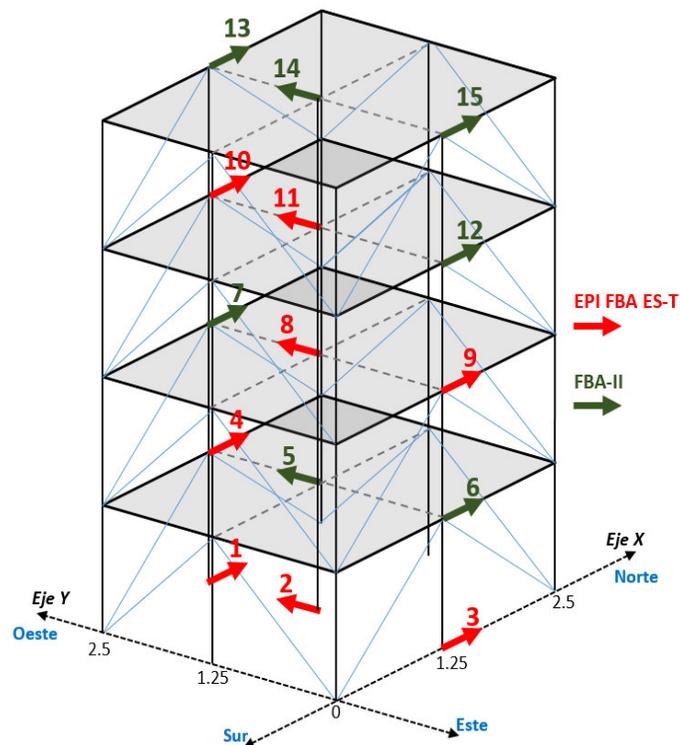


Figura 4.4. Disposición acelerómetros fase II, vibración ambiental, estructura sin fallas.

La disposición de los sensores en la estructura es descrita en la tabla 4.3 [8, 37, 39].

Tabla 4.3. *Disposición acelerómetros fase II, vibración ambiental, estructura sin fallas.*

Señal	Sensor	Ubicación	Dirección
DAdscr01	EPI	Base	(N+)
DAdscr02	EPI	Base	(O+)
DAdscr03	EPI	Base	(N+)
DAdscr04	EPI	1er Piso	(N+)
DAdscr05	FBA-II	1er Piso	(O+)
DAdscr06	FBA-II	1er Piso	(N+)
DAdscr07	FBA-II	2do Piso	(N+)
DAdscr08	EPI	2do Piso	(O+)
DAdscr09	EPI	2do Piso	(N+)
DAdscr10	EPI	3er Piso	(N+)
DAdscr11	EPI	3er Piso	(O+)
DAdscr12	FBA-II	3er Piso	(N+)
DAdscr13	FBA-II	4to Piso	(N+)
DAdscr14	FBA-II	4to Piso	(O+)
DAdscr15	FBA-II	4to Piso	(N+)
DAdscr16	Ruido ambiental en el sistema - sin filtrado		

La toma de datos fue realizada mediante un sistema de adquisición de datos DasyLab (*Data Acquisition System Laboratory*), además es utilizado un filtro “*antialiasing*”; la frecuencia de muestreo de las señales es de 200Hz y tienen una duración de 300s [37, 39]. Para ésto son utilizados dos tipos de acelerómetros: “*EPI sensor FBA-EST*” y “*FBA-II*” (Force Balanced Accelerometer, FBA), el modelo FBA-EST es un paquete triaxial de superficie comúnmente usado en aplicaciones de terremotos al igual que el modelo FBA-II, el cual, es un acelerómetro controlado por retroalimentación.

4.3. Resultados

En esta sección son presentados los resultados con respecto a la señales de vibración ambiental simuladas y experimentales de la estructura de pruebas sin fallas.

4.3.1. Señales de vibración simuladas - Resultados

Las señales de vibración tomadas para estas pruebas fueron simuladas de la siguiente manera: fue seleccionado el caso de doce grados de libertad con carga simétrica (*CASE 3: 12-DOF (symmetric), load at Roof*), estructura sin daños (*Undamage case*), método *lsim* para el cálculo de la respuesta (*lsim*), factor de amortiguamiento de 1% (*Damping ratio: 0.01*), tamaño de paso de tiempo de $2ms$ para una frecuencia de muestreo de $500Hz$ (*Time step size: 0.002*), duración de la señal de $300s$ (*Time duration: 300*) y 150000 muestras, los otros parámetros de entrada por defecto.

A continuación son mostrados los pasos realizados para la señal del sensor 16 en la dirección x del cuarto piso como se puede observar en la figura 4.3a. Es importante resaltar que para las demás señales de los restantes sensores el método propuesto se aplicó de igual forma.

En la figura 4.5 se pueden apreciar la señal de vibración simulada con las características especificadas anteriormente y la señal normalizada.

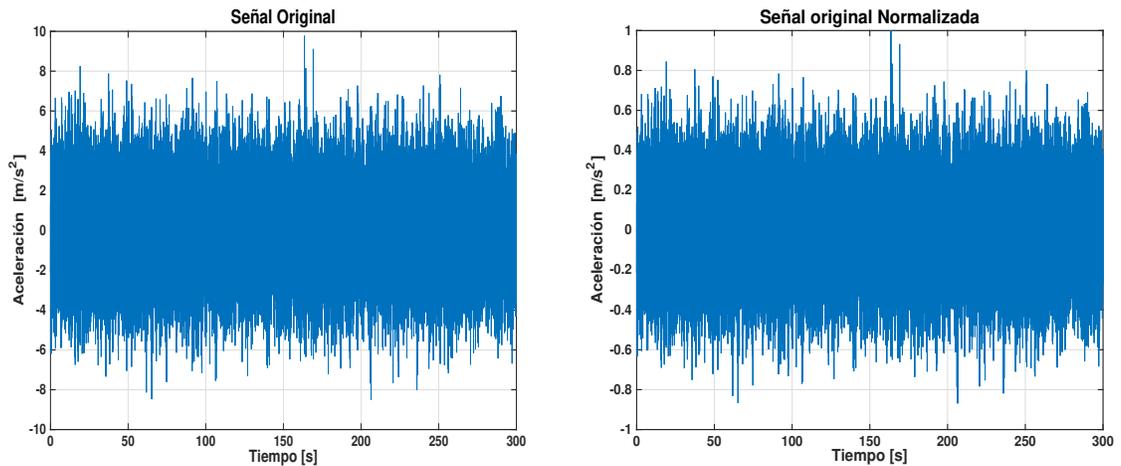


Figura 4.5. Señal de vibración original y normalizada, señal simulada sensor 16.

Siguiendo con el método propuesto, es realizada la extracción de la respuesta libre amortiguada de la señal de vibración normalizada, cuya señal resultante contiene todas las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento. Para la aplicación del método RDT, el número de puntos de disparo fue establecido aproximadamente de un 3% de la señal normalizada, para 5000 muestras, lo que da el tamaño de la señal resultante. Como la señal resultante a partir de cuatro segundos no presenta cambios significativos observables el tiempo para mostrar la salida fue seleccionado de ese valor.

En la figura 4.6 se puede apreciar la señal resultante de la aplicación del

método RDT.

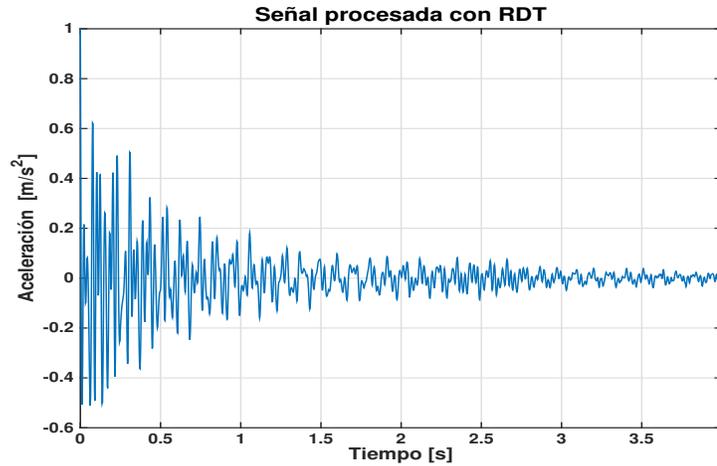


Figura 4.6. Extracción de la respuesta amortiguada, señal simulada sensor 16.

Como parte adicional, antes de descomponer la señal resultante, es realizado un análisis en frecuencia mediante FFT tanto a la señal original normalizada como a la señal procesada con RDT, verificando de esta manera el número de frecuencias naturales predominantes, como es presentado en [40] y mostrado en la tabla 4.1 para las señales simuladas de la estructura de pruebas. En la figura 4.7 se pueden observar las 4 frecuencias naturales principales de la señal simulada.

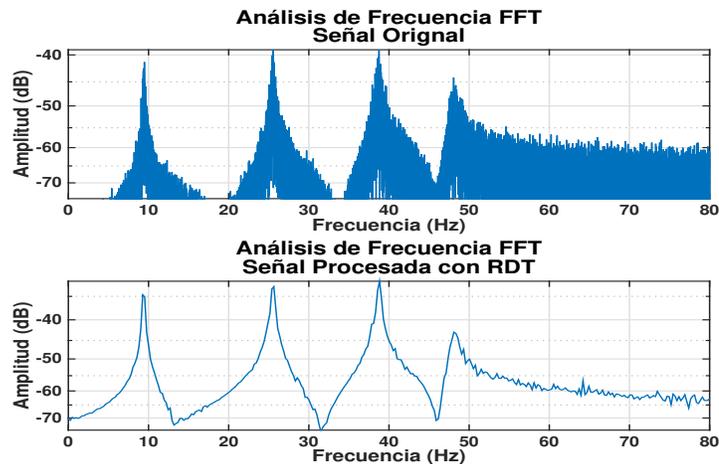


Figura 4.7. Espectro de frecuencias, señal simulada sensor 16.

Seguidamente esta señal resultante es procesada con el método de descomposición NMD, al que se le configuraron los siguientes parámetros importantes:

Número de descomposiciones '*ModeNum*' en 4. Método de descomposición preferido '*TFRtype*' mediante WT. Resolución de frecuencia '*f0*' en 2 lo que permite aumentar dicha resolución. Por último, la selección de la Wavelet madre '*Wavelet*' como '*Morlet*', la cual dio mejor resultado en la descomposición en este caso con respecto a las demás opciones [28]. En la figura 4.8 se pueden apreciar las descomposiciones resultantes.

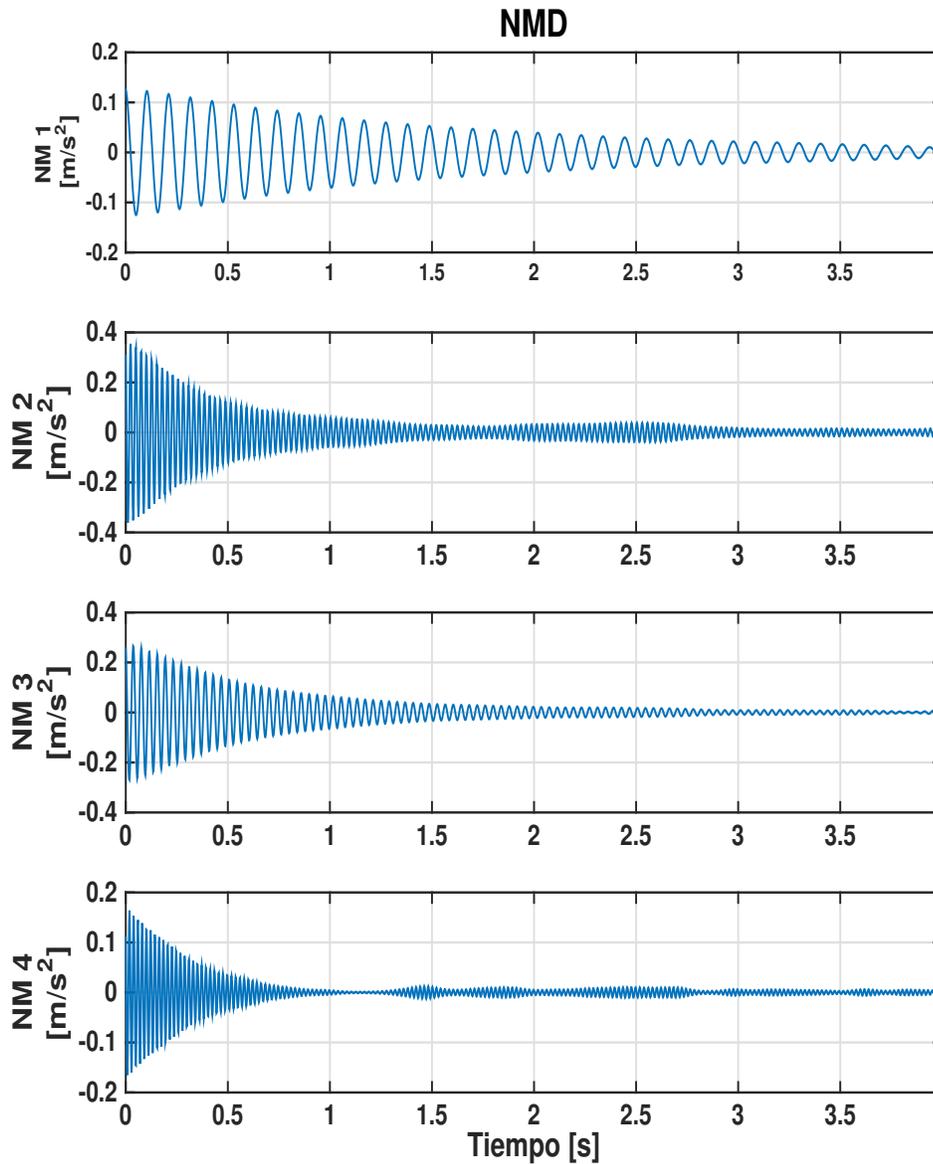


Figura 4.8. Descomposición mediante NMD, señal simulada sensor 16.

Seguidamente en la primera parte de la etapa de la extracción de las frecuencias naturales, es creado el espectro de Hilbert a partir del grupo señales

descompuestas resultante. En la figura 4.9, se puede observar el espectro de Hilbert de las descomposiciones realizadas en los ejes tiempo-frecuencia, donde se aprecia que las frecuencias se mantienen con respecto al tiempo y, sus magnitudes decrecen como se puede ver en la figura 4.10 y 4.8.

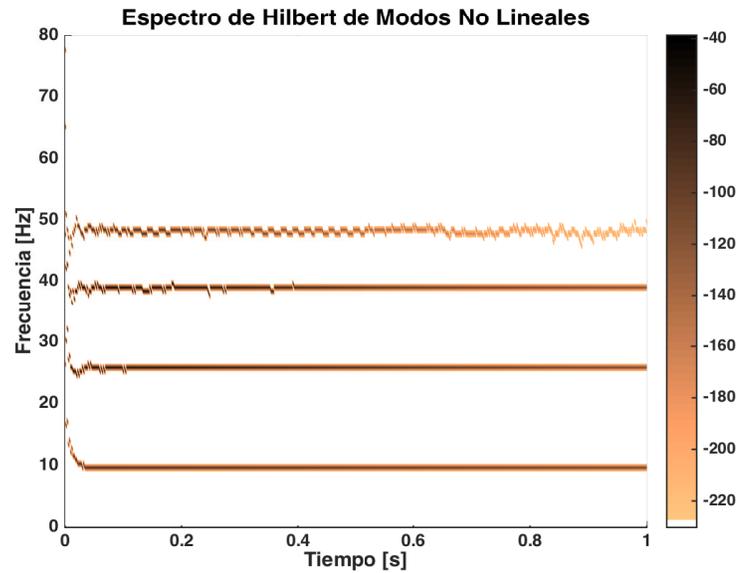


Figura 4.9. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia), señal simulada sensor 16.

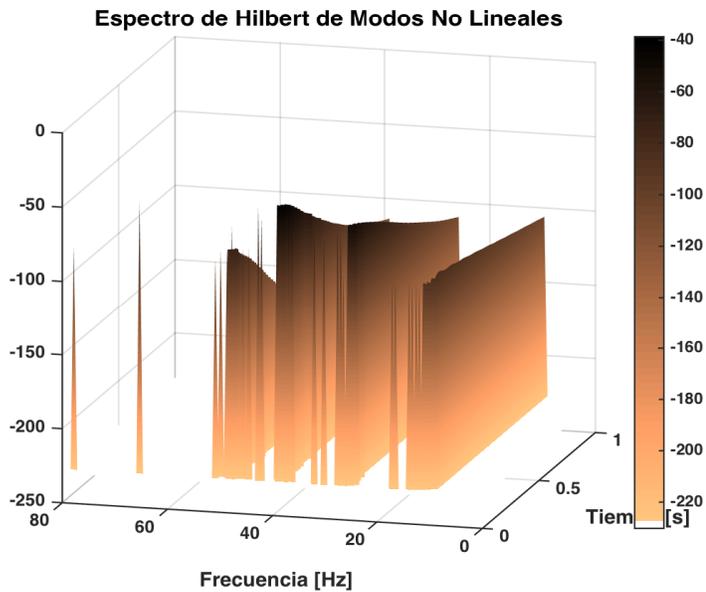


Figura 4.10. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia-Amplitud), señal simulada sensor 16.

En la segunda parte de la etapa de extracción de frecuencias naturales, se realiza el análisis en frecuencia mediante FFT a cada una de las descomposiciones resultantes, obteniéndose así los valores puntuales de cada frecuencia natural correspondiente a cada descomposición, como se puede ver en la figura 4.11. Estos valores de frecuencias son almacenados para ser usados como parámetros de entrada para la extracción de los factores de amortiguamiento.

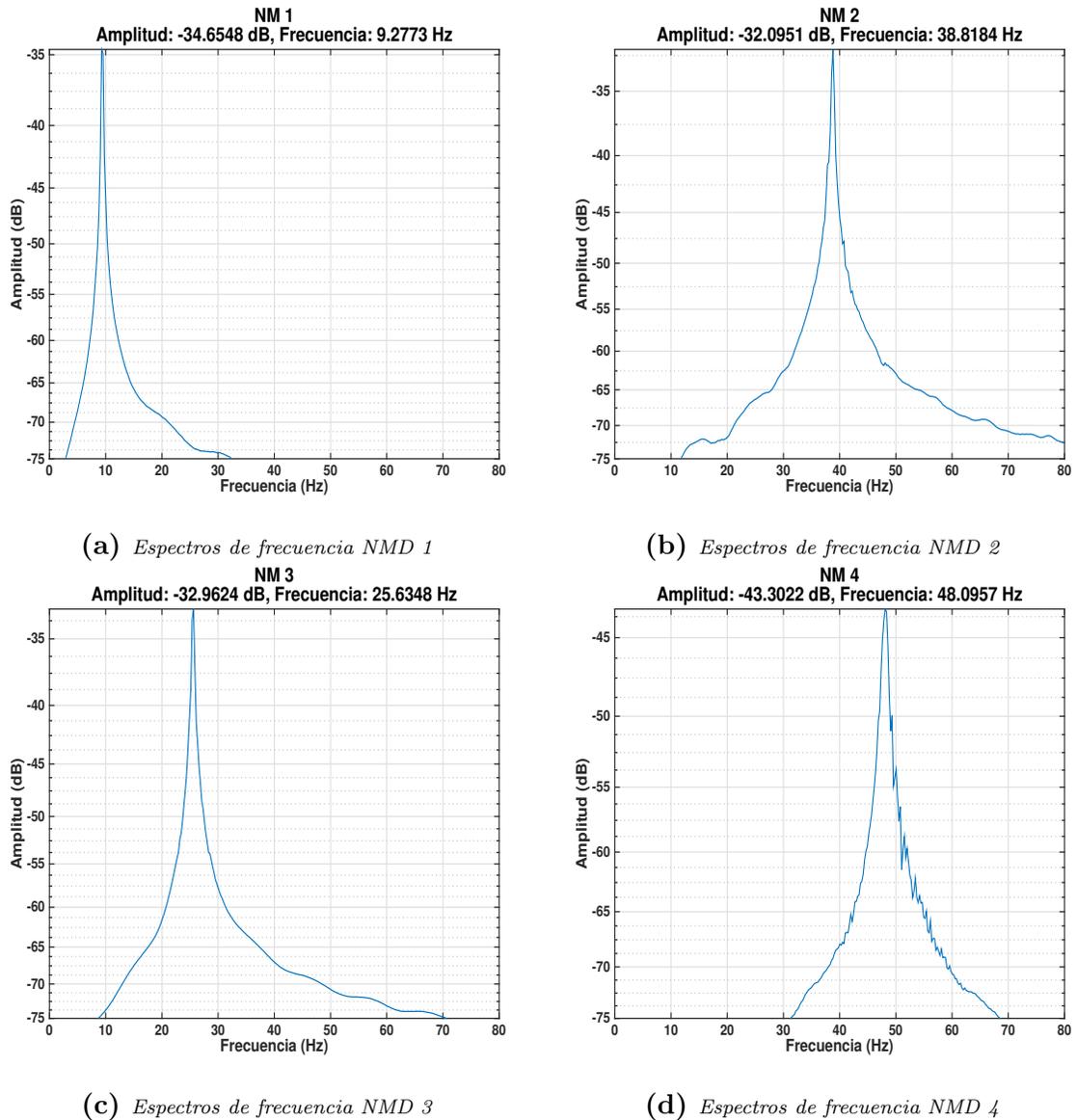


Figura 4.11. Extracción frecuencias naturales, señal simulada sensor 16.

Finalmente, para la etapa de extracción de factores de amortiguamiento son utilizadas las frecuencias naturales correspondientes a cada modo extraído y, además

fue tomado un tiempo de un segundo de las señales descompuestas, suficiente para extraer los coeficientes.

En la figura 4.12 se pueden apreciar para cada descomposición, su envolvente y su mejor ajuste a la señal exponencial de la ecuación 3.11 y su valor de factor de amortiguamiento extraído mediante la ecuación 3.12

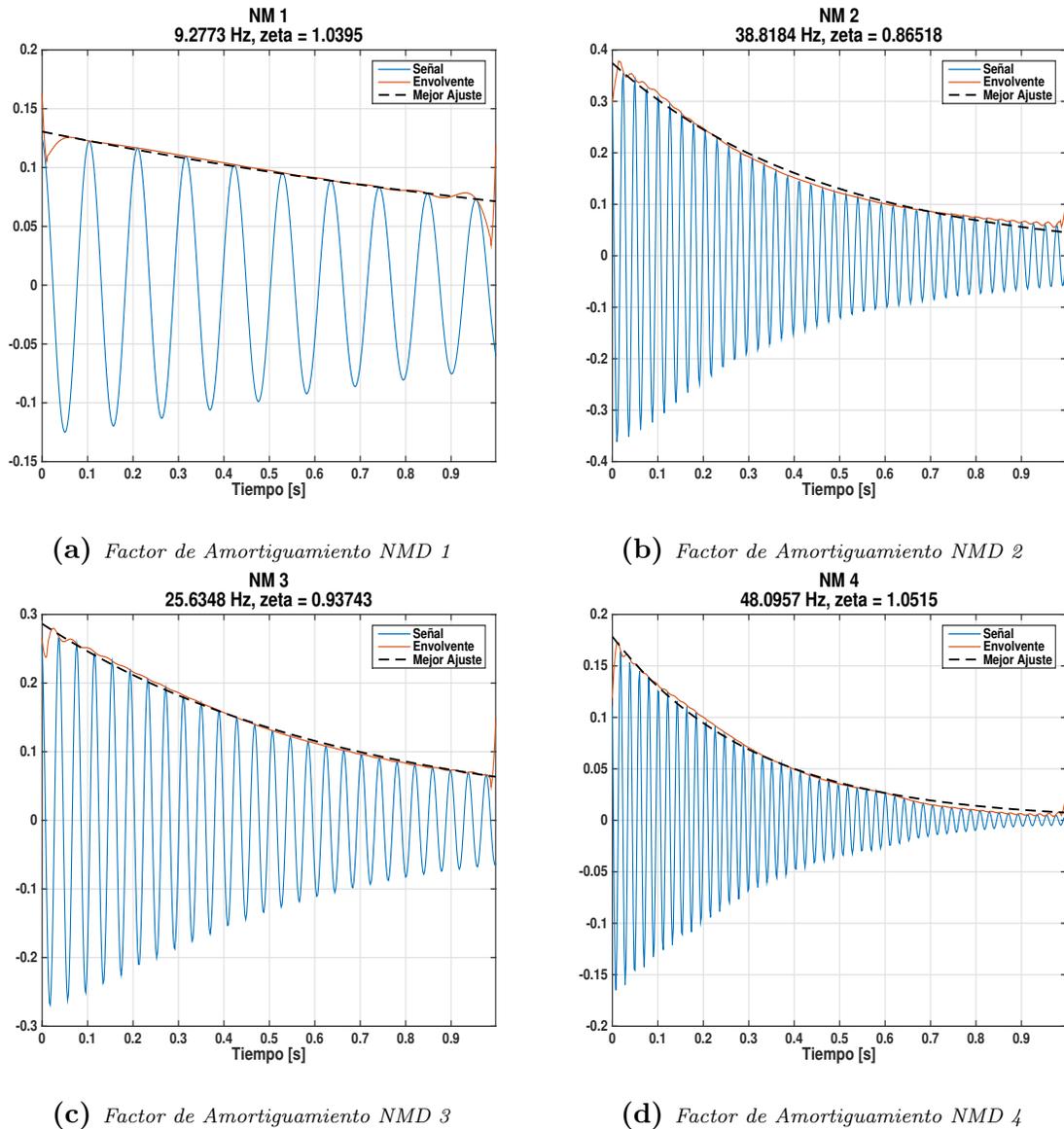


Figura 4.12. Extracción factores de amortiguamiento, señal simulada sensor 16.

A continuación se presentan los resultados obtenidos para los sensores 15 y 16 del cuarto piso de la estructura con direcciones x y y , como se pueden apreciar en

la figura 4.3a. En la tabla 4.4 se muestran las frecuencias naturales (F_n) y su error con respecto a los datos presentados por [40], mostrados en la tabla 4.1 de frecuencias según el modelo analítico de elementos finitos (*Finite Element Analysis, FEA*) de la estructura, para masa agrupada y direcciones x y y .

Así mismo, son presentados los factores de amortiguamiento resultantes (ζ) y su error con respecto al valor simulado seleccionado de 1%. Los resultados correspondientes al resto de sensores, del cuarto piso y pisos inferiores, se muestran en las tablas de la sección A.1 del anexo A.

Tabla 4.4. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (cuarto piso).

Dirección	FEA [40]		Sensor 15 (<i>Error</i> %)	
	F_n [Hz]	ζ [%]	F_n [Hz]	ζ [%]
x	11.79	1	11.72(0.60)	1.0505(5.0508)
x	32.01	1	31.98(0.09)	1.0306(3.0594)
x	48.44	1	48.58(0.30)	0.9981(0.1948)
x	60.15	1	60.30(0.25)	0.9113(8.8700)
Dirección	FEA [40]		Sensor 16 (<i>Error</i> %)	
	F_n [Hz]	ζ [%]	F_n [Hz]	ζ [%]
y	9.41	1	9.28(1.41)	1.0395(3.9548)
y	25.54	1	25.63(0.37)	0.9374(6.2567)
y	38.66	1	38.82(0.41)	0.8652(13.4821)
y	48.01	1	48.10(0.18)	1.0515(5.1472)

4.3.2. Señales de vibración simuladas - Análisis de resultados

Para que los resultados identificados sean considerados como “exactos”, las diferencias máximas relativas de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento identificados deben estar por debajo del 2% y 20% respectivamente con respecto a los valores teóricos [41]. Ésto es debido a que las frecuencias naturales identificadas son típicamente mucho más precisas que los factores de amortiguamiento identificados, por lo tanto, se requieren errores más pequeños para las frecuencias naturales que para los factores de amortiguamiento identificados al definir resultados precisos.

En la tabla 4.5 son contrastados los resultados presentados en la tabla 4.4 y los resultados de el método planteado por Pérez-Ramírez[8] para la

identificación de parámetros modales a partir de vibraciones ambientales mediante SWT (*Synchrosqueezed Wavelet Transform*, SWT), con respecto a los valores correspondientes al modelo analítico de elementos finitos (*FEA*)[40] de la estructura de pruebas.

Tabla 4.5. Comparación entre diferentes métodos.

Dirección	FEA [40]		SWT [8]		Método propuesto	
	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
y	9.41	1	9.47(0.03)	0.90(10)	9.28(1.41)	1.0395(3.95)
x	11.79	1	11.82(0.20)	0.96(4)	11.72(0.60)	1.0505(5.05)
y	25.54	1	25.55(0.03)	0.88(12)	25.63(0.37)	0.9374(6.26)
x	32.01	1	31.95(0.20)	0.85(15)	31.98(0.09)	1.0306(3.06)
y	38.66	1	38.61(0.13)	0.86(14)	38.82(0.41)	0.8652(13.48)
y	48.01	1	47.97(0.08)	1.04(4)	48.10(0.18)	1.0515(5.15)
x	48.44	1	48.50(0.10)	1.00(0)	48.58(0.30)	0.9981(0.19)
x	60.15	1	60.35(0.33)	1.10(10)	60.30(0.25)	0.9113(8.87)

Las frecuencias naturales identificadas pueden ser consideradas como “exactas”, ya que están por debajo del 2% de error, definido en [41]. En general, con el método propuesto son identificadas frecuencias con valores con un error menor al 0,6% respecto a los valores de frecuencia natural según los datos del modelo analítico, salvo en el caso del modo con frecuencia de 9,41Hz, que es identificada como 9,28Hz con un error de 1,41% siendo este el mayor error. En las tablas de resultados de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento A.2 y A.3 del tercer y segundo piso respectivamente, del anexo A, se puede apreciar que esta frecuencia es identificada como 9,28Hz con un error de 1,18%.

Confrontando los resultados con el método plateado por Pérez-Rámirez[8] se puede observar que, en general las frecuencias naturales identificadas poseen un error máximo de 0,33%, por debajo del encontrado con el método propuesto. De igual forma, en varios modos se alcanzó menos porcentaje de error en la identificación de la frecuencia natural.

Con el objetivo de comprobar si se podía reducir este error en el modo con frecuencia natural de 9,41Hz, fueron realizadas varias pruebas modificando algunos parámetros en diferentes bloques del método, en las que se pudo observar que al variar el número de puntos de disparo del método de extracción de la respuesta libre amortiguada RDT, se reducía el porcentaje de error pero aumentaba el porcentaje de error en el factor de amortiguamiento.

Los factores de amortiguamiento identificados se encuentran por debajo del 20 % de error, definido en [41] y, al igual que las frecuencias naturales pueden ser considerados como exactos. El mayor valor de error que se presenta en la tabla 4.5 es en el modo con frecuencia de $38,66Hz$ con 13,48 % y el resto no supera el 9 % de error con respecto al factor de amortiguamiento del 1 % simulado.

Se puede observar que, en general, los errores en la identificación de los factores de amortiguamiento mediante el método propuesto, se encuentran por debajo de los encontrados por el método plateado por Pérez-Rámirez[8], salvo en algunos modos en que es mas precisa la identificación por parte de [8]. Cabe destacar que en ambos casos todos los valores de error están por debajo del 20 % de error como se establece en [41].

4.3.3. Señales de vibración experimentales - Resultados

Las señales experimentales usadas para esta etapa corresponden a las respuestas ante vibración ambiental medidas en la estructura de pruebas, donde, la estructura no presenta ningún tipo de fallas. Estas señales fueron tomadas de la base de datos NEEShub disponible en [37]. La señal de prueba utilizada, tiene una duración de 300s y una frecuencia de muestreo de $200Hz$.

A continuación son descritos los pasos realizados mediante el método propuesto para la señal de vibración del sensor 15 ubicado en el cuarto piso de la estructura, con dirección x , como se puede observar en la figura 4.4. Inicialmente es realizada la normalización de la señal original. En la figura 4.13 se pueden apreciar la señal de vibración medida y la señal normalizada.

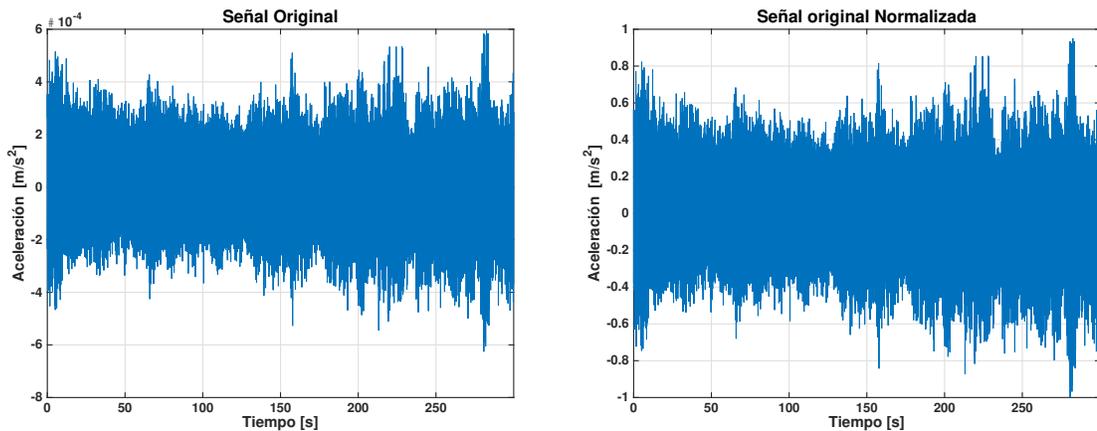


Figura 4.13. Señal de vibración original y normalizada, señal experimental sensor 15.

Seguidamente es realizada la extracción de la respuesta libre amortiguada

de la señal de vibración normalizada. en este caso se configuró el número de puntos de disparo en un tercio del número de muestras de la señal para 20000 muestras y un tamaño resultante en tiempo de 100s y, de esta señal resultante son tomados los primeros 15s, suficientes para realizar la descomposición, como se puede apreciar en la figura 4.14.

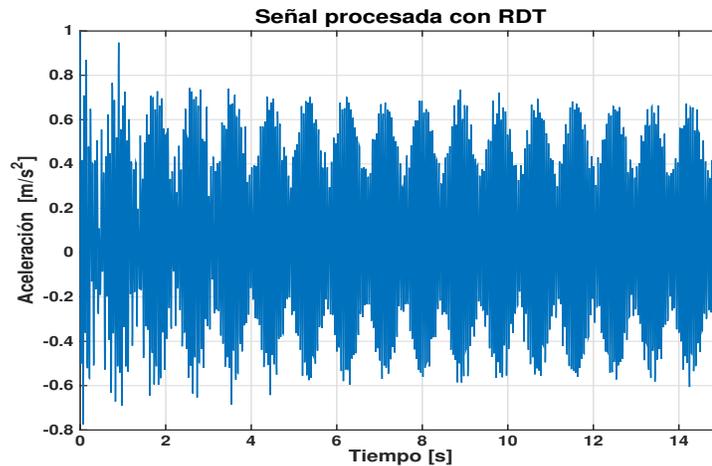


Figura 4.14. Extracción de la respuesta amortiguada, señal experimental sensor 15.

Al igual que con las señales simuladas es realizado un análisis en frecuencia mediante FFT a la señal procesada con RDT. En la figura 4.15 se pueden observar los espectros de frecuencia de la señal original normalizada y de la señal procesada con RDT.

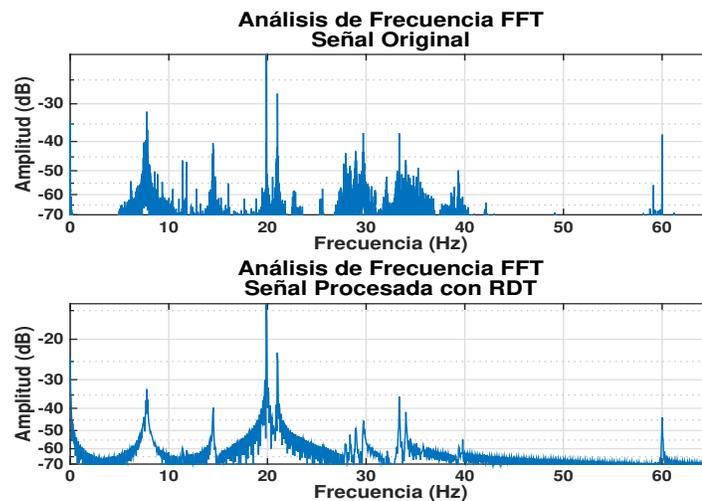


Figura 4.15. Espectro de frecuencias, señal experimental sensor 15.

La etapa de descomposición fue configurada de la siguiente manera: Número de

descomposiciones '*ModeNum*' en 9, ésto debido a los picos de frecuencias observados en la figura 4.15. Método de descomposición preferido '*TFRtype*' mediante WT. Resolución de frecuencia '*f0*' en 8, en este caso mayor resolución debido a lo estrecho que se observan las frecuencias en la figura 4.15. Por último la selección de la Wavelet madre '*Wavelet*' como '*Morlet*'. En la figura 4.16 se pueden apreciar las descomposiciones resultantes.

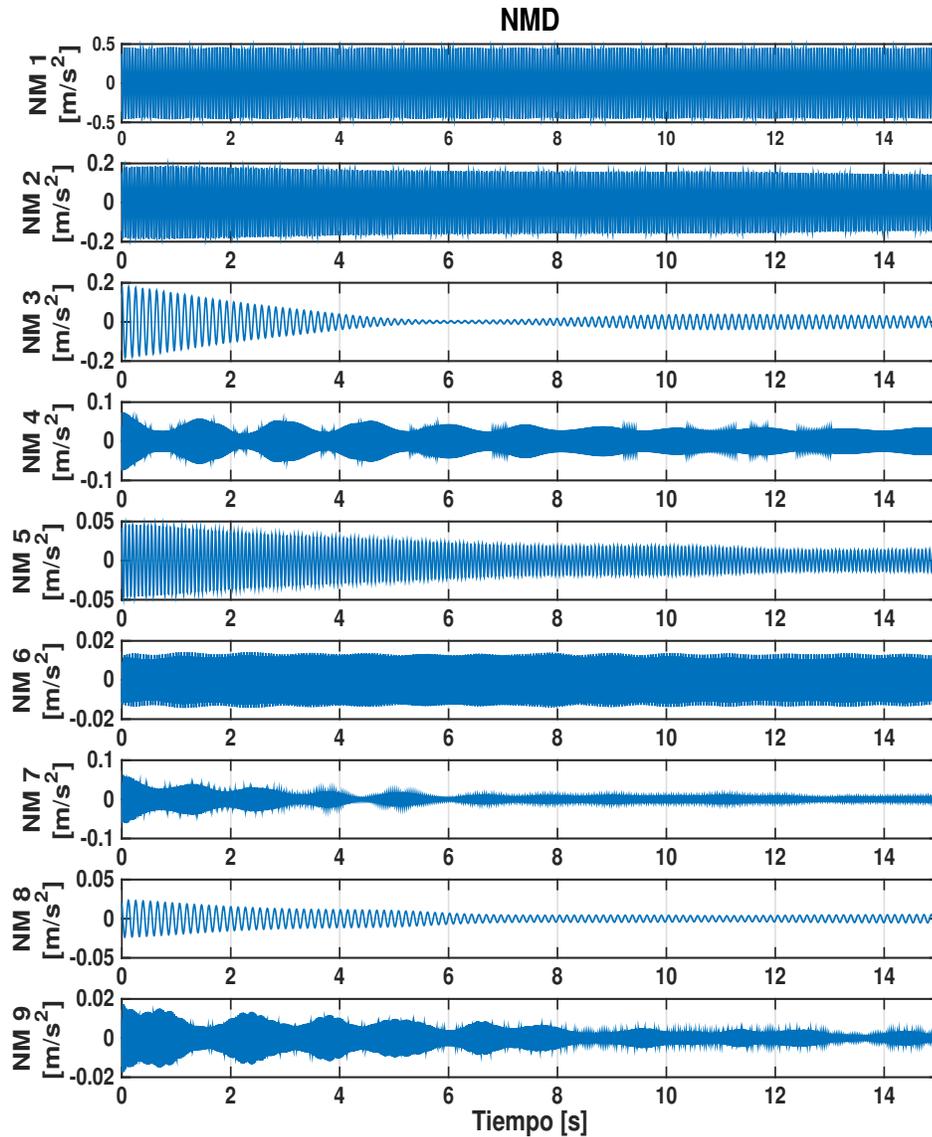


Figura 4.16. Descomposición mediante NMD, señal experimental sensor 15.

El espectro de Hilbert resultante, como primera etapa de extracción de frecuencias naturales a partir del grupo señales descompuestas, es mostrado en la figura

4.17 y en ésta se puede apreciar como las frecuencias por debajo de 30Hz se mantienen constantes con respecto al tiempo, sin embargo, las que están entre 30Hz y 40Hz tienen una pequeña variación y mezcla modal debido a su pequeña separación en frecuencia. Así mismo, en la figura 4.18 se observa como decrecen sus magnitudes.

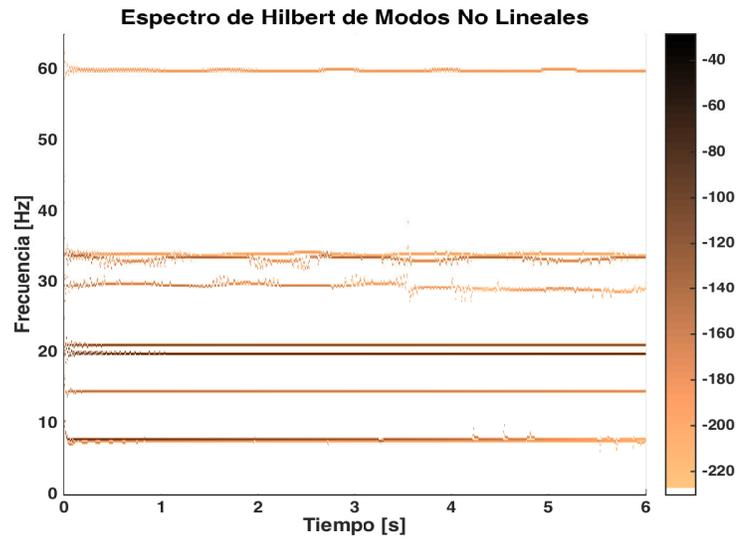


Figura 4.17. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia), señal experimental sensor 15.

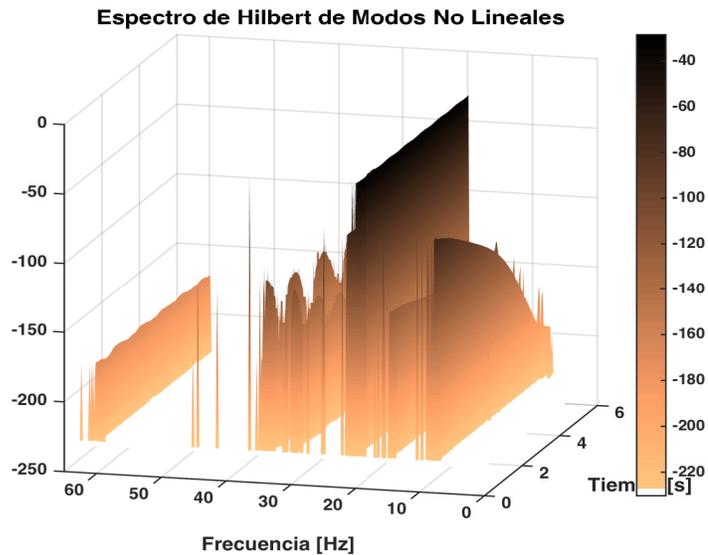


Figura 4.18. Espectro de Hilbert (Tiempo-Frecuencia-Amplitud), señal experimental sensor 15.

En la segunda parte de la etapa de extracción de frecuencias naturales, se

realiza el análisis en frecuencia mediante FFT a cada una de las descomposiciones resultantes, obteniéndose así los valores puntuales de cada frecuencia natural correspondiente a cada descomposición, como se puede ver en la figura 4.19. Estos valores de frecuencias son almacenados para ser usados como parámetros de entrada para la extracción de los factores de amortiguamiento.

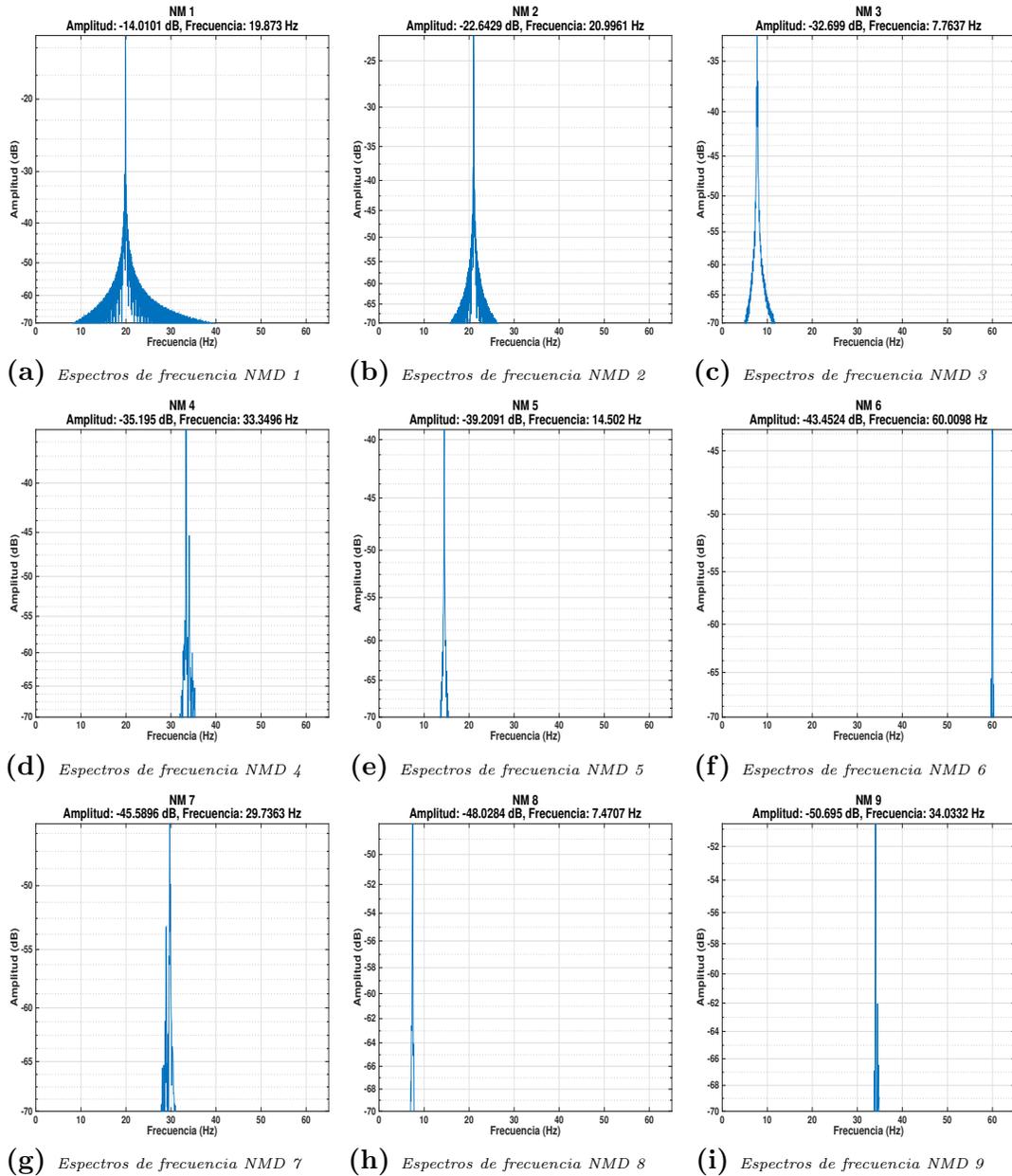


Figura 4.19. Extracción frecuencias naturales, señal experimental sensor 15.

Finalmente, así como con las señales simuladas, para la etapa de extracción de

factores de amortiguamiento son utilizadas las frecuencias naturales correspondientes a cada modo extraído y, además de un tiempo de la señal descompuesta de seis segundos, suficientes para realizar la extracción. En la figura 4.20 se pueden apreciar para cada descomposición, su envolvente y su mejor ajuste a la señal exponencial de la ecuación 3.11 y su valor de factor de amortiguamiento extraído mediante la ecuación 3.12

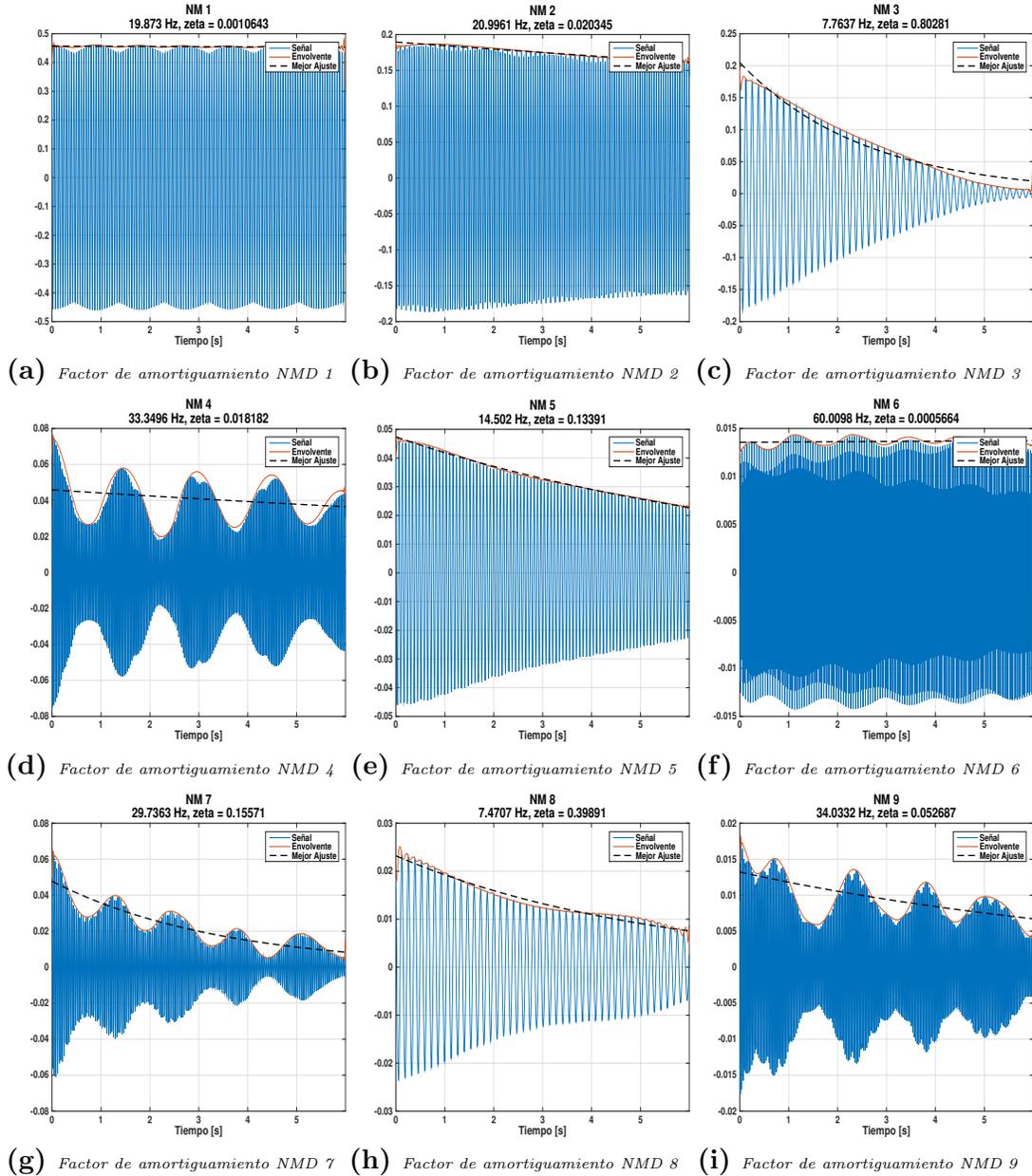


Figura 4.20. Extracción de factores de amortiguamiento, señal experimental sensor 15.

En la tabla 4.6 se muestran los resultados obtenidos para las frecuencias

naturales (F_n) y factores de amortiguamiento resultantes (ζ) para los sensores 15, 14 y 13, del cuarto piso de la estructura de pruebas, en las direcciones x , y y x respectivamente, como se puede observar en la figura 4.4.

Tabla 4.6. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 15 - 13. Cuarto piso).

Sensor 15 - Dir. x		Sensor 14 - Dir. y		Sensor 13 - Dir. x	
$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
7.47	0.399	7.47	0.537	–	–
7.76	0.803	7.76	0.755	7.76	0.763
–	–	–	–	11.38	0.012
14.50	0.134	–	–	14.50	0.179
19.87	0.001	19.87	0.003	19.87	0.001
21.00	0.021	21.00	0.027	21.00	0.021
–	–	25.59	0.302	25.59	0.201
–	–	28.17	0.015	–	–
29.74	0.156	29.83	0.179	–	–
33.35	0.018	33.35	0.018	33.35	0.018
–	–	39.79	0.013	39.79	0.010
60.01	0.001	–	–	60.01	0.001

Los resultados correspondientes al resto de sensores, del tercer piso y pisos inferiores, se muestran en las tablas de la sección A.2 del anexo A.

4.3.4. Señales de vibración experimentales - Análisis de resultados

La estructura de pruebas de la IASC-ASCE fue sometida a diferentes condiciones reales de vibración, de las cuales para este estudio fueron tomados los datos de la respuesta ante vibraciones ambientales de la estructura sin fallas para la identificación de los parámetros modales. La estructura fue sujeta a vibración ambiental debido a viento, tráfico vehicular y peatonal y maquinaria en funcionamiento cercano a ella. Las veces en que la estructura estuvo sometida a estas condiciones no es indicada [39], por lo que fue usada toda la señal suministrada.

Por otra parte, las vibraciones se presentan con mayor amplitud en los últimos pisos de la estructura, por lo que los mejores valores con respecto a los parámetros

modales, en general se obtienen de las mediciones en los últimos pisos. Debido a esto, fueron presentados los resultados de la estimación de los parámetros modales de los sensores 15, 14 y 13 ubicados en el cuarto piso de la estructura. Además, de acuerdo a la ubicación de los sensores en la estructura y los grados de libertad asociados a esa ubicación, algunas vibraciones se presentan con mayor amplitud y pueden ser medidas con mayor facilidad que en otras posiciones.

Los parámetros modales estimados mediante el método propuesto son comparados con otros resultados obtenidos sobre la estructura real presentados por otros investigadores y son presentados en la tabla 4.7.

Tabla 4.7. Frecuencias naturales para señales de vibración experimentales.

Modo	Frecuencias naturales $F_n[Hz]$				
	Alcioğlu y Luş[42]	Giraldo et al.[43]	Cara et al. [44]	Pérez-Ramírez et al.[8]	Método Propuesto
1	7.49	7.46	7.55	7.47	7.47
2	7.76	7.75	7.77	7.76	7.76
3	–	–	–	–	11.38
4	14.49	14.47	14.54	14.51	14.50
5	19.89	19.89	19.89	19.88	19.87
6	21.01	20.98	21.01	21.03	21.00
7	22.69	–	–	22.81	22.71
8	25.49	25.55	25.49	25.54	25.59
9	28.31	–	–	28.15	28.17
10	–	–	–	–	29.74
11	–	–	–	–	33.35
12	–	–	–	–	39.79
13	–	–	59.99	–	60.01

De acuerdo a los parámetros estimados, las frecuencias naturales predominantes en la estructura son las de $7,47Hz$, $7,76Hz$, $14,50Hz$, $19,87Hz$ y $21,00Hz$, las cuales son determinadas en la mayoría de los sensores como se puede apreciar en las tablas de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento (tablas: 4.6, A.5 A.6, A.7 y A.8).

A diferencia de los demás trabajos de investigación, mediante el método propuesto fueron determinadas cinco frecuencias que no se presentan en las otras investigaciones. La frecuencia de $11,38Hz$ es extraída solo en los sensores 10, 7 y 4 ubicados en la columna 8 de la estructura (figura 4.3b configuración de columnas de la

estructura). Las otras frecuencias de los modos 10, 11 y 12 son determinadas en muy pocos sensores y aparentemente sin ninguna ubicación específica como en el caso de la de $11,38Hz$.

Vale la pena destacar que en algunos sensores, a pesar de que se realizaron 9 descomposiciones para cada señal, varias de estas descomposiciones fueron descartadas por presentar cambios aleatorios en magnitud y frecuencia, y una amplitud muy baja, por lo tanto fueron consideradas como ruido. Aunque al método de descomposición se le dio un número fijo de descomposiciones, en algunos casos solo las primeras 4 o 5 descomposiciones tenían sentido físico, como por ejemplo en los sensores del primer piso y el suelo.

En la tabla 4.8 se presentan los resultados de la extracción de los factores de amortiguamiento naturales contrastándolos con los presentados por otros investigadores sobre la estructura de pruebas.

Tabla 4.8. Factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales.

Modo	Factores de Amortiguamiento ζ [%]				
	Alicioglu y Luş[42]	Giraldo et al.[43]	Cara et al. [44]	Pérez-Ramírez et al.[8]	Método Propuesto
1	0.86	1.059	1.46	0.87	0.537
2	0.74	0.973	1.53	0.79	0.803
3	–	–	–	–	0.059
4	0.15	0.805	0.78	0.11	0.134
5	0.00	0.001	0.01	0.00	0.001
6	0.04	0.017	0.52	0.08	0.027
7	0.38	–	–	0.81	0.161
8	0.09	0.828	0.47	0.31	0.302
9	0.25	–	–	0.20	0.015
10	–	–	–	–	0.156
11	–	–	–	–	0.018
12	–	–	–	–	0.013
13	–	–	0.02	–	0.001

Como se puede observar en la tabla 4.8 los valores estimados de factores de amortiguamiento mediante el método propuesto en el caso de los modos 2, 4, 5 y 8 no difieren mucho con respecto a los estimados por Pérez-Ramírez [8] y Alicioglu y Luş [42] a diferencia de los otros presentados, además se estiman 5 modos no identificados mediante los otros métodos, aunque por sus formas de onda (cambios en amplitud y

frecuencia) podrían considerarse como modos falsos (*spurious modes*) como es el caso de los modos correspondientes a las frecuencias $33,35Hz$, $29,74Hz$ y $60Hz$ que se pueden observar en las figuras 4.20d, 4.20f y 4.20g. También se puede observar que existen diferencias en cuanto a los resultados presentados por los otros autores.

El análisis modal de una estructura es un problema complejo y se deben tomar los resultados proporcionados por un solo método como la solución exacta. Es posible tener errores de dos tipos: incluir modos falsos y olvidar otros modos que realmente existen.

Los factores de amortiguamiento dan una idea de que tan rápido la estructura puede disipar la energía por sí sola, así, un factor de amortiguamiento alto nos indica que la energía es disipada rápidamente, como por ejemplo en la figura 4.20c donde el factor de amortiguamiento determinado es de 0,8028 se observa como la señal decrece exponencialmente, a diferencia de la señal de la figura 4.20b donde su factor de amortiguamiento es de 0,0203 se observa como ésta va decreciendo muy lentamente. El conocimiento de estos parámetros modales, para un ingeniero civil o mecánico, es importante ya que le permitiría decidir sobre la necesidad de agregar o no a la estructura algún mecanismo que le permita disipar la energía la cual ésta por sí sola no lo puede hacer, de esta manera se evitaría que la estructura entrara en resonancia y ocasionar alguna falla.

Capítulo 5

Conclusiones

En el presente trabajo de tesis es propuesto un método para el análisis señales de vibraciones mecánicas usando la transformada Hilbert. El trabajo está orientado al procesamiento de señales para el monitoreo de condición estructural, mediante la identificación de parámetros modales como las frecuencias y los factores de amortiguamiento, a partir de señales de vibración ambiental, éstas procedentes bien sea del viento o del tráfico peatonal y vehicular. El método propuesto fue desarrollada en Matlab[®].

Con el fin de verificar el método propuesto fueron realizadas pruebas de funcionamiento utilizando señales artificiales o simuladas y señales reales de la estructura de referencia. Las señales simuladas fueron generadas mediante un programa en Matlab[®] diseñado para generar respuestas ante vibraciones tanto ambientales como forzadas, con base en el modelo analítico de elementos finitos de la estructura de referencia. Las señales reales fueron obtenidas de la base de datos NEEShub disponible en línea. Todas las señales tomadas para esta investigación fueron de respuestas ante vibraciones ambientales en la estructura si ningún tipo de daños.

En la medición de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, para las señales simuladas, se obtuvieron valores exactos de acuerdo a los rangos de error permitido establecidos para estos parámetros modales de 2 % y 20 % respectivamente. Los datos extraídos de frecuencias naturales, fueron obtenidos con valores de error en general por debajo de 0,6 % a excepción de un modo en el que su error varió entre 1,18 % y 1,41 %, los cuales de igual forma se pueden considerar como exactos. Con respecto a los valores de error en los factores de amortiguamiento, se obtuvieron por debajo en su mayoría del 10 % a excepción de algunos modos en los que se identificaron factores con error por encima de este valor, aunque para todos los casos siempre por debajo del 20 %.

En la medición de las frecuencias naturales y factores de amortiguamiento, para las señales simuladas, se obtuvieron valores exactos de acuerdo a los rangos de error permitido establecidos para estos parámetros modales de 2 % y 20 % respectivamente. Los datos extraídos de frecuencias naturales, fueron obtenidos con valores de error en general por debajo de 0,6 % a excepción de un modo en el que su error varió entre 1,18 % y 1,41 %, los cuales de igual forma se pueden considerar como exactos. Con respecto a los valores de error en los factores de amortiguamiento, se obtuvieron por debajo en su mayoría del 10 % a excepción de algunos modos en los que se identificaron factores con error por encima de este valor, aunque para todos los casos siempre por debajo del 20 %. Realizando un contraste con otros métodos aplicados para las señales simuladas se muestra una mejora considerable en la extracción de los factores de amortiguamiento, y en relación a las frecuencias naturales el error obtenido en las mediciones de éstas está un poco por encima de los logrados con el otro método.

A partir de las señales reales y la aplicación del método propuesto fueron extraídas las frecuencias naturales que son identificadas en las otras investigaciones, así como otras frecuencias que no aparecen o son identificadas en éstas. Así mismo, los factores de amortiguamiento identificados mediante el método propuesto difieren en algunos casos con respecto a lo determinados mediante las otras investigaciones, pero coincidieron en la mayoría de ellos en dos de las investigaciones consultadas. Los resultados correspondientes a las señales experimentales solo se pueden comparar con los mostrados en otras investigaciones debido a que en este caso no coinciden con los resultados teóricos a partir del modelo analítico de la estructura.

Trabajos Futuros

Con respecto a la investigación desarrollada hasta el momento, se proponen los siguientes temas como posibles trabajos futuros:

- Realizar pruebas con datos experimentales para vibraciones forzadas.
- Realizar pruebas con datos experimentales de otras estructuras.
- Probar otros métodos de extracción de respuesta libre amortiguada
- Realizar una optimización para encontrar el mejor valor de puntos de disparo para la técnica de decremento aleatorio que permita mejorar los resultados de extracción de parámetros modales

Bibliografía

- [1] J. K. Sinha, *Vibration Analysis, Instruments, and Signal Processing*. CRC Press, 1 ed., 2014.
- [2] S. Doebling, C. Farrar, M. Prime, and D. Shevitz, *Damage identification and health monitoring of structural and mechanical systems from changes in their vibration characteristics: A literature review*. SciTech Connect, May 1996.
- [3] B. Chen, S.-l. Zhao, and P.-y. Li, “Application of Hilbert-Huang Transform in Structural Health Monitoring: A State-of-the-Art Review,” *Mathematical Problems in Engineering*, vol. 2014, pp. 1–22, 2014.
- [4] G. Chen and Z. Wang, “A signal decomposition theorem with Hilbert transform and its application to narrowband time series with closely spaced frequency components,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 28, pp. 258–279, Apr. 2012.
- [5] M. Feldman, “Hilbert transform in vibration analysis,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 25, pp. 735–802, Apr. 2011.
- [6] M. Feldman, *Hilbert transform applications in mechanical vibration*. Chichester: Wiley, 2011. OCLC: ocn676728906.
- [7] D. E. Adams, *Health monitoring of structural materials and components: methods with applications*. Chichester: Wiley, 2007. OCLC: 255704319.
- [8] C. A. Perez-Ramirez, J. P. Amezcuita-Sanchez, H. Adeli, M. Valtierra-Rodriguez, D. Camarena-Martinez, and R. J. Romero-Troncoso, “New methodology for modal parameters identification of smart civil structures using ambient vibrations and synchrosqueezed wavelet transform,” *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, vol. 48, pp. 1–12, Feb. 2016.
- [9] D. Camarena-Martinez, J. P. Amezcuita-Sanchez, M. Valtierra-Rodriguez, R. J. Romero-Troncoso, R. A. Osornio-Rios, and A. Garcia-Perez, “EEMD-MUSIC-Based Analysis for Natural Frequencies Identification of

- Structures Using Artificial and Natural Excitations,” *The Scientific World Journal*, vol. 2014, pp. 1–12, 2014.
- [10] V. Singh, *Mechanical Vibrations. Mechanical Engineering. A Modern Approach*. Educational & Technical publishers, 2001.
- [11] X. Meng, J. Ni, and Y. Zhu, “Research on vibration signal filtering based on wavelet multi-resolution analysis,” in *2010 International Conference on Artificial Intelligence and Computational Intelligence*, vol. 2, pp. 115–118, Oct 2010.
- [12] N. E. Huang, Z. Shen, S. R. Long, M. C. Wu, H. H. Shih, Q. Zheng, N.-C. Yen, C. C. Tung, and H. H. Liu, “The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis,” in *Proceedings of the Royal Society of London A: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, vol. 454, pp. 903–995, The Royal Society, 1998.
- [13] Z. Wang, *Hilbert Transform applications in signal analysis and non-parametric identification of linear and nonlinear systems*. PhD thesis, Missouri University Of Science And Technology, 2011.
- [14] M. Feldman, “Hilbert transform methods for nonparametric identification of nonlinear time varying vibration systems,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 47, pp. 66–77, Aug. 2014.
- [15] C. W. De Silva, *Vibration: Fundamentals and Practice*. Boca Raton: CRC Press LLC, 2000.
- [16] F.-L. Zhang, Y.-C. Ni, S.-K. Au, and H.-F. Lam, “Fast Bayesian approach for modal identification using free vibration data, Part I – Most probable value,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 70-71, pp. 209–220, Mar. 2016.
- [17] V. Rai and A. Mohanty, “Bearing fault diagnosis using FFT of intrinsic mode functions in Hilbert–Huang transform,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 21, pp. 2607–2615, Aug. 2007.
- [18] J.-D. Wu and L.-H. Fang, “A fault diagnosis system for a mechanical reducer gear-set using wigner-ville distribution and an artificial neural network,” in *Proceedings of the 2013 13th International Conference on Computational Science and Its Applications, ICCSA '13*, (Washington, DC, USA), pp. 170–173, IEEE Computer Society, 2013.
- [19] J. J. Ramos, J. I. Reyes, and E. Barocio, “An improved Hilbert Vibration Decomposition method for analysis of low frequency oscillations,” in *Transmission & Distribution Conference and Exposition-Latin America (PES T&D-LA), 2014 IEEE PES*, pp. 1–6, IEEE, 2014.

- [20] C. Y. Wang and C. M. Wang, *Structural Vibration: Exact Solutions for Strings, Membranes, Beams, and Plates*. CRC Press Taylor and Francis Group, 2013.
- [21] D. J. Inman, *Engineering Vibration*. Prentice-Hall, Inc., 4 ed., 2013.
- [22] A. P. French, “Vibrations and Waves: the M.I.T introductory physics series,” 1971.
- [23] J. Prawin, A. Rama Mohan Rao, and K. Lakshmi, “Nonlinear identification of structures using ambient vibration data,” *Computers & Structures*, vol. 154, pp. 116–134, July 2015.
- [24] H. A. Cole Jr, “On-the-line analysis of random vibrations,” in *9th Structural Dynamics and Materials Conference*, Structures, Structural Dynamics, and Materials and Co-located Conferences, American Institute of Aeronautics and Astronautics, Apr. 1968.
- [25] J. C. Asmussen, R. Ibrahim, and R. Brincker, “Random decrement: identification of structures subjected to ambient excitation,” in *The International Modal Analysis Conference*, 1997.
- [26] O. V. Shirayayev, *Improved structural health monitoring using random decrement signatures*. PhD thesis, Wright State University, 2008.
- [27] D. Iatsenko, P. V. McClintock, and A. Stefanovska, “Nonlinear mode decomposition: A noise-robust, adaptive decomposition method,” *Physical Review E*, vol. 92, no. 3, p. 032916, 2015.
- [28] D. Iatsenko, *Nonlinear Mode Decomposition*. PhD thesis, Lancaster University, UK, 2015.
- [29] D. Iatsenko, “Nonlinear Mode Decomposition toolbox.” <http://www.physics.lancs.ac.uk/research/nbmphysics/diats/nmd/>, Oct. 2016.
- [30] M. Klingspor, “Hilbert transform : Mathematical theory and applications to signal processing,” Master’s thesis, Linköpings Universitet, 2015.
- [31] M. Ghalishooyan and A. Shooshtari, “Operational modal analysis techniques and their theoretical and practical aspects: a comprehensive review and introduction,” in *Proceedings of the IOMAC 2015 Conference*, (Gijón, Spain), May 2015.
- [32] S. Sandoval and P. L. De Leon, “Theory of the Hilbert Spectrum,” *ArXiv e-prints*, Apr. 2015.
- [33] J. W. Cooley and J. W. Tukey, “An Algorithm for the Machine Calculation of Complex Fourier Series,” *Mathematics of Computation*, vol. 19, p. 297, apr 1965.
- [34] M. Frigo and S. G. Johnson, “FFTW Home Page.” <http://www.fftw.org/>, 2014.

- [35] M. Frigo and S. G. Johnson, “The design and implementation of FFTW3,” *Proceedings of the IEEE*, vol. 93, no. 2, pp. 216–231, 2005. Special issue on “Program Generation, Optimization, and Platform Adaptation”.
- [36] S. J. Orfanidis, *Introduction to signal processing*. Pearson Education, Inc., 2010.
- [37] N. Network for Earthquake Engineering Simulation Program, “Neeshub - structural control and monitoring benchmark problems.” <https://nees.org/dataviewer/view/1001:ds/1001/>, Oct. 2016.
- [38] M. H. Kharrazi, C. E. Ventura, R. Brincker, and E. Dascotte, “A study on damage detection using output-only modal data,” in *Proceeding of the 20th International Modal Analysis Conference*, pp. 1199–1205, Citeseer, 2002.
- [39] S. J. Dyke, D. Bernal, J. Beck, and C. Ventura, “Experimental phase II of the structural health monitoring benchmark problem,” in *Proceedings of the 16th ASCE engineering mechanics conference*, 2003.
- [40] E. A. Johnson, H. F. Lam, L. S. Katafygiotis, and J. L. Beck, “Phase I IASC-ASCE Structural Health Monitoring Benchmark Problem Using Simulated Data,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 130, no. 1, pp. 3–15, 2004.
- [41] W. C. Su, C. S. Huang, C. H. Chen, C. Y. Liu, H. C. Huang, and Q. T. Le, “Identifying the modal parameters of a structure from ambient vibration data via the stationary wavelet packet,” *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, vol. 29, no. 10, pp. 738–757, 2014.
- [42] B. Alicioglu and H. Lus, “Ambient Vibration Analysis with Subspace Methods and Automated Mode Selection: Case Studies,” *Journal of Structural Engineering*, vol. 134, pp. 1016–1029, June 2008.
- [43] D. F. Giraldo, W. Song, S. J. Dyke, and J. M. Caicedo, “Modal Identification through Ambient Vibration: Comparative Study,” *Journal of Engineering Mechanics*, vol. 135, pp. 759–770, Aug. 2009.
- [44] F. J. Cara, J. Carpio, J. Juan, and E. Alarcón, “An approach to operational modal analysis using the expectation maximization algorithm,” *Mechanical Systems and Signal Processing*, vol. 31, pp. 109–129, Aug. 2012.

Anexo A

Tablas de frecuencias naturales y factores de amortiguamiento

En este anexo se muestran los resultados completos correspondientes a la aplicación del método propuesto. En primer lugar los resultados con respecto a las señales de vibración ambiental simuladas y en segundo lugar los datos correspondientes a las señales de vibración experimentales medidas en la estructura.

A.1. Señales simuladas

Los resultados mostrados en las siguientes tablas corresponden a los sensores 16 a 1. Éstas se encuentran organizadas por piso y para cada una de ellas se muestran los valores obtenidos de frecuencias naturales (F_n) y comparados por su error con respecto a los valores de frecuencia de la tabla 4.1[40] de frecuencias obtenidas mediante el modelo analítico de elementos finitos de la estructura, para masa agrupada y direcciones x y y . Se presentan además los valores de factor de amortiguamiento (ζ) organizados de la misma manera y su error con respecto al valor de 1% fijado en la simulación de la respuesta de la estructura ante vibración ambiental.

Tabla A.1. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 16 - 13. Cuarto piso).

Dirección	Sensor 16 (Error %)		Sensor 14 (Error %)	
	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
y	9.28(1.41)	1.0395(3.9548)	9.28(1.41)	1.0320(3.2024)
y	25.63(0.37)	0.9374(6.2567)	25.63(0.37)	0.9138(8.6198)
y	38.82(0.41)	0.8652(13.4821)	38.82(0.41)	0.8624(13.7595)
y	48.10(0.18)	1.0515(5.1472)	48.10(0.18)	1.0414(4.1400)
Dirección	Sensor 15		Sensor 13	
	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
x	11.72(0.60)	1.0505(5.0508)	11.72(0.60)	1.0682(6.8197)
x	31.98(0.09)	1.0306(3.0594)	31.98(0.09)	1.0134(1.3445)
x	48.58(0.30)	0.9981(0.1948)	48.58(0.30)	0.9880(1.2037)
x	60.30(0.25)	0.9113(8.8700)	60.30(0.25)	0.9225(7.7480)

Tabla A.2. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 12 - 9. Tercer piso).

Dirección	Sensor 12		Sensor 10	
	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
y	9.52(1.18)	1.0104(1.0353)	9.52(1.18)	1.0107(1.0695)
y	25.63(0.37)	0.9349(6.5093)	25.39(0.58)	0.9401(5.9941)
y	38.82(0.41)	0.9039(9.6067)	38.82(0.41)	0.9068(9.3164)
y	48.10(0.18)	1.0922(9.2199)	48.10(0.18)	1.0935(9.3543)
Dirección	Sensor 11		Sensor 9	
	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
x	11.72(0.60)	1.0827(8.2684)	11.72(0.60)	1.0821(8.2136)
x	31.98(0.09)	1.0087(0.8670)	31.98(0.09)	1.0241(2.4094)
x	48.58(0.30)	1.0426(4.2595)	48.58(0.30)	1.0032(0.3203)
x	60.30(0.25)	0.8930(10.6995)	60.30(0.25)	0.8836(11.6363)

Tabla A.3. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 8 - 5. Segundo piso).

		Sensor 8		Sensor 6	
Dirección	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	
y	9.52(1.18)	1.0051(0.5052)	9.52(1.18)	0.9571(4.2935)	
y	25.63(0.37)	0.9210(7.8970)	25.63(0.37)	0.9036(9.6378)	
y	38.82(0.41)	0.9170(8.2951)	38.82(0.41)	0.9031(9.6870)	
y	47.85(0.33)	1.0732(7.3205)	47.85(0.33)	1.0672(6.7186)	
		Sensor 7		Sensor 5	
Dirección	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	
x	11.72(0.60)	0.8876(11.2364)	11.72(0.60)	0.8840(11.6033)	
x	31.98(0.09)	1.0469(4.6917)	31.98(0.09)	1.0160(1.6014)	
x	48.58(0.30)	0.9697(3.0259)	48.58(0.30)	0.9845(1.5527)	
x	60.06(0.15)	0.8571(14.2854)	60.06(0.15)	0.8552(14.4794)	

Tabla A.4. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración simuladas (Sensores 4 - 1. Primer piso).

		Sensor 4		Sensor 2	
Dirección	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	
y	9.28(1.41)	0.8750(12.4963)	9.28(1.41)	0.8592(14.0815)	
y	25.63(0.37)	0.9367(6.3269)	25.63(0.37)	0.9415(5.8530)	
y	38.82(0.41)	0.9261(7.3898)	38.82(0.41)	0.9369(6.3101)	
y	47.61(0.84)	1.0678(6.7777)	48.10(0.18)	1.0903(9.0261)	
		Sensor 3		Sensor 1	
Dirección	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	
x	11.72(0.60)	0.8052(19.4830)	11.72(0.60)	0.8113(18.8677)	
x	31.98(0.09)	1.0166(1.6597)	31.98(0.09)	1.0173(1.7294)	
x	48.58(0.30)	0.9825(1.7519)	48.58(0.30)	0.9800(2.0042)	
x	60.06(0.15)	0.8751(12.4853)	60.06(0.15)	0.9024(9.7564)	

A.2. Señales simuladas

Los resultados mostrados en las siguientes tablas corresponden a los sensores 12 a 1. Éstas se encuentran organizadas por piso y para cada una de ellas se muestran los valores obtenidos de frecuencias naturales (F_n) y los valores de factor de amortiguamiento (ζ) organizados en grupos de acuerdo al piso donde están ubicados como en la figura 4.4.

Tabla A.5. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 12 - 10. Tercer piso).

Sensor 12 - Dir. x		Sensor 11 - Dir. y		Sensor 10 - Dir. x	
$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
7.47	0.396	7.47	0.543	7.47	0.457
7.76	0.704	–	–	7.76	0.730
11.38	0.012	11.38	0.059	–	–
14.50	0.151	14.50	0.128	14.50	0.145
19.87	0.001	19.87	0.001	19.87	0.002
21.00	0.021	21.00	0.006	21.00	0.022
–	–	–	–	22.71	0.161
–	–	25.59	0.280	–	–
–	–	–	–	28.17	0.008
–	–	29.74	0.134	29.74	0.225
–	–	–	–	33.35	0.036
–	–	–	–	60.01	0.003

Tabla A.6. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 9 - 7. Segundo piso).

Sensor 9 - Dir. x		Sensor 8 - Dir. y		Sensor 7 - Dir. x	
$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
7.47	0.414	7.47	0.416	–	–
7.76	0.760	–	–	7.76	0.703
–	–	–	–	11.38	0.048
14.50	0.143	–	–	14.50	0.128
19.87	0.001	19.87	0.003	19.87	0.002
21.00	0.024	21.00	0.058	21.00	0.020
–	–	–	–	22.71	0.224
–	–	–	–	25.59	0.252
28.17	0.071	28.13	0.025	–	–
29.83	0.143	–	–	–	–
–	–	39.79	0.024	–	–

Tabla A.7. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 6 - 4. Primer piso).

Sensor 6 - Dir. x		Sensor 5 - Dir. y		Sensor 4 - Dir. x	
$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
–	–	7.47	0.426	–	–
7.76	0.641	–	–	7.76	0.646
14.50	0.133	–	–	14.50	0.141
19.87	0.001	19.87	0.003	19.87	0.002
21.00	0.025	21.00	0.008	21.00	0.023
–	–	–	–	22.71	0.112
–	–	25.59	0.281	–	–
28.17	0.030	28.13	0.012	–	–
–	–	29.64	0.144	–	–
39.79	0.000	–	–	39.79	0.001
60.01	0.003	59.67	0.002	–	–

Tabla A.8. Frecuencias naturales y factores de amortiguamiento para señales de vibración experimentales (Sensores 3 - 1. Suelo).

Sensor 3 - Dir. x		Sensor 2 - Dir. y		Sensor 1 - Dir. x	
$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$	$F_n[Hz]$	$\zeta[\%]$
7.76	0.681	–	–	–	–
11.38	0.019	11.38	0.009	11.38	0.027
19.87	0.001	19.87	0.000	19.87	0.001
21.00	0.025	–	–	21.00	0.025
–	–	–	–	39.79	0.011
60.01	0.001	–	–	60.01	0.000